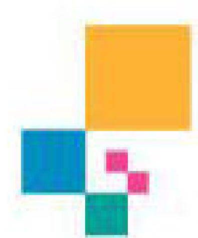
LEERBOEK DEEL 1 | WISKUNDE | 12E EDITIE | 4 VMBO-KGT

GETAL & RUIMTE



Noordhoff

Getal & Ruimte

Leerboek

4 vmbo-kgt deel 1

Twaalfde editie, 2021

Noordhoff
Groningen

Auteurs

C. J. Admiraal
J. H. Dijkhuis
J. A. Verbeek
G. de Jong
H. J. Houwing
J. D. Kuis
F. ten Klooster
S. K. A. de Waal
J. van Braak
J. H. M. Liesting-Maas
M. Wieringa
M. L. M. van Maarseveen
R. D. Hiele
J. E. Romkes
M. Haneveld
S. Voets
I. Cornelisse
M. Vos
B. W. van Laarhoven

Voorwoord

Aan de docent(e),
De delen 4 vmbo-kgt deel 1 en 4 vmbo-kgt deel 2 zijn bestemd voor de vierde klassen van de theoretische, gemengde en kaderberoepsgerichte leerweg van het vmbo. De delen voor het vierde leerjaar zijn gebaseerd op vier lesuren van 50 minuten per week.

Opbouw van een hoofdstuk
In de *hoofdstukopening* wordt aandacht besteed aan de *Onderzoeksopdracht* die aan het einde van het hoofdstuk staat. Het hoofdstuk begint met een paragraaf *Voorkennis.* In deze paragraaf worden de voor het hoofdstuk vereiste vaardigheden herhaald. De basisstof is verdeeld in paragrafen. Aan het einde van een paragraaf staat een *Rekenbreak* en een *woordenlijst*. In de woordenlijst staan wiskundige begrippen en moeilijke woorden. Na de basisstof komt een paragraaf *Trainen op examenniveau*. Daarin wordt de in het hoofdstuk behandelde leerstof op examenniveau aangeboden. Daarna komen de *Samenvatting*, de *D-toets* en de *Onderzoeksopdracht*. De *Herhaling* is online beschikbaar. In de onderzoeksopdracht kan de leerling de opgedane kennis uit het hoofdstuk toepassen.

Werken met de 12e editie bovenbouw
In de 12e editie bovenbouw is ervoor gezorgd dat leerlingen hun eigen leerroute kunnen volgen. Bij elke theorie hoort een testopgave. De leerlingen maken deze testopgave en kijken deze meteen na. De antwoorden van de testopgaven staan achter in het boek. Bij de antwoorden van de testopgaven staat een puntenverdeling. Leerlingen kunnen zien welke leerroute voor hen geschikt is. Daarna maken ze de opgaven die bij die leerroute horen. Per testopgave kan de te volgen leerroute verschillen. Er zijn drie leerroutes: de A-route, de B-route en de C-route. Op deze manier kunnen de leerlingen adaptief werken. In de A-route worden de leerlingen met extra hulp begeleid naar het eindniveau. In de B-route is er minder hulp en krijgen leerlingen daarnaast iets complexere vraagstukken. Leerlingen in de C-route gaan rechtstreeks naar het eindniveau en krijgen daarna complexe opgaven, waarin ze extra worden uitgedaagd.

© Noordhoff Uitgevers bv

U kunt ook werken zonder gebruik te maken van de leerroutes. In dat geval maken de leerlingen de testopgaven niet. Zij maken in ieder geval de opgaven van de B-route, eventueel aangevuld met opgaven uit de A-route of de C-route.
Na de samenvatting staat de *D-toets* waarmee leerlingen kunnen controleren of zij de leerstof begrepen hebben. Maken de leerlingen nog fouten in de *D-toets*, dan kunnen zij de bijbehorende theorie nog een keer bestuderen en de testopgave bij die theorie (nog een keer) maken.
Achterin het boek vindt u *qWistig*. Deze kunt u inzetten wanneer de leerlingen, los van de leerroute, tijd over hebben. Tevens vindt u achterin het boek een hoofdstuk Overstap havo/mbo met als onderwerp *Functies en ongelijkheden*. Dit hoofdstuk is voor leerlingen die van plan zijn om na het vmbo door te stromen naar havo 4 of een technische mbo-opleiding. Voor leerlingen die de kaderberoepsgerichte leerweg volgen en van plan zijn door te stromen naar een technische opleiding op het mbo is het raadzaam om ook de GT-stof te maken in de paragrafen 2.4, 3.2 en 3.7.

Getal en Ruimte Online
Via een licentie kan een leerling toegang krijgen tot de digitale omgeving van Getal & Ruimte. Hierin wordt regelmatig een theorieblok uitgelegd in een instructievideo. Tevens kunnen alle opgaven digitaal gemaakt worden en worden nagekeken. In de digitale omgeving is er de mogelijkheid om te differentiëren, zodat er ook online adaptief kan worden gewerkt. Van elke leerling wordt de voortgang bijgehouden en voor de docent inzichtelijk gemaakt in een dashboard.
Daarnaast krijgen docenten, via de docentenlicentie, toegang tot al het leerlingenmateriaal, handleidingen met details over de didactiek en de leerstofplanning, KTI-gelabelde hoofdstuktoetsen en de toetsenbank.

Het werkboek, de antwoorden en uitwerkingen worden ook op papier uitgegeven.

Opmerkingen van gebruikers stellen we zeer op prijs.

Voorjaar 2021

© Noordhoff Uitgevers bv

Legenda

1 **Voorkennis**
Hierin herhaal je de leerstof die je nodig hebt in dit hoofdstuk.

Test opgave **Testopgave**
De testopgave bepaalt de leerroute. Dit soort opgaven kun je op de toets verwachten.

1 **A-route**
Leerroute met extra hulp.

2 **B-route**
Leerroute met weinig hulp en een beetje uitdaging.

3 **C-route**
Leerroute zonder hulp en met extra uitdaging.

GT

4 **Differentiatie**
[VMBO-GT] Leerlingen die de kaderberoepsgerichte leerweg volgen kunnen deze opgaven overslaan.

GT

5 Theorie A **D-toets**
Onder het opgavenummer staat de letter van de theorie, die bij deze opgave hoort.

[WERKBOEK] Verwijzing naar het werkboek.

Rekenbreak

Korte rekenoefeningen.


Gebruik geen rekenmachine.

© Noordhoff Uitgevers bv

Inhoud

© Noordhoff Uitgevers bv

1 Statistiek en kans

Gegevens verzamelen en verwerken

Het Centraal Bureau voor de Statistiek (CBS) onderzoekt veel zaken in de Nederlandse samenleving. Je kunt hierbij denken aan het gebruik van sociale media, de leeftijdsopbouw in een gemeente of leerlingaantallen. Het CBS verzamelt alle gegevens en verwerkt die in tabellen en diagrammen.

In de onderzoeksopdracht gaan jullie gegevens verzamelen en deze verwerken in verschillende diagrammen. Dit hoofdstuk gaat over diagrammen. Daarom is het belangrijk dat je eerst het hoofdstuk leert en maakt.

Wat leer je?

- Werken met grafen.
- Telproblemen oplossen.
- Kans berekenen.
- Verschillende diagrammen tekenen.



© Noordhoff Uitgevers bv



© Noordhoff Uitgevers bv

Voorkennis Procenten

Percentage gegeven

1 [▸ 📖 WERKBOEK] In een pretpark komen op zaterdag 22 375 bezoekers.
Van deze bezoekers heeft 23,5% een abonnement.
Hoeveel mensen hebben een abonnement?
Gebruik de procententabel.

BEZOEKERS PRETPARK

%	100	1	23,5
aantal	22 375	×	?

2 Bereken.

a 4,2% van € 380,50
b 6,8% van € 560,70
c 119% van € 259,80
d 106% van € 14,92

Percentage gevraagd

3 [▸ 📖 WERKBOEK] Op maandag komen er 16 372 bezoekers in de dierentuin.
Van die bezoekers hebben 3185 een abonnement.
Hoeveel procent is dat? Gebruik de procententabel.



BEZOEKERS MET ABONNEMENT

%	100	×	?
aantal	16 372	1	3185

4 [▸ 📖 WERKBOEK] Vul de tabel in.

oude prijs	prijsverhoging	prijsverhoging in %	nieuwe prijs
€ 485	€ 38		
€ 1294	€ 97,85		
€ 16 378	€ 694		
€ 178 432		2,3%	

© Noordhoff Uitgevers bv

Van deel naar geheel

5 [▸ WERKBOEK] In 2018 heeft een kasteel 65 000 bezoekers meer dan in 2017. Dat is een toename van 7,6%.



a Hoeveel bezoekers waren er in 2017? Gebruik de procententabel.

TOENAME BEZOEKERS KASTEEL

%	100	1	7,6
aantal	?	×	65 000

(× 100 ; : 7,6)

b Hoeveel bezoekers zijn er in 2018?

6 Een fiets is 4,3% duurder geworden. Nu kost de fiets € 794. Bereken de oude prijs. Maak zelf een procententabel.

7 Een scooter kost € 2643 inclusief 21% btw. Hoeveel kost de scooter zonder btw?

Procenten maken van breuken en decimale getallen

8 Vul in.

a $\frac{1}{5}$ = ... %
b $\frac{3}{5}$ = ... %
c $\frac{3}{4}$ = ... %
d $\frac{1}{8}$ = ... %
e $\frac{3}{100}$ = ... %
f $\frac{3}{10}$ = ... %

9 Maak van de decimale getallen een percentage.

a 0,5 = ... %
b 0,2 = ... %
c 0,33 = ... %
d 0,4 = ... %
e 0,125 = ... %
f 0,84 = ... %

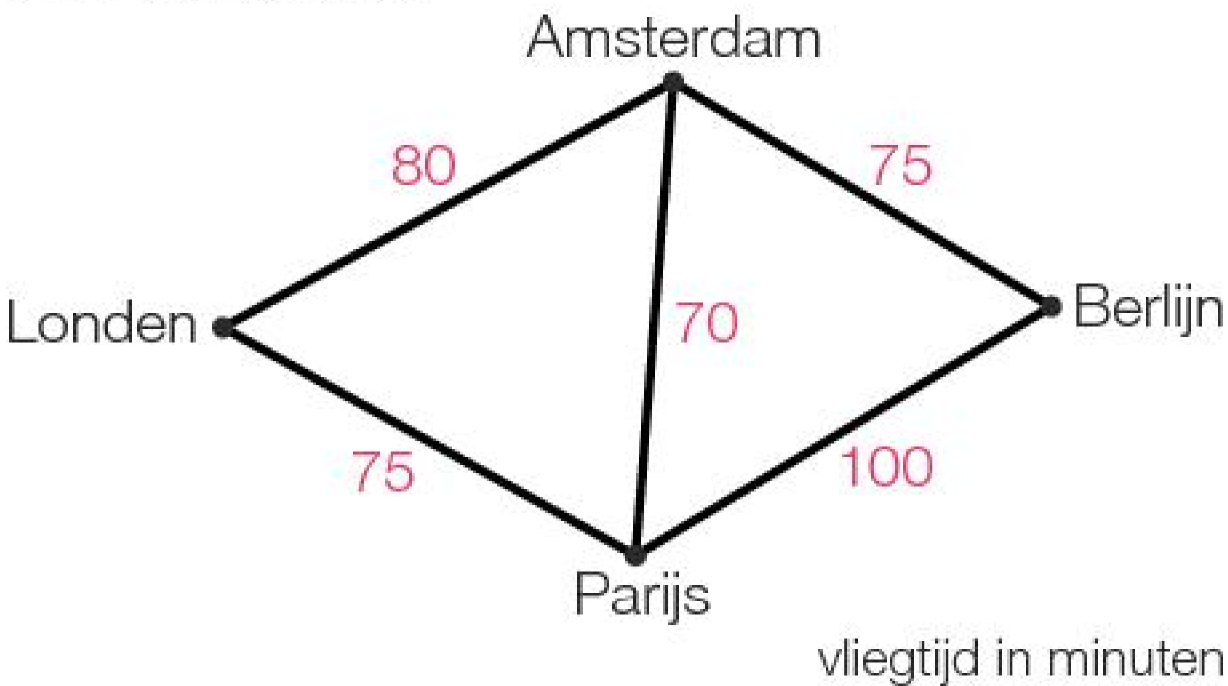
10 Schrijf als percentage.

a driekwart
b de helft
c één vierde deel

1.1 Grafen

Vliegtuig

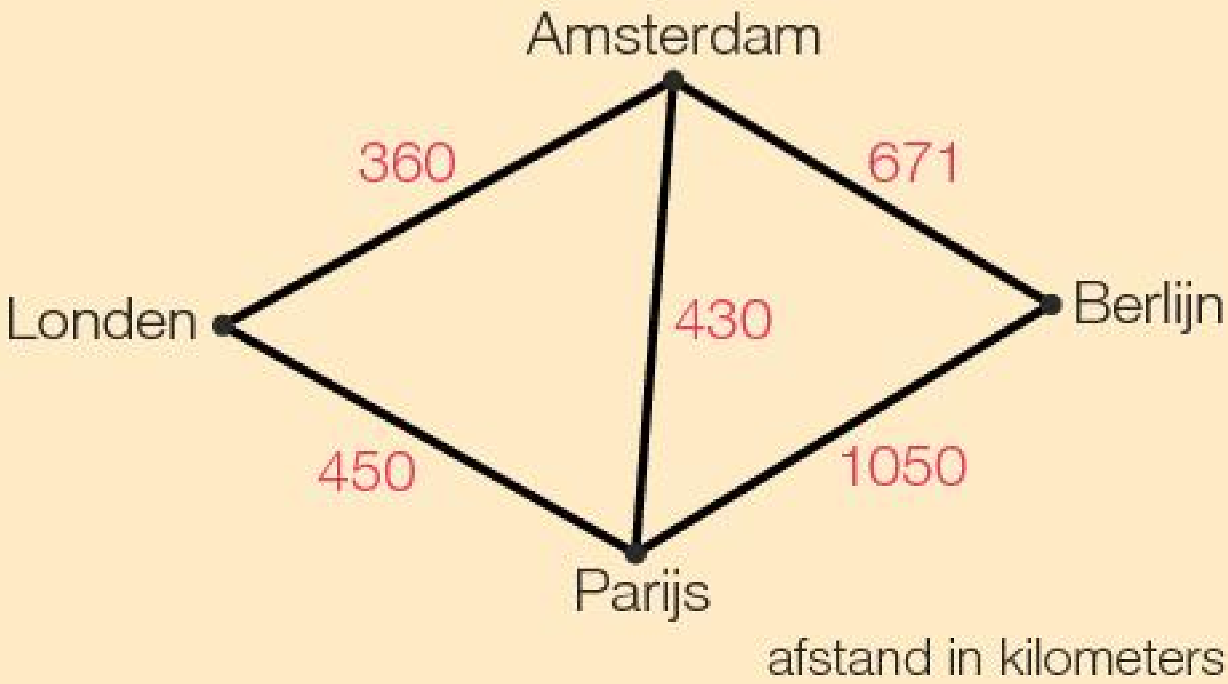
1 Luchtvaartmaatschappij Eurohopper heeft lijndiensten tussen Amsterdam, Parijs, Londen en Berlijn. In de tekening hiernaast zie je hoeveel minuten elke vlucht duurt.



a In hoeveel minuten vlieg je van Amsterdam naar Parijs?
b In hoeveel minuten vlieg je van Parijs naar Berlijn?
c Met Eurohopper kun je niet rechtstreeks van Londen naar Berlijn vliegen.
Welke route duurt het kortst, via Parijs of via Amsterdam?
d Hoeveel minuten scheelt het?

Theorie A Grafen

De tekening van de vliegroutes van Eurohopper is een **graaf**. In een graaf zie je **punten** en **verbindingen**. De punten en de verbindingen stellen iets voor.



In de graaf hiernaast zijn de punten steden. De verbindingen zijn de vliegafstanden. Er staan getallen bij de verbindingen. Daarom is de graaf een **gewogen graaf**. De getallen stellen afstanden voor.

Bij een gewogen graaf met afstanden kun je een **afstandstabel** maken. Van Londen naar Berlijn kun je met Eurohopper niet rechtstreeks. Je neemt dan de kortste afstand.

naar

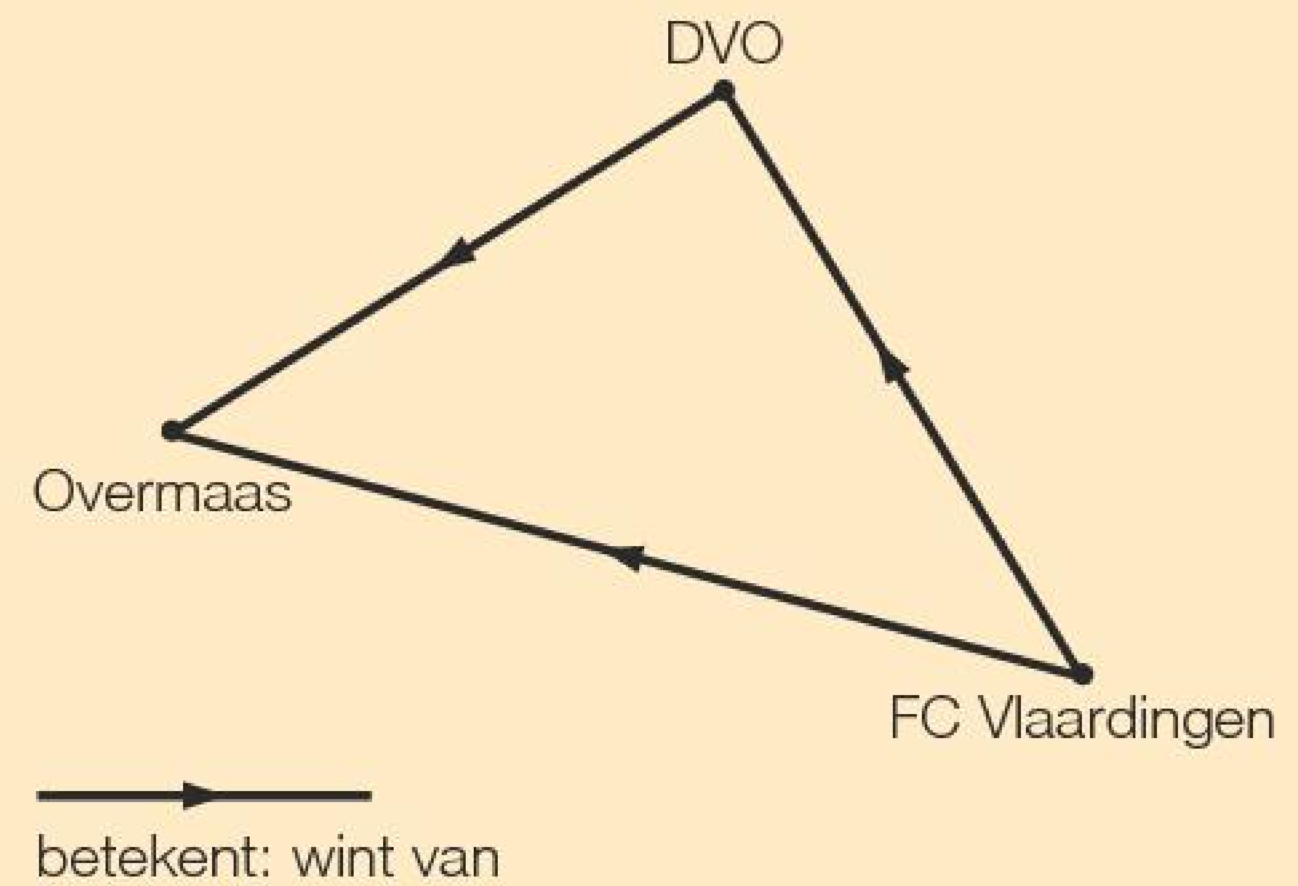
		Londen	Parijs	Berlijn	Amsterdam
van	Londen		450	1031	360
	Parijs	450		1050	430
	Berlijn	1031	1050		671
	Amsterdam	360	430	671	



© Noordhoff Uitgevers bv

In de graaf hiernaast stellen de punten sportclubs voor. De verbindingen zijn gespeelde wedstrijden. Aan de pijl kun je zien wie gewonnen heeft.

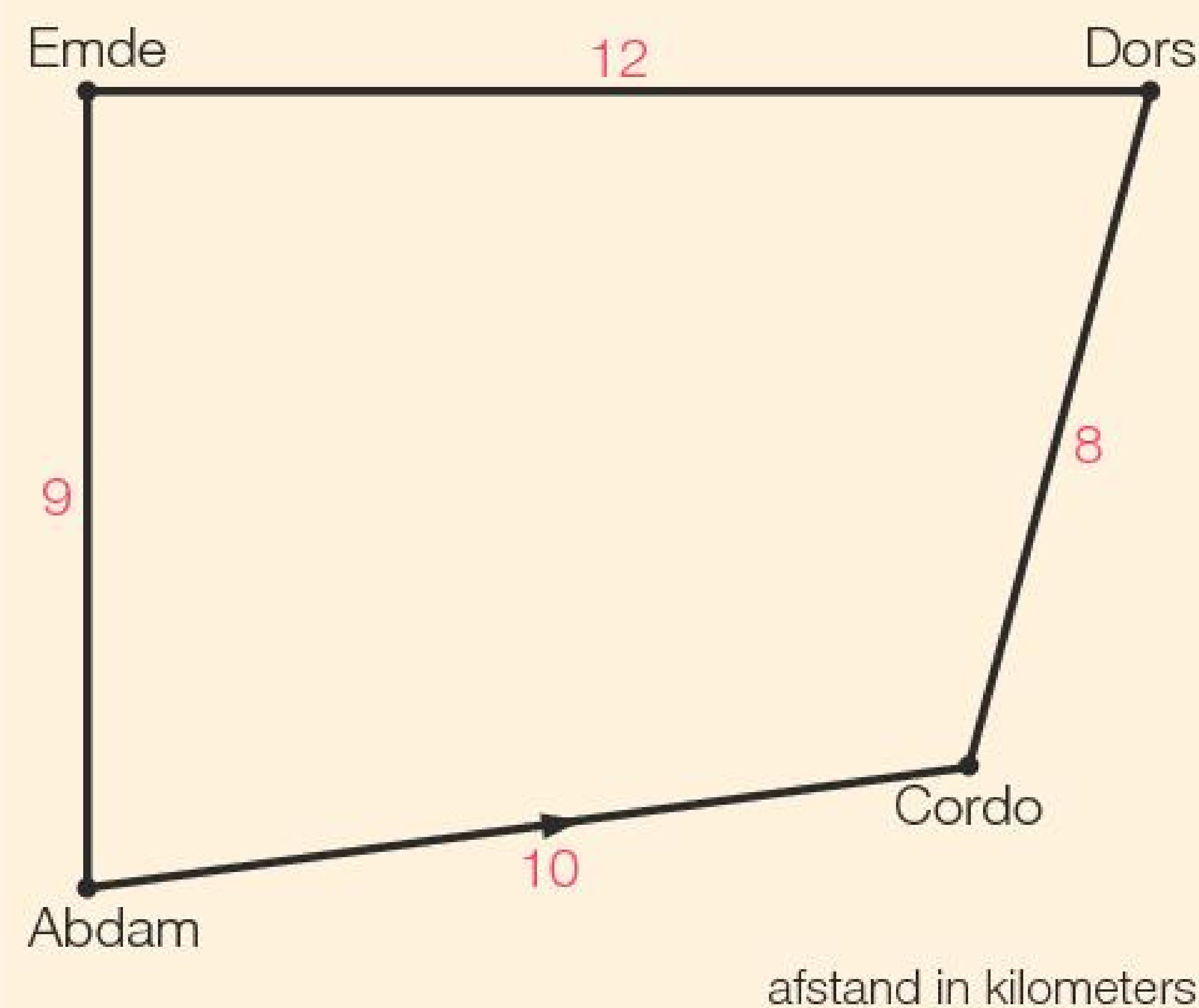
Als de verbindingen een pijl hebben is de graaf een **gerichte graaf**.



Voorbeeld Graaf en tabel

Opgave
Vul de afstandstabel bij de graaf in.

AFSTAND OVER DE WEG



naar

afstand	Abdam	Cordo	Dors	Emde
van Abdam				
Cordo				
Dors				
Emde				

Aanpak
Neem altijd de kortste route.
Let op eenrichtingsverkeer.

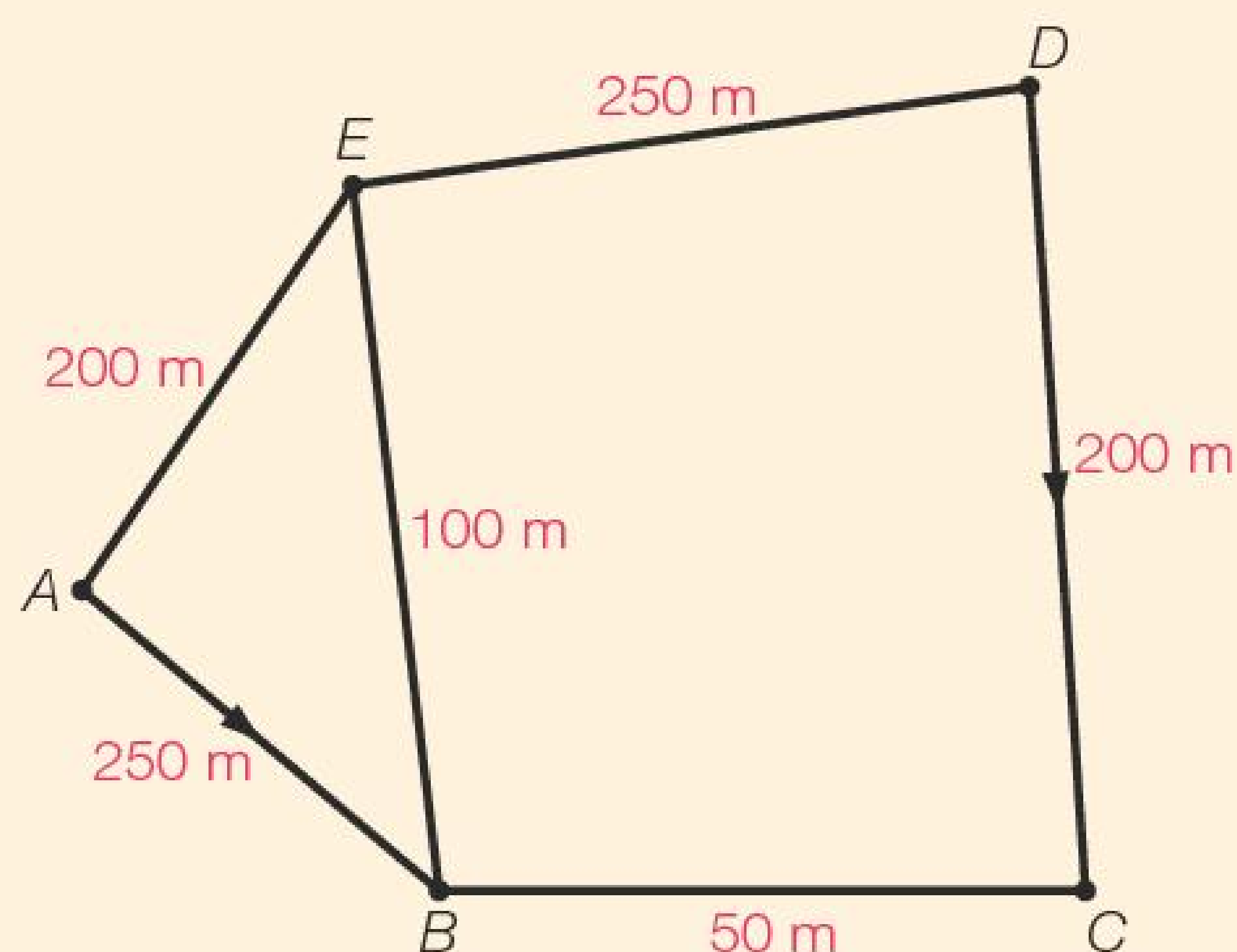
Uitwerking

naar

afstand	Abdam	Cordo	Dors	Emde
van Abdam		10	18	9
Cordo	29		8	20
Dors	21	8		12
Emde	9	19	12	

Zutphen

Test opgave [▸ WERKBOEK] In de binnenstad van Zutphen is veel eenrichtingsverkeer. Dat zie je ook in de graaf die van het stratenplan gemaakt is.
Vul de afstandstabel in.





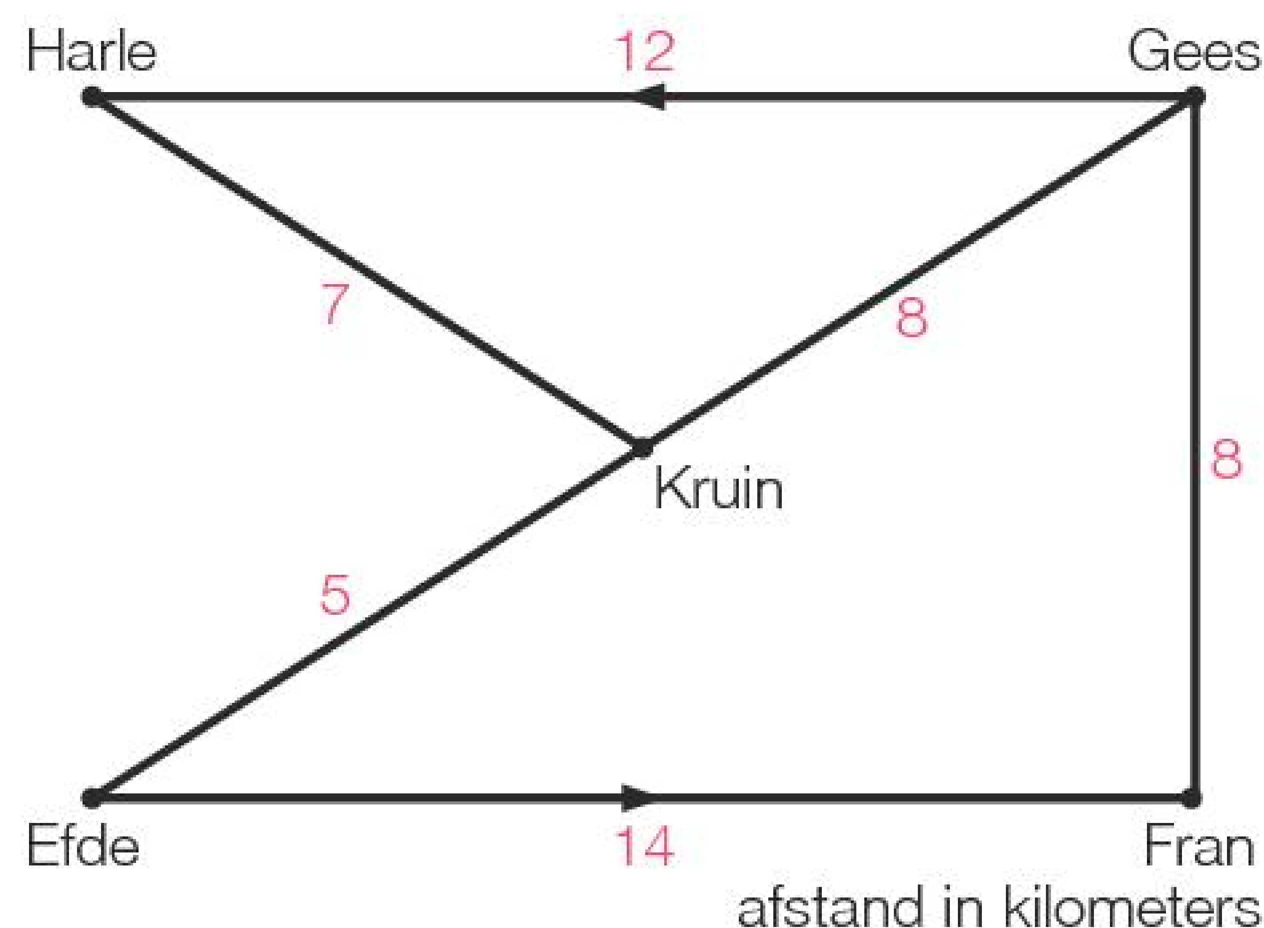
Eenrichtingsverkeer

2

a Hoeveel eenrichtingswegen heeft de graaf hiernaast?

b Hoeveel kilometer is de kortste route van Efde naar Fran?

c Van Fran naar Efde moet je omrijden. Hoeveel kilometer is de kortste route?



3 [▸ WERKBOEK]

a Van Harle naar Gees moet je omrijden via Kruin.
Hoeveel kilometer is die route? Zet je antwoord in de tabel.

b Van Harle naar Fran moet je ook omrijden.
Wat is de kortste route?
A van Harle via Kruin en Efde naar Fran
B van Harle via Kruin en Gees naar Fran

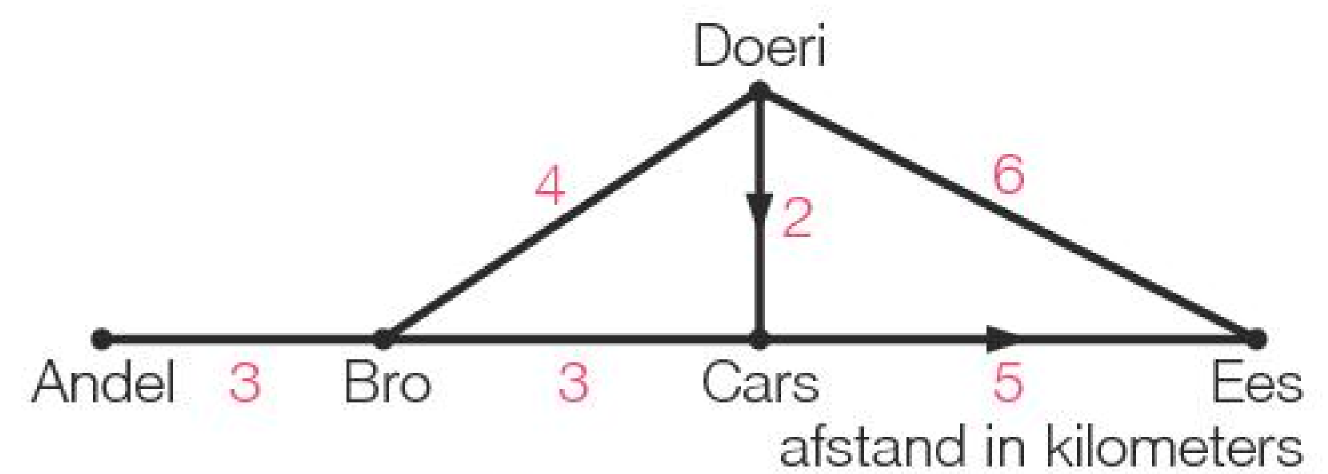
c Hoeveel kilometer is die route? Zet je antwoord in de tabel.

d Vul de tabel verder in. Bereken steeds de kortste route.

© Noordhoff Uitgevers bv

Sawee

4 [WERKBOEK] Hieronder zie je een kaartje van het eiland Sawee. Hiernaast zie je de graaf die van het wegennet is gemaakt.
Vul de afstandstabel in.





Assen

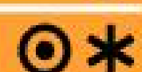
5 [WERKBOEK] Hieronder zie je een gedeelte van Assen. Op de kaart en de graaf zie je eenrichtingswegen.
Vul de afstandstabel in.



A 130 B
140
135
E 122 C
145
150
D
afstand in meters

© Noordhoff Uitgevers bv

Amsterdam


6 [▸ WERKBOEK] Hiernaast zie je een gedeelte van Amsterdam.

a Zet de getallen in de graaf.

b Vul de afstandstabel in.



Maastricht


7 [▸ WERKBOEK]

a Hieronder zie je een gedeelte van Maastricht.
Maak een graaf bij de plattegrond. Zet daar ook de afstanden bij.

b Vul de tabel in.



© Noordhoff Uitgevers bv

Stamboom

8

Een stamboom is ook een graaf. De pijl betekent *zijn ouders van*.

STAMBOOM FAMILIE NIJHOLT

Louis / Johanna → Bart / Rennie, Frans / Lies, Willem / Ineke, Cor / Ria

Bart / Rennie → Jolanda, Frieda, Monica

Frans / Lies → Jan / Jacqueline, Monique

Jan / Jacqueline → Lies, Meind

Willem / Ineke → Mark

Cor / Ria → Daniëlle, Rick, Oscar

→ zijn ouders van

a Wie zijn de kinderen van Louis en Johanna?
b Met wie is Frans getrouwd?
c Hoeveel kinderen hebben Cor en Ria?

9

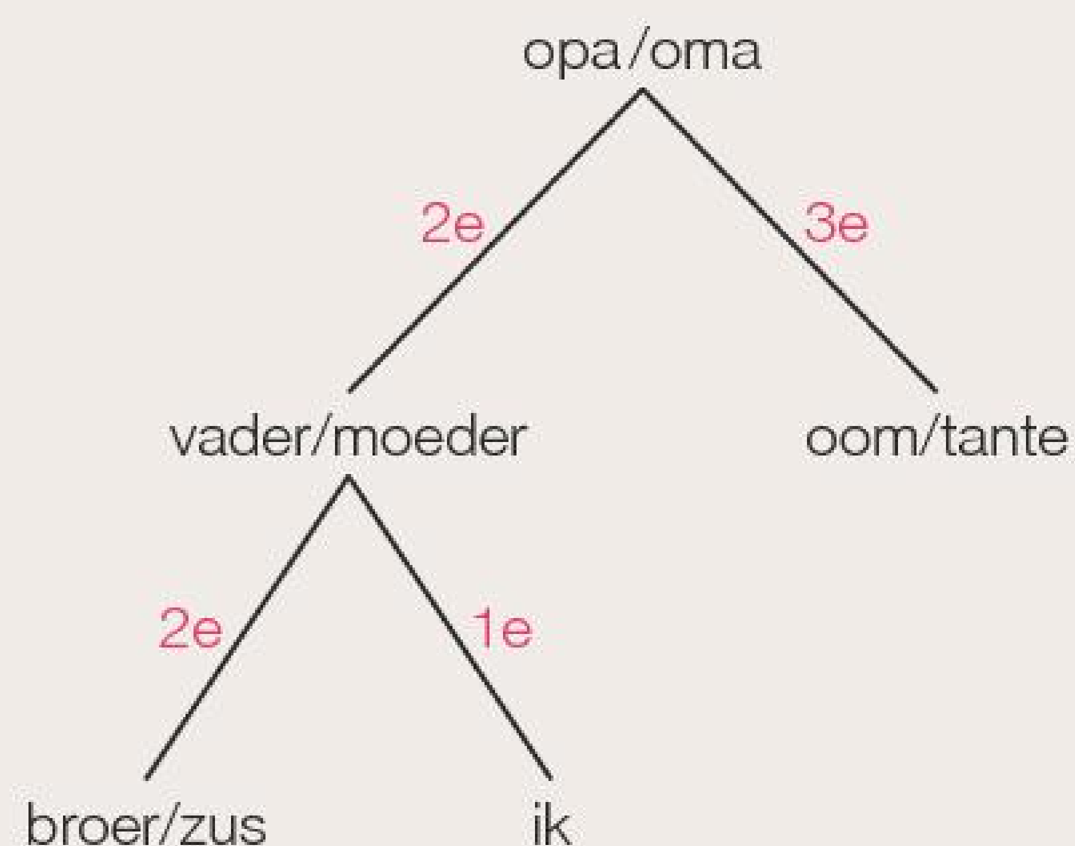
Gebruik de stamboom van de vorige opgave.
a Wie zijn de ooms van Daniëlle?
b Hoeveel kleinkinderen hebben Lies en Frans?
c Is Bart een broer van Cor? Leg je antwoord uit.



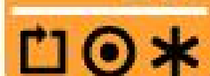
ARTIKEL | BEROEP | GESCHIEDENIS | INFORMATIEF

Familie

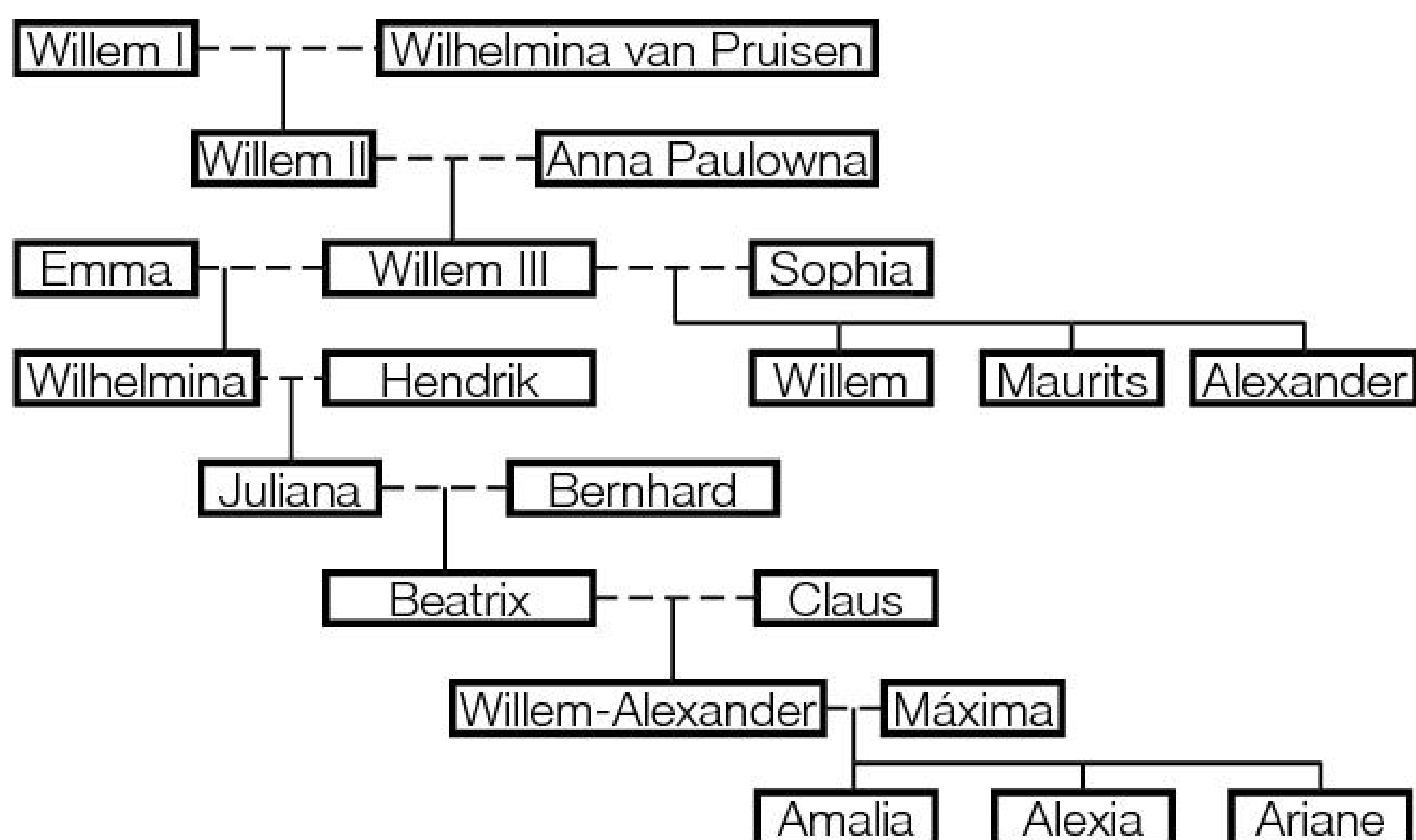
Voor de wet zijn er verschillende soorten familieleden. Je hebt familie in de eerste graad. Dat zijn ouders en kinderen. In de stamboom is tussen hen één verbinding. Je hebt familie in de tweede graad. Dat zijn bijvoorbeeld broer en zus of grootouder en kleinkind. Van de een naar de ander ga je in de stamboom over twee verbindingen. Je oom is familie in de derde graad. Van jou naar je oom ga je in een stamboom over drie verbindingen.



Koning



Hieronder zie je een gedeelte van de stamboom van onze koning.





koning Willem-Alexander

- - - - betekent *is getrouwd met*

| betekent *is kind van*

a De personen in de tabel hiernaast zijn koning of koningin (geweest). Zet ze op volgorde van tijd. Begin bij Willem Alexander. Gebruik de graaf.

b Wie is de dochter van Emma?

c Van wie is Beatrix de dochter?

d Een van de koningen was twee keer getrouwd. Wie was dat?

e Wie is de moeder van Willem II?

f Wie is de vader van Willem-Alexander?

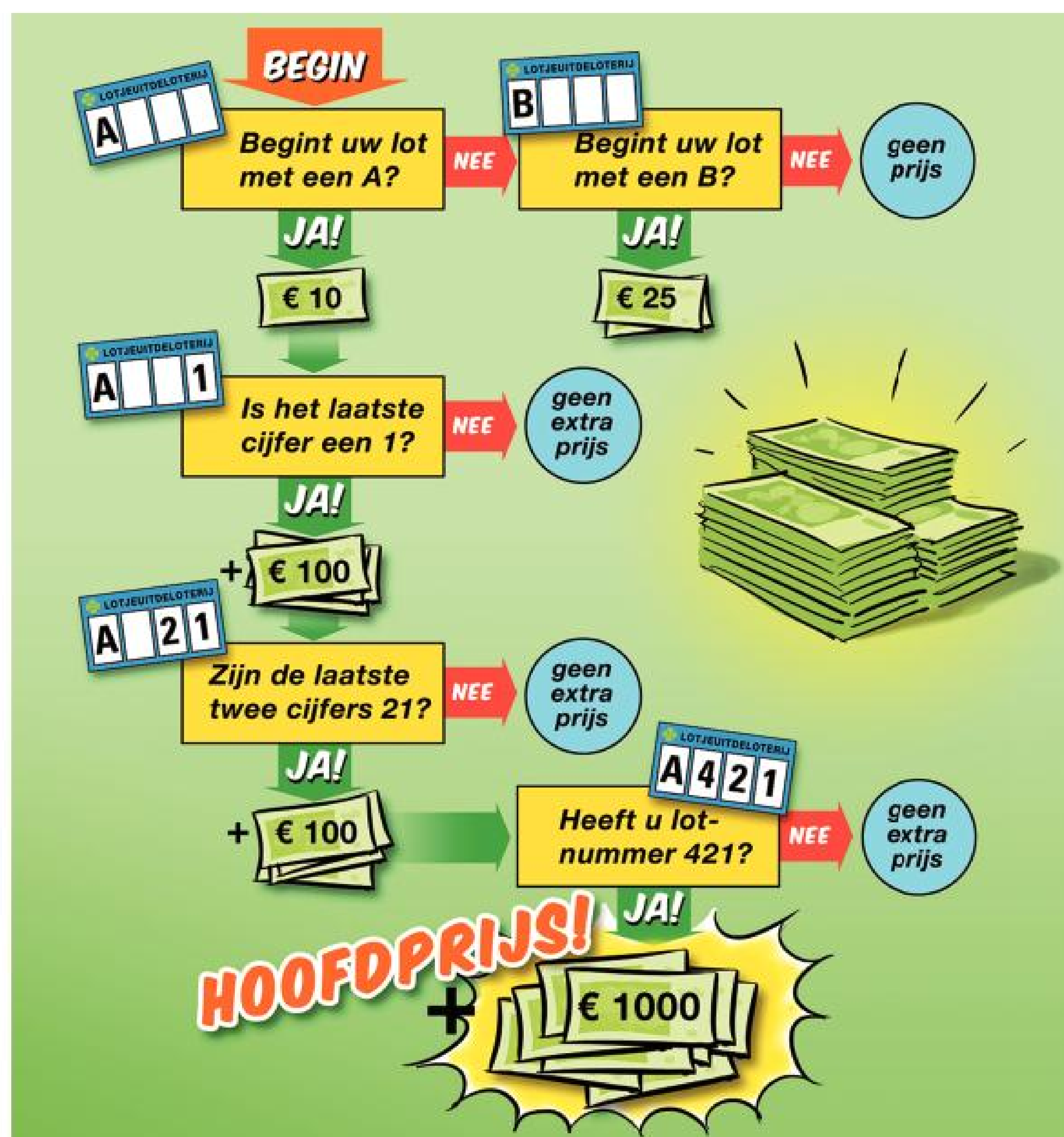
Willem III	Willem I
Willem Alexander	Juliana
Wilhelmina	Beatrix
Willem II	Emma*

*Emma regeerde niet als koningin, maar was regentes. Haar man, Willem III, overleed toen hun dochter Wilhelmina pas 10 was. Dat was te jong om koningin te worden. Daarom regeerde Emma in haar plaats.

© Noordhoff Uitgevers bv

Loterij

11 Floor heeft lot A871 gekocht. Met de graaf hiernaast zoekt zij op of ze een prijs gewonnen heeft. Een graaf met vragen en antwoorden wordt ook wel een stroomschema genoemd.



a Floor begint bij het *BEGIN* en beantwoordt de eerste vraag. Hoeveel euro levert de eerste vraag haar op?

b Floor volgt de pijl en beantwoordt de tweede vraag. Hoeveel euro krijgt ze nu extra?

c Floor volgt de pijl en beantwoordt de derde vraag. Hoeveel euro krijgt ze nu extra?

d Hoeveel euro krijgt Floor in totaal voor lot A871?

12 **a** Jurjen heeft lot B321 gekocht. Bereken met het stroomschema hoeveel euro Jurjen gewonnen heeft.

b Martin heeft twee loten gekocht met de nummers A312 en A421. Reken uit hoeveel prijzengeld hij in totaal gewonnen heeft.

ARTIKEL | BEROEP | GESCHIEDENIS | INFORMATIEF



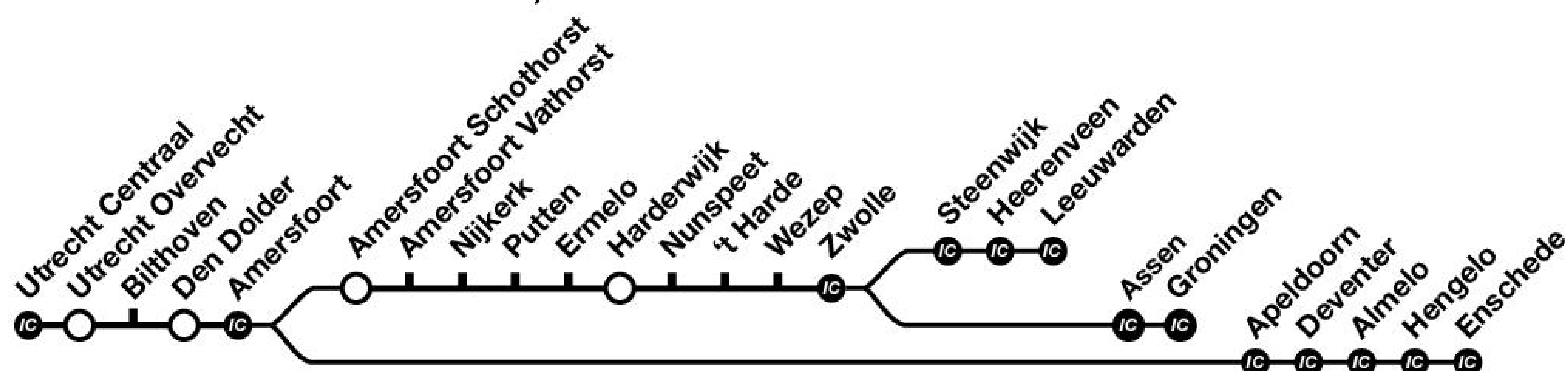
Grafen

De grafentheorie wordt behalve in de wiskundeles ook nog in allerlei situaties gebruikt. Zo wordt in een navigatiesysteem voor de auto of de fiets met behulp van grafentheorie de kortste route bepaald. En in de computerkunde wordt de grafentheorie gebruikt om verbindingen te controleren. Het internet is ook een graaf met heel veel punten en verbindingen. Daar moet veel aan gerekend worden om het internetverkeer zo snel mogelijk te laten verlopen.



Treinen

AMERSFOORT, LEEUWARDEN/GRONINGEN/ENSCHEDE



Intercity's stoppen alleen op de met (IC) aangegeven stations

Sprinters stoppen op alle stations

Vertrektijd		Dagen waarop de trein rijdt		Spoor	Bestemming/soort trein
5	50	ma di wo do vr	(A)	2	Utrecht Overvecht-Den Dolder-Amersfoort-**Zwolle** Sprinter
6	20	ma di wo do vr	(A)	2	Utrech Overvecht-Den Dolder-Amersfoort-**Zwolle** Sprinter
	20	ma di wo do vr	(A)	11a	Amersfoort-Zwolle-Steenwijk-**Leeuwarden** Intercity, stopt vanaf Zwolle op alle stations
	36	ma di wo do vr za	(B)	11a	Amersfoort-Apeldoorn-Deventer-**Enschede** Intercity
	50	ma di wo do vr za	(B)	2	Utrecht Overvecht-Den Dolder-Amersfoort-**Zwolle** Sprinter
	50	ma di wo do vr	(A)	11b	Amersfoort-Zwolle-Assen-**Groningen** Intercity
	50	za	(C)	11a	Amersfoort-Zwolle-Assen-**Groningen** Intercity

13 Op treinstations kom je borden tegen met informatie over treinverkeer. Bovenaan zo'n bord staat een graaf. Daaronder staan de vertrektijden van de treinen die bij de graaf horen. Ook kun je daar zien op welk spoor je moet zijn.
De lijst met vertrektijden is op het station veel langer dan die in je boek.

a Op welk station hangt de graaf hierboven?
b De eerste trein van deze graaf vertrekt op werkdagen om 5:50 uur.
Wat is de eindbestemming van die trein?
c Hoe vaak stopt die eerste trein onderweg? Gebruik de graaf.
d Vanaf welk spoor vertrekt die eerste trein op vrijdag?
e Hoe laat vertrekt de eerste trein op zaterdag?

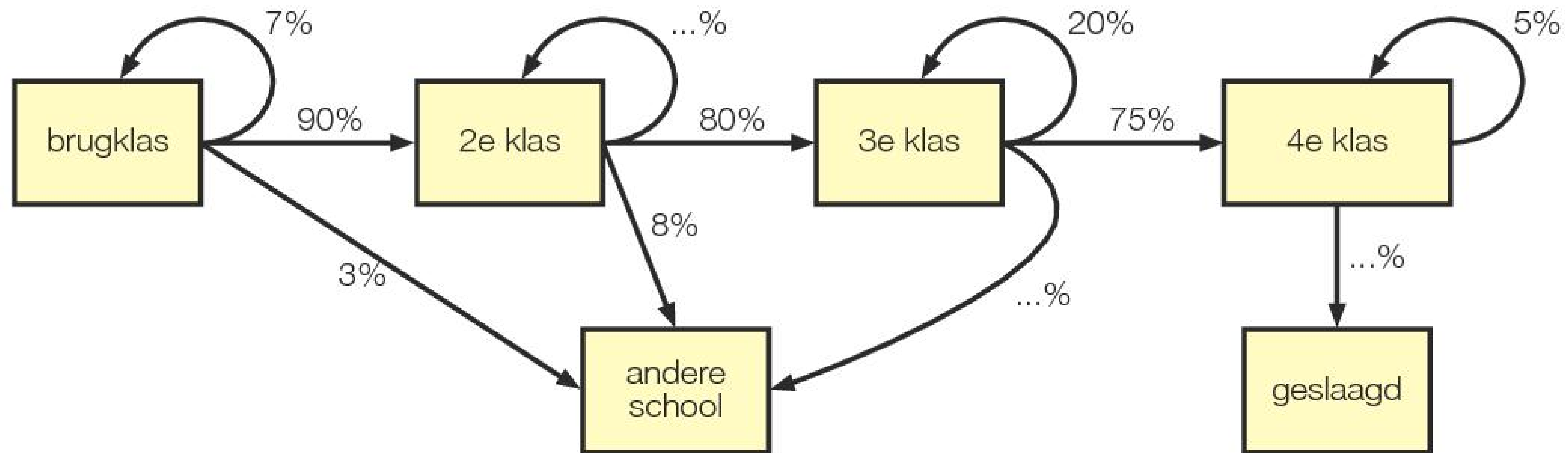
14 Fatih gaat op maandag zo vroeg mogelijk naar Assen.
Hij wil niet overstappen.

a Hoe laat vertrekt zijn trein?
b Vanaf welk spoor vertrekt zijn trein?
c In wat voor soort trein zit Fatih?
d Bij de hoeveelste keer stoppen moet Fatih uitstappen?

© Noordhoff Uitgevers bv

Anna College

15 In de figuur zie je een graaf over de leerlingen van het Anna College.



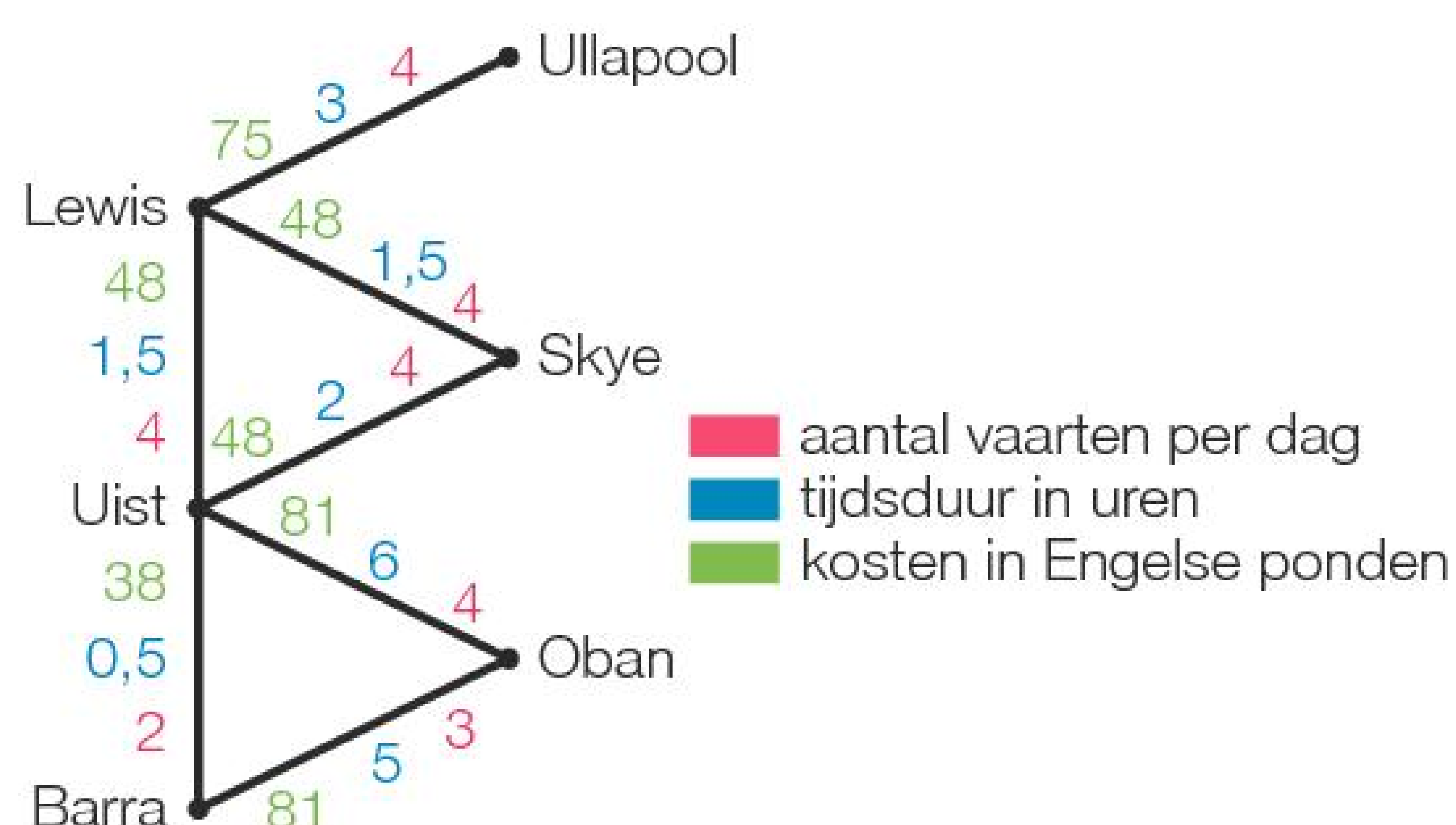
a Waarom is de graaf een gerichte graaf?
b Waarom is de graaf een gewogen graaf?
c Hoeveel procent van de leerlingen gaat van de brugklas over naar de tweede klas?
d Hoeveel procent van de brugklassers blijft zitten?
e En hoeveel procent gaat er naar een andere school?
f Bereken hoeveel procent van de tweedeklassers blijft zitten.
g Bereken hoeveel procent van de derdeklassers naar een andere school is gegaan.
h Bereken hoeveel procent van de vierdeklassers geslaagd is.

Schotland

16 Niek is op vakantie in Schotland. Hij maakt graag uitstapjes naar de eilanden voor de westkust. Daarom heeft hij bij de veerdiensten van de bootmaatschappij Caledonian MacBrayne een graaf gemaakt. Die graaf zie je op de volgende bladzijde.







a Niek is niet geïnteresseerd in de afstanden tussen de eilanden. Welke zaken zijn voor hem wel belangrijk?

b Niek neemt de goedkoopste route van Ullapool naar Uist. Hoelang zit hij op de boot?

c Op een dag wil Niek van Oban naar Uist. Op het ticketbureau raden ze hem af om via Barra te reizen. Hij zou dan 2 uur en 20 minuten langer onderweg zijn dan bij een rechtstreekse overtocht. Bereken de overstaptijd in Barra.

Rekenbreak

Welke maand is de vijfde maand?

Welke maanden horen bij het tweede kwartaal?

De vriend van Harry is jarig op 15 augustus. Hij wordt dan 17 jaar. Harry wordt 17 jaar op 5 oktober. Hoeveel dagen is Harry jonger dan zijn vriend?



Woordenlijst

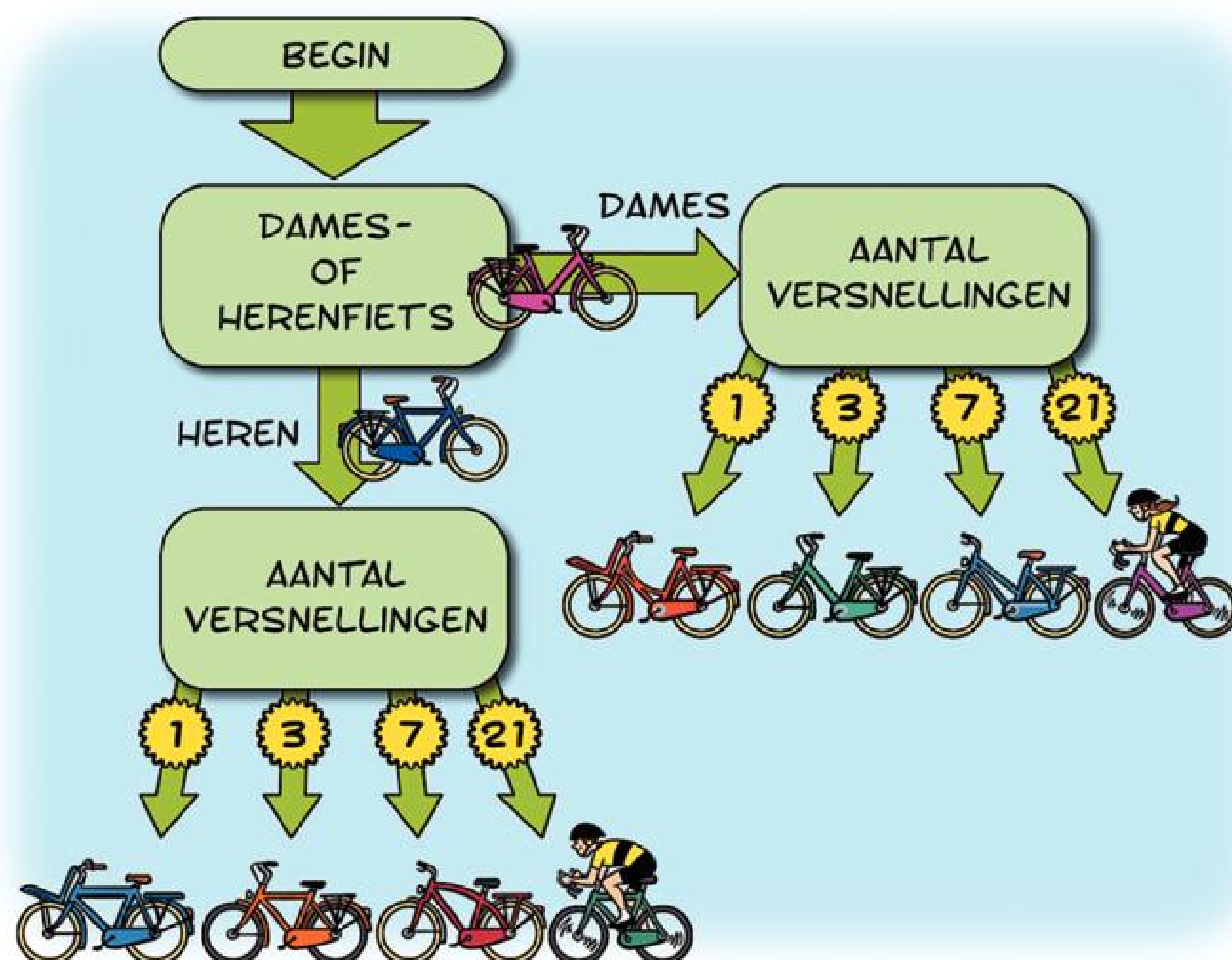
- afstandstabel
- gerichte graaf
- gewogen graaf
- graaf
- punten
- stamboom
- stroomschema
- verbindingen

© Noordhoff Uitgevers bv

1.2 Telproblemen

Dames- of herenfiets

17 Fietsenmaker Jansen verhuurt fietsen. Als je bij hem komt vraagt hij: ‘Wil je een damesfiets of een herenfiets?’
Daarna vraagt hij: ‘Hoeveel versnellingen wil je 1, 3, 7 of 21?’
Hiernaast zie je het stroomschema dat bij zijn vragen hoort.
Hoeveel soorten fietsen verhuurt Jansen?

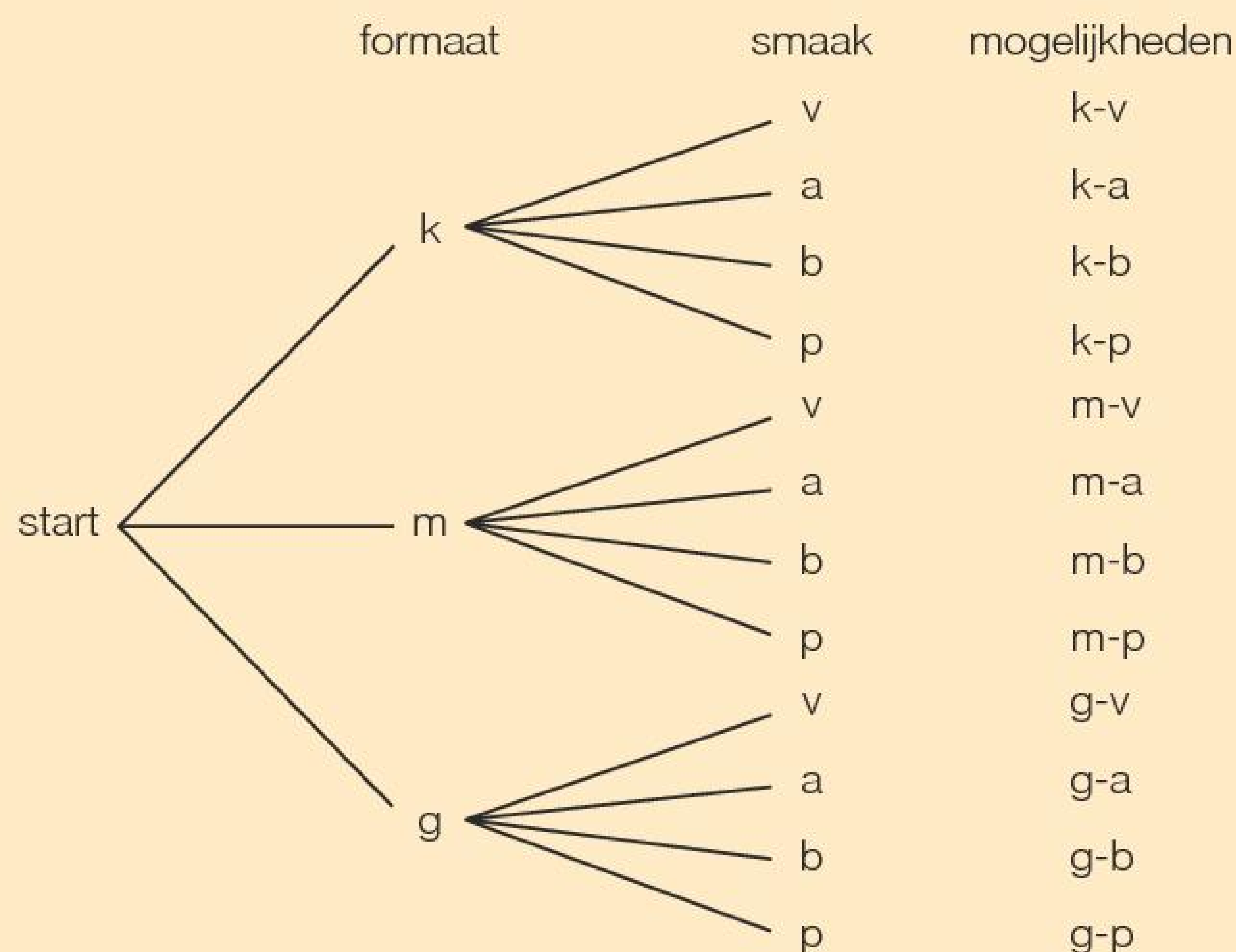


Theorie B Boomdiagram en wegendiagram

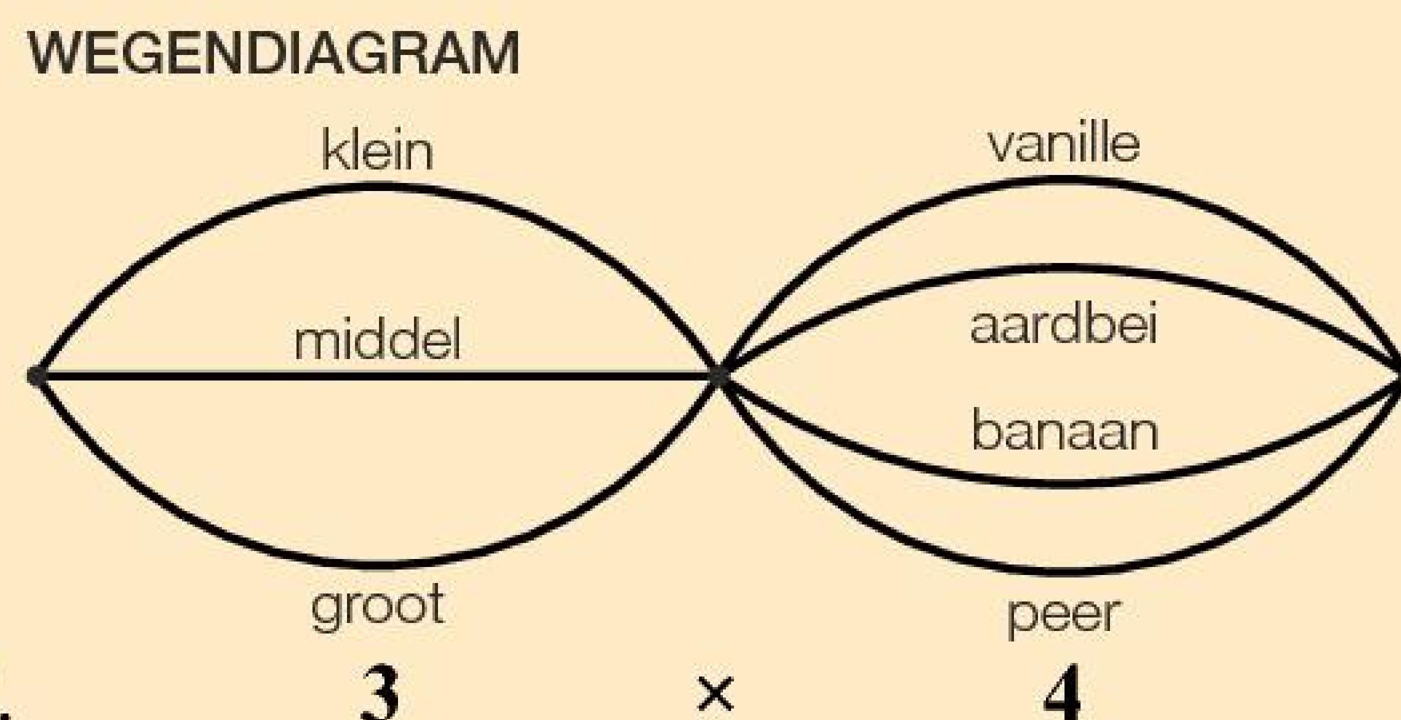
Bij snackbar Smulhoek kun je milkshakes kopen in de formaten klein, middel, groot en de smaken vanille, aardbei, banaan en peer.

Met een **boomdiagram** kun je alle mogelijkheden die er zijn uitschrijven. In een boomdiagram mag je afkortingen gebruiken.

BOOMDIAGRAM



Je kunt ook een **wegendiagram** maken. Je ziet dan alle keuzemogelijkheden.



Met een wegendiagram kun je snel het aantal **mogelijkheden** berekenen.
Het aantal mogelijkheden is 3 × 4 = 12.

Een boomdiagram gebruik je als je moet weten wélke mogelijkheden er zijn. Een wegendiagram gebruik je als je moet weten hoevéél mogelijkheden er zijn.

Voorbeeld Boomdiagram of wegendiagram

Opgave



Garage Heerda heeft vijf modellen auto's: A1, A2, A3, A4 en A5.
Voor de brandstof kun je kiezen uit benzine of diesel.
Elk model is in 6 kleuren te leveren, zwart, rood, beige, geel, wit en blauw.

a Bereken het aantal mogelijkheden.

b Model A4 en A2 zijn in de aanbieding. De aanbieding geldt alleen voor auto's op benzine.
De familie Kloosterman wil een auto uit de aanbieding kopen.
Uit hoeveel mogelijkheden kan de familie kiezen?

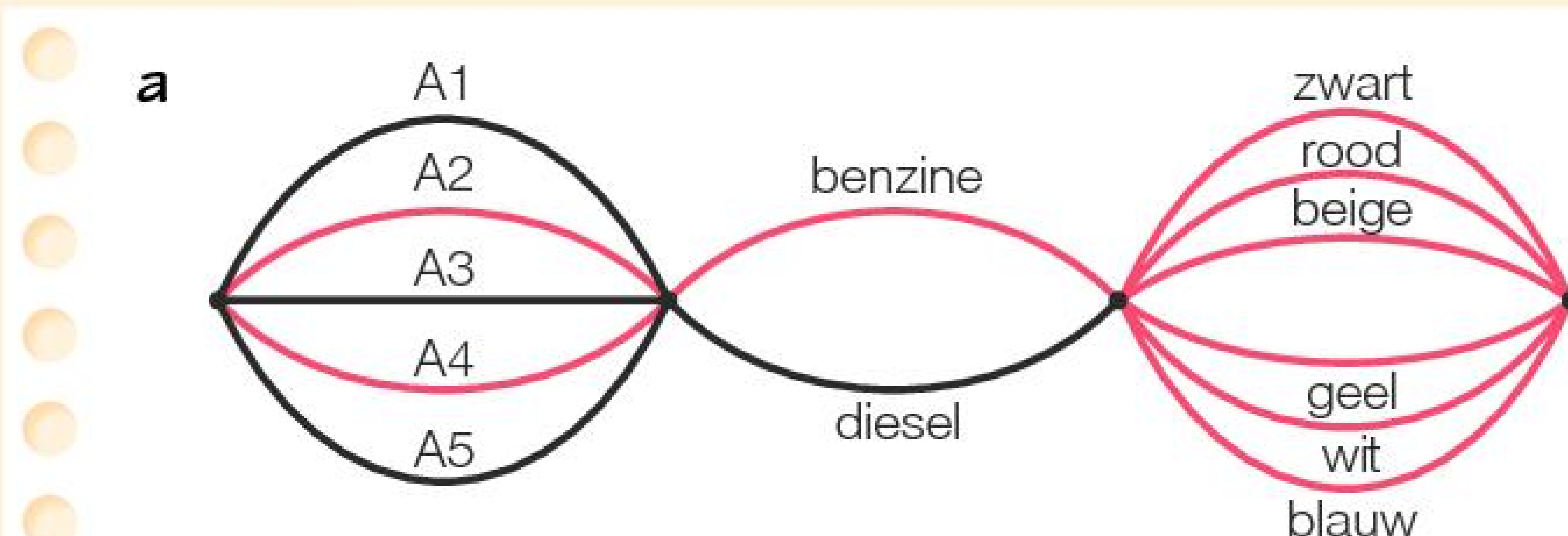
Aanpak

a Je moet weten hoevéél, dus gebruik een wegendiagram.

b Kleur in het wegendiagram de bogen van de auto's die in de aanbieding zijn. Bereken daarna de mogelijkheden.

Uitwerking

a



Er zijn 5 × 2 × 6 = 60 mogelijkheden.

b De familie Kloosterman kan kiezen uit 2 × 1 × 6 = 12 mogelijkheden.

© Noordhoff Uitgevers bv

Eetcafé

Test opgave

Eetcafé de Abdijhoeve biedt een driegangen keuzemenu aan voor € 16,50. De keuzes zie je hiernaast.

a Maak een boomdiagram met alle verschillende driegangenmenu's.

b Maak een wegendiagram dat bij de keuzes hoort.

c Hoeveel verschillende driegangenmenu's kun je samenstellen?

d Marja is vegetarisch, ze eet geen vlees en geen vis. Ze hoeft geen voorgerecht. Hoeveel mogelijkheden zijn er voor haar?

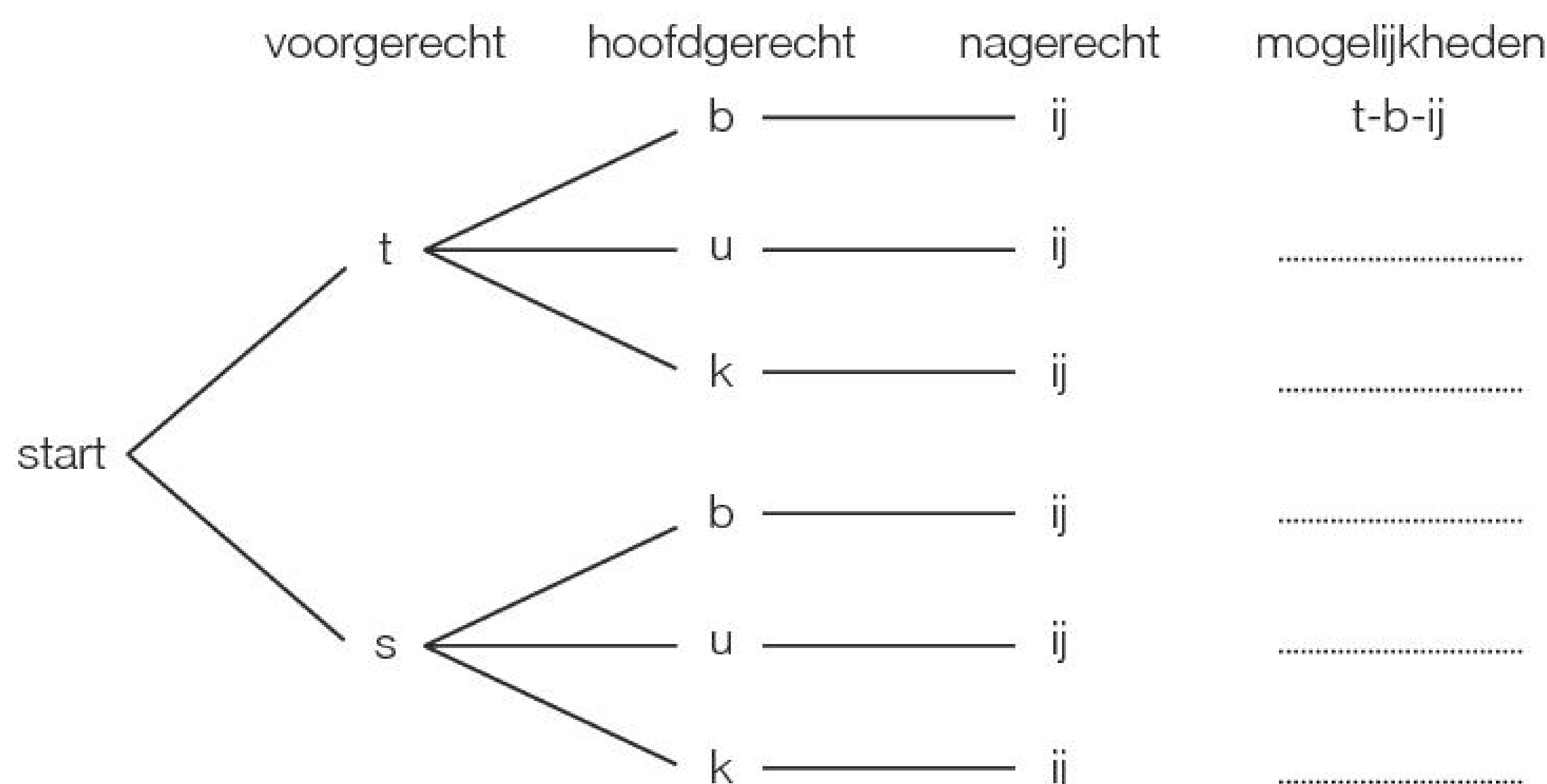


Prinsheerlijk

18

Bij Prinsheerlijk kun je voor de lunch kiezen uit verschillende menu's.

a Neem het boomdiagram over en vul hem verder in.





b Hoeveel mogelijkheden zijn er?

c Marit lust geen tomatensoep. Welke mogelijkheden heeft zij?

Hakan

19

Hakan weet nog niet wat hij op zaterdag gaat doen. Daarom maakt hij een boomdiagram van de mogelijkheden.

a Neem de boomdiagram over en vul de mogelijkheden in.

b In hoeveel mogelijkheden komt *bioscoop* voor?

c In hoeveel mogelijkheden komt *thuis* voor?

d In hoeveel mogelijkheden komt *alleen* voor?

ZATERDAG

mogelijkheden

start
alleen
uit
bios a - u - b
voetbal ....
thuis
tv ....
gamen ....
met broer
uit
bios ....
voetbal ....
thuis
tv ....
gamen ....

Menu

20

Bij eetcafé 't Stoepje kun je verschillende menu's samenstellen.
Maak een boomdiagram met alle mogelijke menu's.

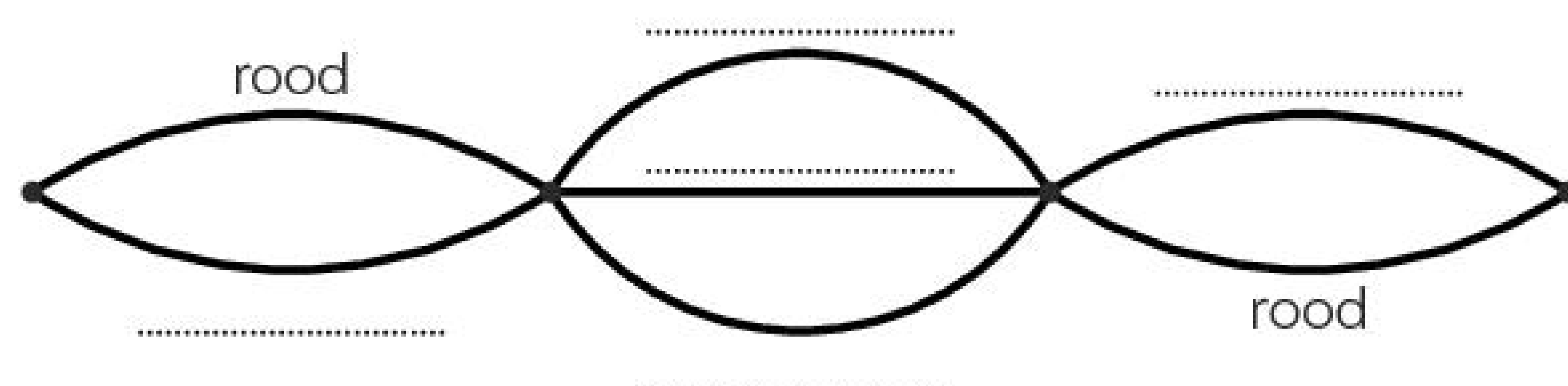


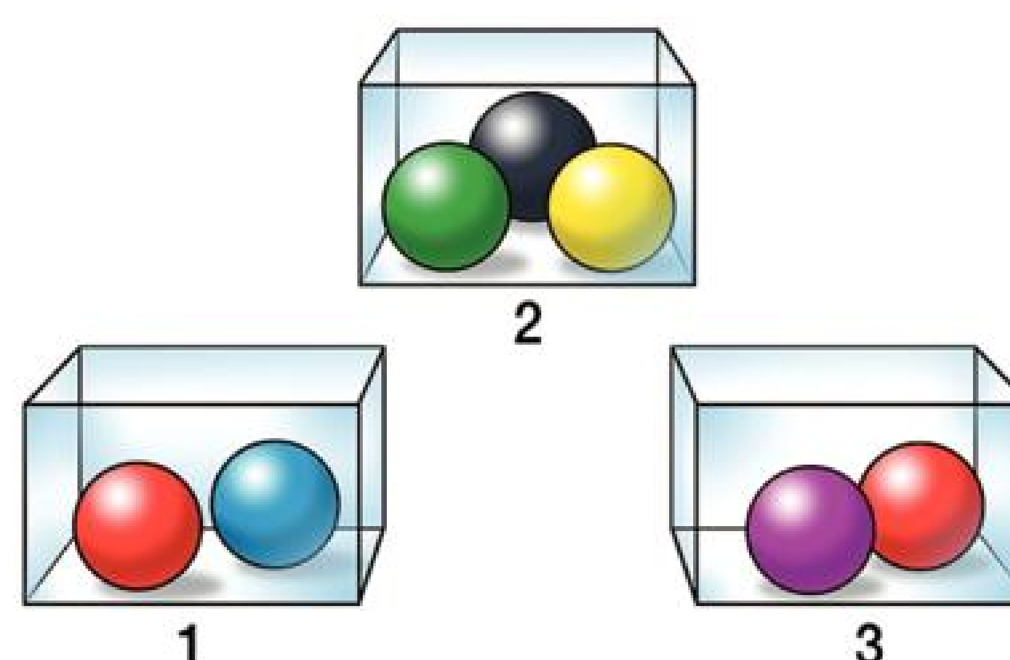
Liam

21

Er zijn drie bakken met gekleurde ballen. Liam kiest één bal uit elke bak. Bij zijn keuze kun je een wegendiagram maken.

a Neem het wegendiagram over en vul de kleuren bij de bogen verder in.





b Het aantal mogelijkheden kun je berekenen met $2 \times 3 \times 2$.
Hoeveel mogelijkheden zijn er?

c Liam wil geen rode ballen.
Hoeveel mogelijkheden zijn er dan nog?

© Noordhoff Uitgevers bv

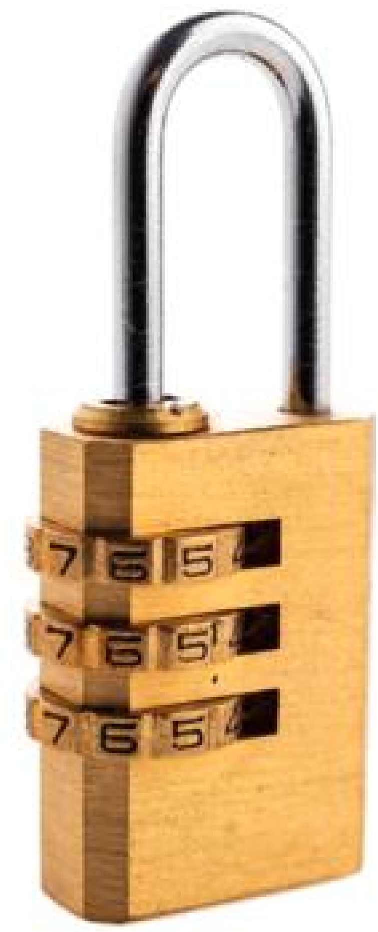
Cijferslot

22 Het cijferslot heeft drie wieltjes met cijfers. Op elk wieltje zitten de cijfers 0 tot en met 9.

a Maak een wegendiagram bij het cijferslot.

b De mogelijkheden bij een cijferslot noem je ook wel combinaties.
Hoeveel verschillende combinaties heeft het slot?

c Vind jij zo'n slot veilig? Leg uit waarom je dat vindt.



23 Ralf heeft het cijferslot hierboven.
Hij is zijn code vergeten.

a Hij weet dat het eerste cijfer een 6 of een 9 is.
Kleur die twee bogen rood. Gebruik het wegendiagram van de vorige opgave.

b Hij weet ook dat het tweede cijfer een 8 is.
Kleur ook die boog rood.



c Het laatste cijfer is 2, 3 of 4.
Kleur de bogen die daarbij horen ook rood.

d Hoeveel cijfercombinaties moet Ralf uitproberen?

e Welke cijfercombinaties zijn dat?

24 Marieke heeft het cijferslot van de foto hierboven. Zij is haar code vergeten. Ze weet dat het eerste cijfer een 7 is, het tweede cijfer een 2, 6 of 9 en het derde cijfer weet zij niet meer.
Hoeveel cijfercombinaties moet zij proberen?

Pinpas

25 De pincode van een bankpas bestaat uit 4 cijfers.



a Hoeveel verschillende pincodes zijn hiermee te maken?

b Pincodes met 4 dezelfde cijfers, zoals 3333, worden niet gebruikt.
Hoeveel mogelijkheden vallen er nu af?
Hoeveel mogelijkheden zijn er nog over?

c Hebben alle bankpassen in Nederland een andere pincode? Leg je antwoord uit.

ARTIKEL | **BEROEP** | GESCHIEDENIS | INFORMATIEF

Medewerker bank- en verzekeringswezen



Vind je het leuk om met mensen om te gaan, maar heb je ook een goed gevoel voor cijfers? Kun je goed luisteren, maar ook goed praten? Dan is werken bij een bank misschien wel iets voor jou. Mensen komen bij jou omdat ze geld willen lenen of een verzekering nodig hebben. Of ze moeten iets betalen of willen juist sparen. Je luistert goed naar de wensen van de klant en je bekijkt hoe zijn of haar financiële situatie is. Daarna geef je advies over welk product bij hem of haar past. Je maakt de papieren in orde en zet alles op de computer in een bestand. Je volgt de opleiding *Commercieel medewerker bank- en verzekeringswezen* op niveau 4. Na de opleiding kun je aan het werk bij een bank of verzekeringskantoor, waar je vaak ook nog een interne opleiding krijgt. Misschien zit je achter een bureau of een loket, maar het kan ook zijn dat je naar de klanten toe gaat.

Vakantie

26 *
Shanaya gaat met school op reis. Ze neemt twee spijkerbroeken en drie T-shirt's mee.

a Op hoeveel verschillende manieren kan Shanaya zich kleden?

b Tijdens de reis koopt zij er een spijkerbroek en twee T-shirts bij. Hoeveel extra mogelijkheden heeft ze nu om zich te kleden?

Auto

27 *
Bij autobedrijf Vermeulen is een type auto te koop in de kleuren blauw, rood en wit. Verder kun je kiezen uit benzine, elektrisch of hybride. De auto kan geleverd worden met of zonder verchroomde buitenspiegels.

a Schrijf alle mogelijkheden op.

b Daniel wil een elektrische auto. Hoeveel verschillende mogelijkheden heeft hij?

Cijfercombinaties

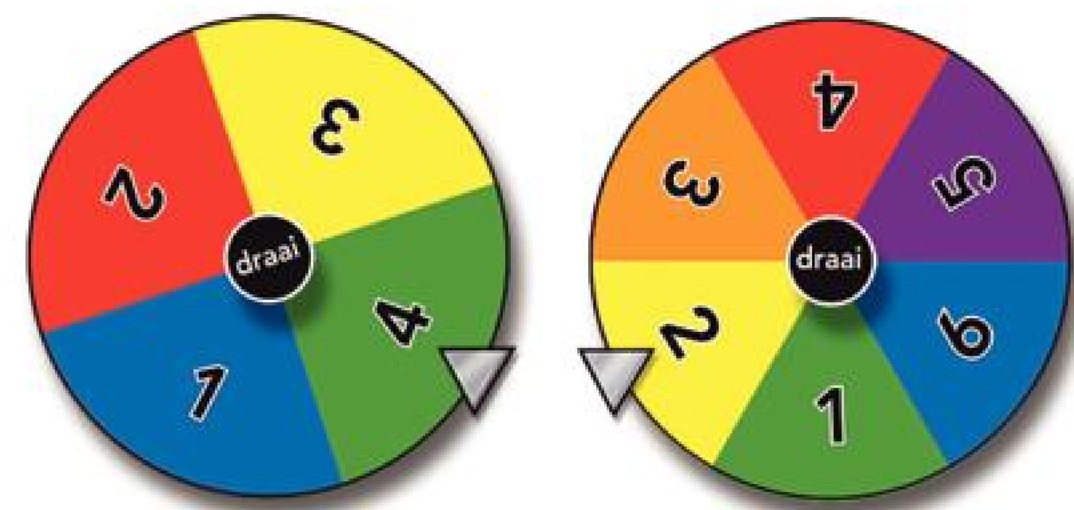
28 *
Met de cijfers 4, 6 en 8 kun je combinaties maken. Eén van die combinaties is 648.
Schrijf alle combinaties op die je kunt maken met de cijfers 4, 6 en 8.

© Noordhoff Uitgevers bv

29 **a** Met de cijfers 8, 0, 0 en 0 kun je vier combinaties maken.
Eén van die combinaties is 8000.
Schrijf de andere drie combinaties op.
b Met de cijfers 1, 1, 2 en 2 kun je zes combinaties maken.
Eén van de combinaties is 1212.
Schrijf alle combinaties op die je kunt maken met deze cijfers.

Draaischijf

30 Hina draait de schijven hiernaast. De uitkomsten telt ze op.
a Op hoeveel manieren kan ze als som 6 krijgen?
b Op hoeveel manieren kan ze als som minder dan 6 krijgen?

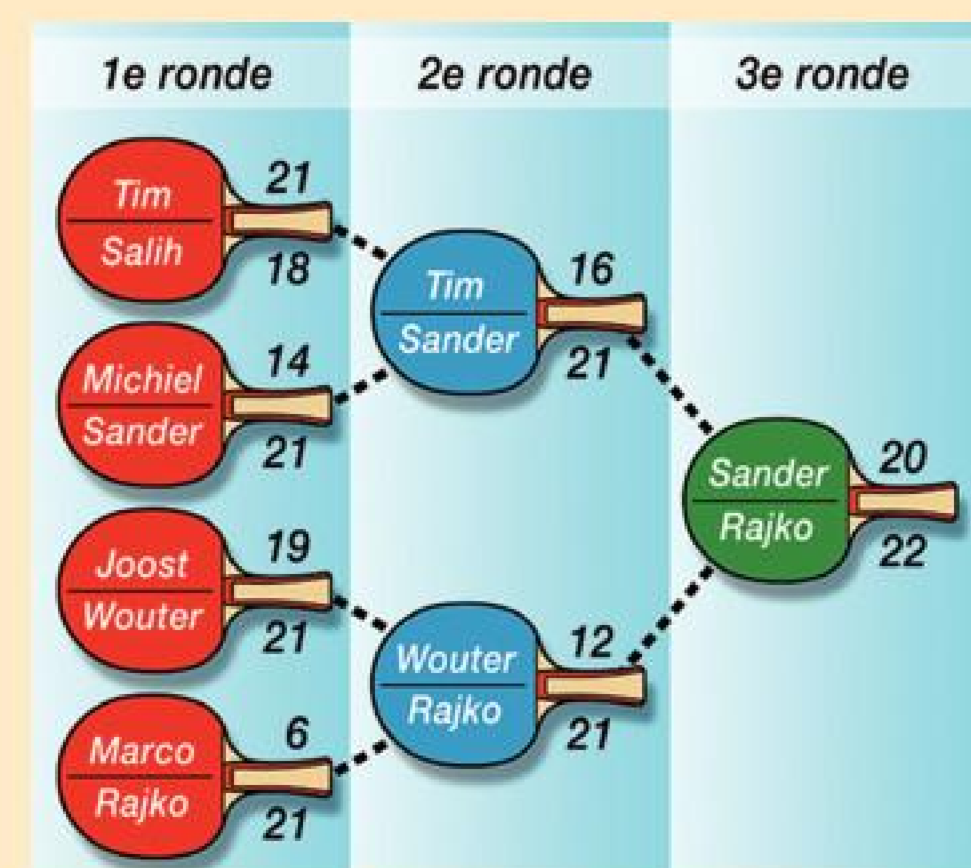


Theorie C Wedstrijden

Om te bepalen wie de winnaar is van een serie wedstrijden zijn er verschillende systemen.

1 Afvalsysteem

De jongens van T4b spelen een tafeltennistoernooi. Wie wint gaat door naar de volgende ronde, wie verliest valt af. Dat noem je het afvalsysteem. Je ziet dat Tim met 21-18 heeft gewonnen van Salih. Salih valt af. Rajko is de winnaar van het toernooi. In totaal worden er 4 + 2 + 1 = 7 wedstrijden gespeeld.
Er zijn drie rondes. De winnaar heeft drie wedstrijden gespeeld.
Een afvalsysteem wordt ook wel **knock-outsysteem** genoemd.



2 Hele competitie

Vier teams spelen elk twee keer tegen elkaar: één keer thuis en één keer uit. Dat heet een hele competitie. De uitslagen kun je in een schema zetten.
Team B heeft thuis gewonnen van team D met 1-0.
Het aantal wedstijden in de hele competitie kun je berekenen.

Hele competitie

thuis \ uit	A	B	C	D
A		2-2	1-0	2-5
B	1-4		0-3	1-0
C	3-2	2-4		3-2
D	1-0	3-2	2-4	

totaal aantal wedstrijden = aantal teams × aantal tegenstanders

In een hele competitie met vier teams zijn er in totaal
4 (aantal teams) × 3 (tegenstanders) = 12 wedstrijden.

Elk van de vier teams heeft drie tegenstanders. Je speelt één keer thuis en één keer uit. Elk team speelt in totaal 3 × 2 = 6 wedstrijden.

3 Halve competitie

Het aantal wedstijden in een halve competitie kun je berekenen.
totaal aantal wedstrijden = 0,5 × aantal teams × aantal tegenstanders
In een halve competitie met vier teams zijn er in totaal 0,5 × 4 × 3 = 6 wedstrijden.

Halve competitie

	A	B	C	D
A				
B	2-4			
C	3-2	4-2		
D	4-0	8-7	2-3	

In een halve competitie met vier teams spelen de teams één keer tegen elkaar. Elk team heeft drie tegenstanders. Elk team speelt dus 3 wedstrijden.

Voorbeeld Aantal wedstrijden berekenen

Opgave

Bij een volleybaltoernooi komen 16 teams. Ze kunnen het toernooi op verschillende manier spelen.

a Hoeveel wedstrijden zijn er als ze spelen volgens een afvalsysteem?
b Hoeveel wedstrijden speelt de winnaar met een afvalsysteem?
c Hoeveel wedstrijden zijn er als ze spelen volgens een hele competitie?
d Hoeveel wedstrijden speelt elk team in een hele competitie?

Aanpak

a De eerste ronde worden er 16 : 2 = 8 wedstrijden gespeeld.
De tweede ronde worden er 8 : 2 = 4 wedstrijden gespeeld.
De derde ronde worden er 4 : 2 = 2 wedstrijden gespeeld.
De vierde ronde wordt 2 : 2 = 1 wedstrijd gespeeld.
b Er zijn vier rondes gespeeld.
c Gebruik de formule
totaal aantal wedstrijden = aantal teams × aantal tegenstanders.
d Elk team heeft 15 tegenstanders. Ze spelen thuis en uit.

© Noordhoff Uitgevers bv

Uitwerking

a aantal wedstrijden = 8 + 4 + 2 + 1= 15
b De winnaar speelt vier wedstrijden.
c aantal wedstrijden = 16 × 15 = 240
d Elk team speelt 15 × 2 = 30 wedstrijden.

Wedstrijden

Test opgave

a Hoeveel wedstrijden worden gespeeld bij een hele competitie tussen 12 teams?

b Tijdens een damwedstrijd spelen 32 dammers volgens het afvalsysteem.
Hoeveel partijen heeft de winnaar gespeeld?

c Hoeveel wedstrijden speelt elk team bij een halve competitie tussen 15 teams?

Sport

31 [▸ WERKBOEK] In een schaaktoernooi spelen 16 spelers volgens het afvalsysteem.



a Hoeveel tweetallen kun je maken met 16 spelers, dus hoeveel wedstrijden zijn er in de eerste ronde? Vul het in de tabel in.

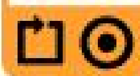
b De winnaars gaan naar de tweede ronde.
Hoeveel spelers gaan naar de tweede ronde? Vul het in de tabel in.

c Hoeveel wedstrijden worden gespeeld in de tweede ronde? Vul het in de tabel in.

d Vul de tabel verder in.

e Hoeveel wedstrijden heeft de winnaar gespeeld?

1e ronde	2e ronde	3e ronde	4e ronde
16 spelers	... spelers	... spelers	... spelers
... wedstrijden	... wedstrijden	... wedstrijden	... wedstrijd



32 In een voetbalcompetitie spelen 18 teams.

a Hoeveel tegenstanders heeft elk team?

b In een hele competitie speelt elk team één keer thuis en één keer uit.
Hoeveel wedstrijden speelt elk team?

c Hoeveel wedstrijden worden er in totaal gespeeld bij een hele competitie? Gebruik de formule
totaal aantal wedstrijden = aantal teams × aantal tegenstanders.



33 Acht volleybalteams spelen een halve competitie.

a Hoeveel tegenstanders heeft elk team?

b In een halve competitie spelen de teams maar één keer tegen elkaar.
Hoeveel wedstrijden speelt elk team?

c Hoeveel wedstrijden worden er in totaal gespeeld bij een halve competitie? Gebruik de formule
totaal aantal wedstrijden = 0,5 × aantal teams × aantal tegenstanders.



34 In een basketbalcompetitie spelen 14 teams een hele competitie.

a Hoeveel wedstrijden speelt elk team?

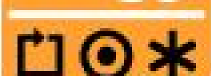
b Hoeveel wedstrijden worden er in totaal gespeeld?



35 In een korfbaltoernooi spelen 10 teams een halve competitie.

a Hoeveel wedstrijden speelt elk team?

b Hoeveel wedstrijden worden er in totaal gespeeld?



36 Tijdens een damwedstrijd spelen 64 dammers volgens het afvalsysteem.
Hoeveel partijen heeft de winnaar gespeeld?



37 Hieronder zie je wedstrijdschema's met uitslagen. Zeg van elk wedstrijdschema bij welk systeem het hoort.

UIT / THUIS

	VHV	GROEN BLAUW	FC Rockanje	ALTIJD WINST
VHV		5-1	1-3	3-4
GROEN BLAUW	3-1		5-7	0-4
FC Rockanje	4-4	0-3		5-1
ALTIJD WINST	5-7	1-0	3-3	

RONDE 1	RONDE 2	RONDE 3
Ab 3 – Fatin 1	Ab 3 – ... 1	... 5 – ... 4
Omar 0 – Fatima 2		
Mireille 3 – Manon 1	Mireille 3 – ... 1	
Sandra 5 – Kim 2		

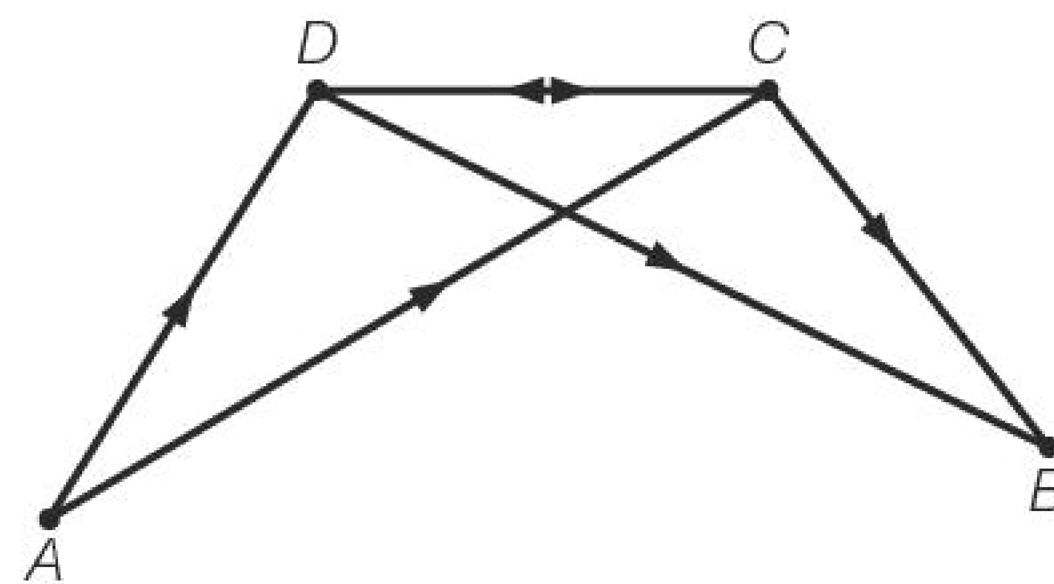
UIT / THUIS

	FC Doorgaan	KVC	Rood Wit
FC Doorgaan			
KVC	3-0		
Rood Wit	5-1	0-7	

© Noordhoff Uitgevers bv



38 In de graaf zie je vier hockeyclubs die tegen elkaar een hele competitie spelen. De pijl van *A* naar *C* betekent *A speelt thuis tegen C*.



a Welke clubs hebben nog niet tegen elkaar gespeeld?

b Welke clubs hebben al twee keer tegen elkaar gespeeld?

c Hoeveel wedstrijden moeten er nog gespeeld worden?



39 Hiernaast zie je de uitslagen van een handbaltoernooi.
Welk team is de winnaar van het toernooi?

winst = 3 punten
gelijkspel = 1 punt
verlies = 0 punten

UIT

THUIS	3A	3B	3C	3D
3A	X	3-1	0-2	2-2
3B	4-1	X	1-1	1-5
3C	1-3	0-4	X	3-1
3D	2-0	2-3	0-0	X

Rekenbreak



Bereken.

25 × 60 L = ... m³

2,5 m³ − 800 L = ... L

In de kruiwagen van Marloes en Frank gaat 80 liter. Zij moeten 4 m³ zand naar hun achtertuin brengen.
Hoe vaak vullen zij de kruiwagen?



Woordenlijst

- afvalsysteem
- boomdiagram
- combinatie
- halve competitie
- hele competitie
- knock-outsysteem
- mogelijkheden
- toernooi
- wegendiagram

© Noordhoff Uitgevers bv

1.3 Kans

Weersverwachting

40 Bekijk de tabel met de weersverwachting.

a Op welke dagen is de kans op regen het grootst?
b Hoe groot is die kans dan?
c Op welke dagen is de kans op zon het grootst?
d Hoe groot is die kans dan?

WEERSVOORUITZICHT - NEDERLAND

	MA	DI	WO	DO	VR	ZA	ZO
Water							
Dag- en nacht-temperatuur	17° 8°	16° 12°	17° 10°	19° 14°	19° 13°	18° 12°	17° 11°
Neerslagkans	30%	90%	90%	70%	70%	40%	40%
Zonkans	50%	10%	30%	40%	20%	50%	20%
Windrichting en -kracht	Z 4	ZW 5	Z 4	ZW 4	Z 4	ZW 4	ZW 2

Theorie D Kans

In het dagelijks leven praat je veel over **kans**.
- Hoe groot is de kans dat je overgaat?
- Hoe groot is de kans dat je wint in een loterij?

Je kunt niet met zekerheid zeggen wat er zal gebeuren, maar sommige dingen hebben een grotere kans dan andere. Ook bij beslissingen heb je soms met kans te maken. Is de kans op regen 90%? Neem dan regenkleding of een paraplu mee.

In sommige situaties kun je kansen berekenen.
Je gooit met één dobbelsteen. Je hebt dan zes mogelijkheden.
De kans op is dan 1 op 6.
Dat is het zelfde als $\frac{1}{6}$ of 16,7%.
Je gooit 120 keer met één dobbelsteen.
Je kunt dan $\frac{1}{6} \times 120 = 20$ keer verwachten.

		: 6	× 1
%	100	×	? 16,666...
aantal	6	1	1
		: 6	× 1

Voorbeeld Kans berekenen

Opgave
Yusuf gooit met twee dobbelstenen en telt het aantal ogen bij elkaar op.
a Hoe groot is de kans dat hij 8 ogen gooit? Geef je antwoord als breuk en in procenten.
b Yusuf gooit 150 keer.
Hoeveel keer verwacht je dat Yusuf 8 ogen gooit?

© Noordhoff Uitgevers bv

Aanpak

a Maak een schema met daarin alle mogelijkheden.
Tel het aantal keren dat 8 ogen voorkomt.
Maak de breuk $\frac{\text{aantal keren dat 8 voorkomt}}{\text{totaal aantal mogelijkheden}}$.
Reken de breuk om naar een percentage.

b Vermenigvuldig de breuk van vraag a met 150.
Rond je antwoord af op een geheel getal.

Uitwerking

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	2	3	4	5	6

a De kans dat Yusuf 8 ogen gooit is $\frac{5}{36}$.

	: 36	× 5	
%	100	×	? 13,888...
aantal	36	1	5
	: 36	× 5	

De kans dat hij 8 ogen gooit is 13,9%.

b $\frac{5}{36} \times 150 = 20{,}833...$
Er wordt verwacht dat Yusuf 21 keer 8 ogen gooit.

Aantal ogen

Test opgave

Sanne gooit met twee dobbelstenen. Ze telt het aantal ogen bij elkaar op.

a Hoe groot is de kans dat Sanne 12 ogen gooit?
Schrijf je antwoord als breuk en in procenten.

b Hoe groot is de kans dat Sanne 7 ogen gooit?
Schrijf je antwoord als breuk en in procenten.

c Sanne gooit 60 keer.
Hoeveel keer verwacht je dat ze 9 ogen gooit?

Eén dobbelsteen

41 Marcel speelt mens-erger-je-niet. Hij gooit met één dobbelsteen.

a Hoeveel mogelijkheden zijn er?

b Welke kans is groter:
de kans op 6 ogen of *de kans op geen 6 ogen*?

c Welke kans is groter: *de kans op meer dan 3 ogen* of *de kans op minder dan 3 ogen*?



Met twee dobbelstenen

42 Bij monopoly gooi je met twee dobbelstenen tegelijk. Daarna tel je het aantal ogen op.

a Wat is het laagste aantal ogen dat je kunt gooien met twee dobbelstenen?

b Wat is het hoogste aantal ogen dat je kunt gooien?

43 [WERKBOEK] In het schema hiernaast kun je alle mogelijkheden van het gooien met 2 dobbelstenen opschrijven.
In het gele vakje staat 6. Dat is de uitkomst als je met de blauwe dobbelsteen 4 ogen gooit en met de rode 2 ogen.

a Welke worp hoort er bij het groene vakje?

b Vul het schema verder in.

	1	2	3	4	5	6
6						
5			(groen)			
4						
3						
2				6		
1						

44 [WERKBOEK] Er zijn 36 vakjes in het schema.

a In hoeveel vakjes staat 2?

b Welke breuk hoort daarbij?

c Reken de breuk om naar procenten.
Gebruik de procententabel.

%	100		?
aantal	36		

Gooien

45 Maxim gooit met twee dobbelstenen.

a Hoe groot is de kans dat hij 9 ogen gooit?
Geef je antwoord als breuk en in procenten.

b Maxim gooit 75 keer.
Hoeveel keer verwacht je dat hij 9 ogen gooit?

46 Annette gooit met twee dobbelstenen.

a Hoe groot is de kans dat zij 4 ogen gooit?
Geef je antwoord als breuk en in procenten.

b Maxim gooit 90 keer.
Hoeveel keer verwacht je dat hij 4 ogen gooit?

© Noordhoff Uitgevers bv

Getallenjacht

47 Speel het spel *getallenjacht* met een klasgenoot. Lees eerst de spelregels.

Spelregels bij getallenjacht

1 Elke speler schrijft 5 getallen op.

2 Gooi om de beurt met 2 dobbelstenen.
Gooi je één van je 5 getallen?
Streep dat dan door.

3 Wie het eerst alle getallen heeft doorgestreept krijgt 1 punt.

4 Speel het spel een aantal keren.
Wie het eerst 3 punten heeft, is de winnaar.



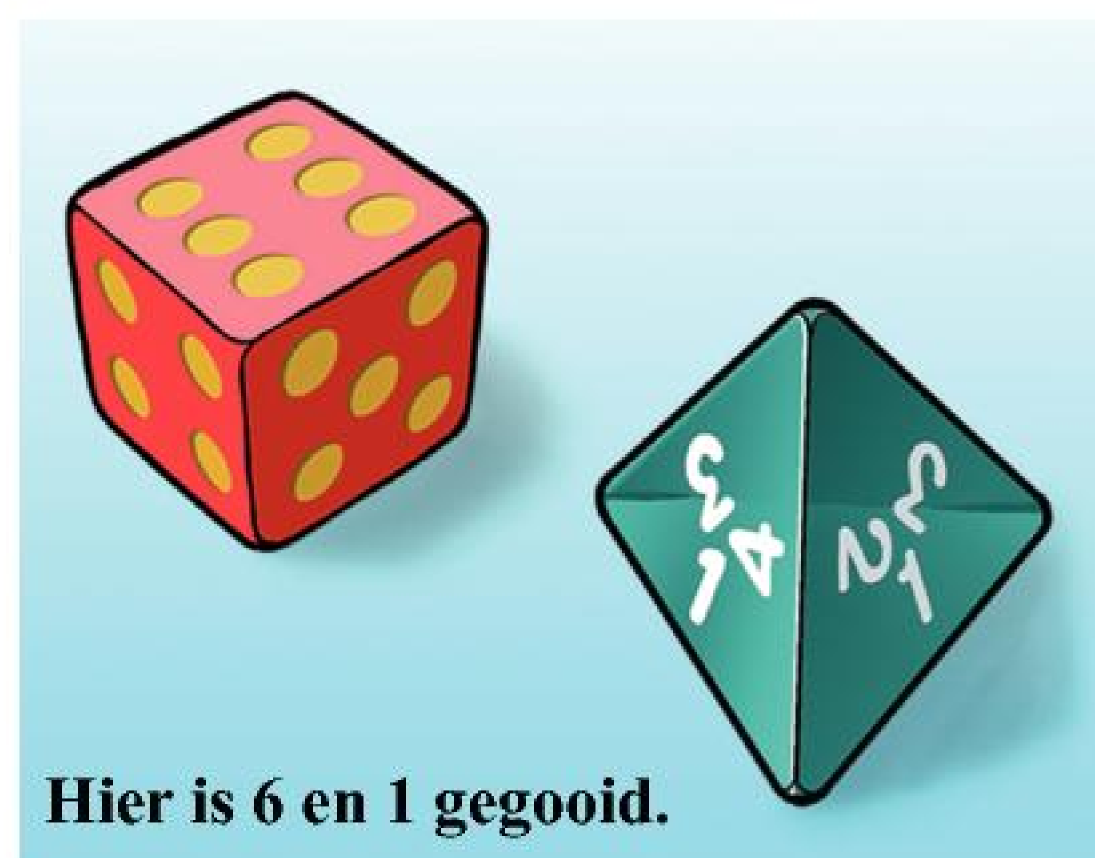
48 Met welke tactiek vergroot je de kans om *getallenjacht* te winnen?

Dobbelstenen

49 Paul gooit een gewone dobbelsteen en met een viervlaksdobbelsteen.
Een viervlaksdobbelsteen heeft vier vlakken met de getallen 1 t/m 4.

a Hoe groot is de kans dat Paul 5 gooit? Geef je antwoord als breuk en in procenten.

b Paul gooit 80 keer.
Hoeveel keer verwacht je dat hij 10 gooit?



Hier is 6 en 1 gegooid.

Enveloppen

50 Lydia is jarig. Zij mag van haar oma kiezen uit vier enveloppen. In deze enveloppen zitten bedragen van € 10, € 15, € 20 en € 25. Van haar opa mag zij kiezen uit drie enveloppen. Hierin zitten bedragen van € 10, € 20 en € 20.

a Hoe groot is de kans dat zij € 40 krijgt? Geef je antwoord als breuk en in procenten.

b De opa en oma van Lydia hebben 8 kleinkinderen.
Hoeveel keer verwacht je dat zij € 35 aan hun kleinkinderen kwijt zijn?

© Noordhoff Uitgevers bv

Kop of munt

51

Een geldstuk heeft twee kanten. De kant waar het bedrag op staat noemen we *munt*. De andere kant heet *kop*.
Je gooit een geldstuk op en kijkt welke kant boven is.



kop



munt

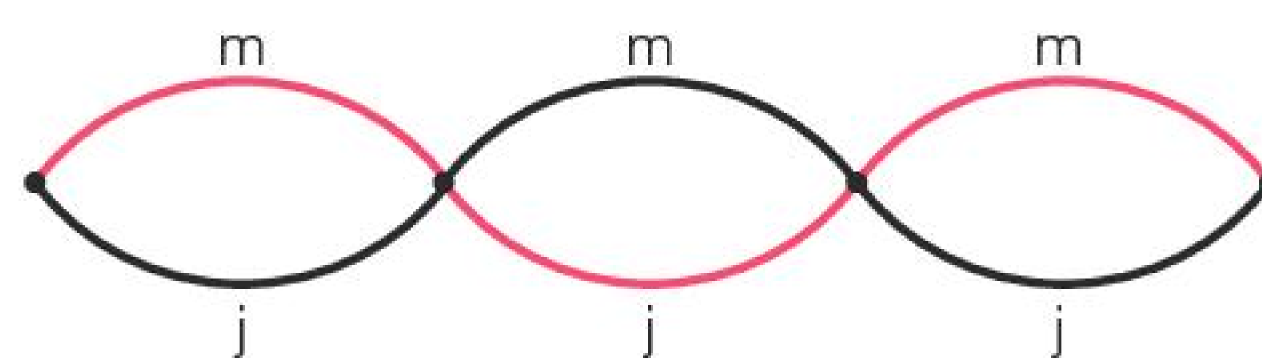
a Hoe groot is de kans op *kop*?
Geef je antwoord als een breuk en in procenten.

b Je gooit 80 keer een geldstuk op.
Hoe vaak verwacht je dat er *kop* boven ligt?

Jongen of meisje

52

Het wegendiagram hoort bij een gezin met drie kinderen.
De mogelijkheid *m* – *j* – *m* is rood gekleurd.



De mogelijkheid *m* - *j* - *m* is rood gekleurd.

a Hoeveel mogelijkheden zijn er?

b Schrijf alle mogelijkheden op.

c In hoeveel mogelijkheden zijn er twee jongens en één meisje? Hoe groot is die kans? Geef je antwoord als breuk.

Rekenbreak



Vul in.

400 g + 0,8 kg = ... kg

2,5 × 600 g = ... kg

Hoeveel gram wegen de ingrediënten voor de appeltaart samen?
Hoeveel kilogram is dat?

Recept voor appeltaart

- 400 g bloem
- 175 g roomboter of margarine
- 1 ei (ongeveer 95 g)
- 1 kg (ca. 6 stuks) zachtzure appels
- 50 g suiker
- 75 g rozijnen
- 5 g kaneel



Woordenlijst

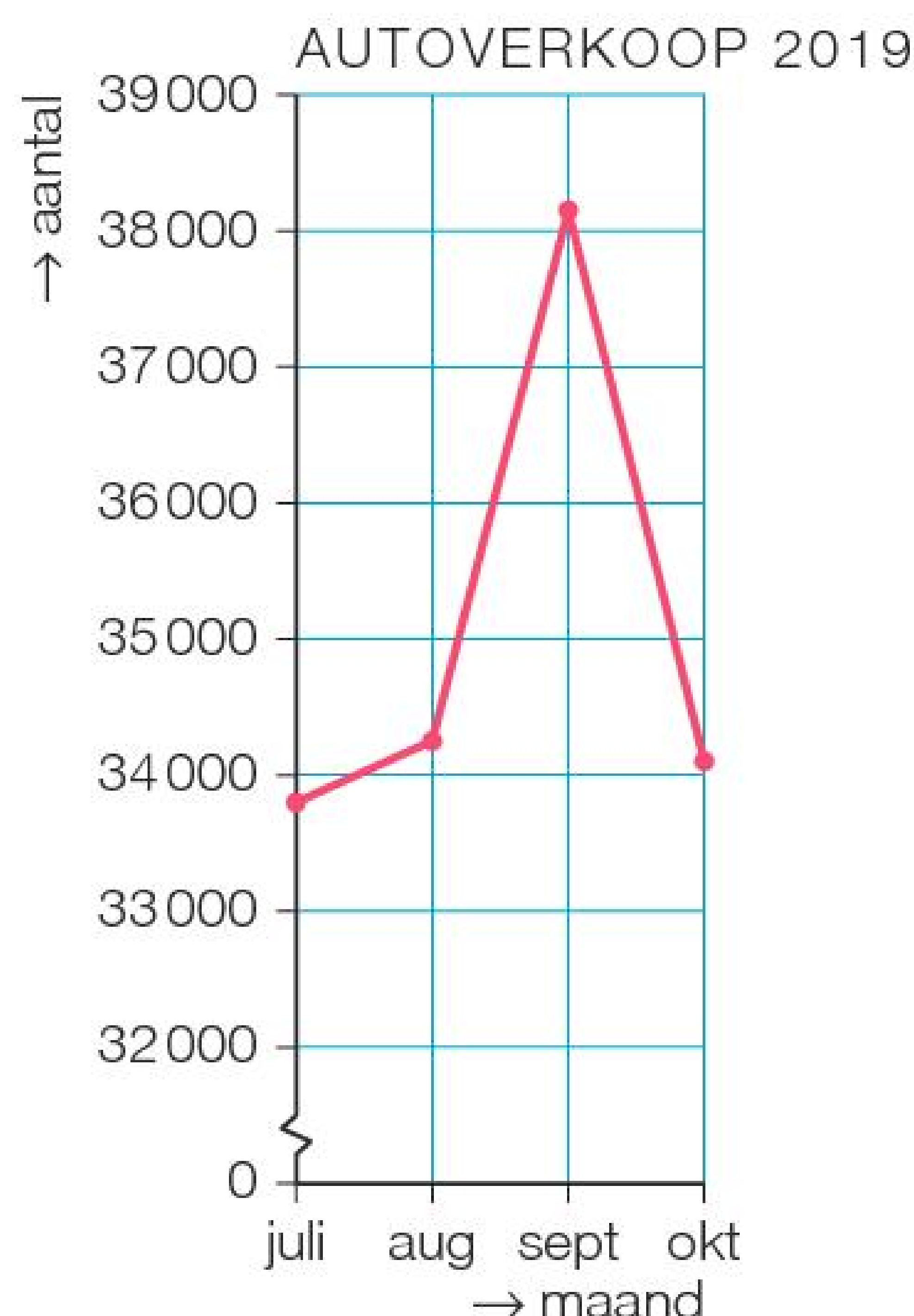
- kans

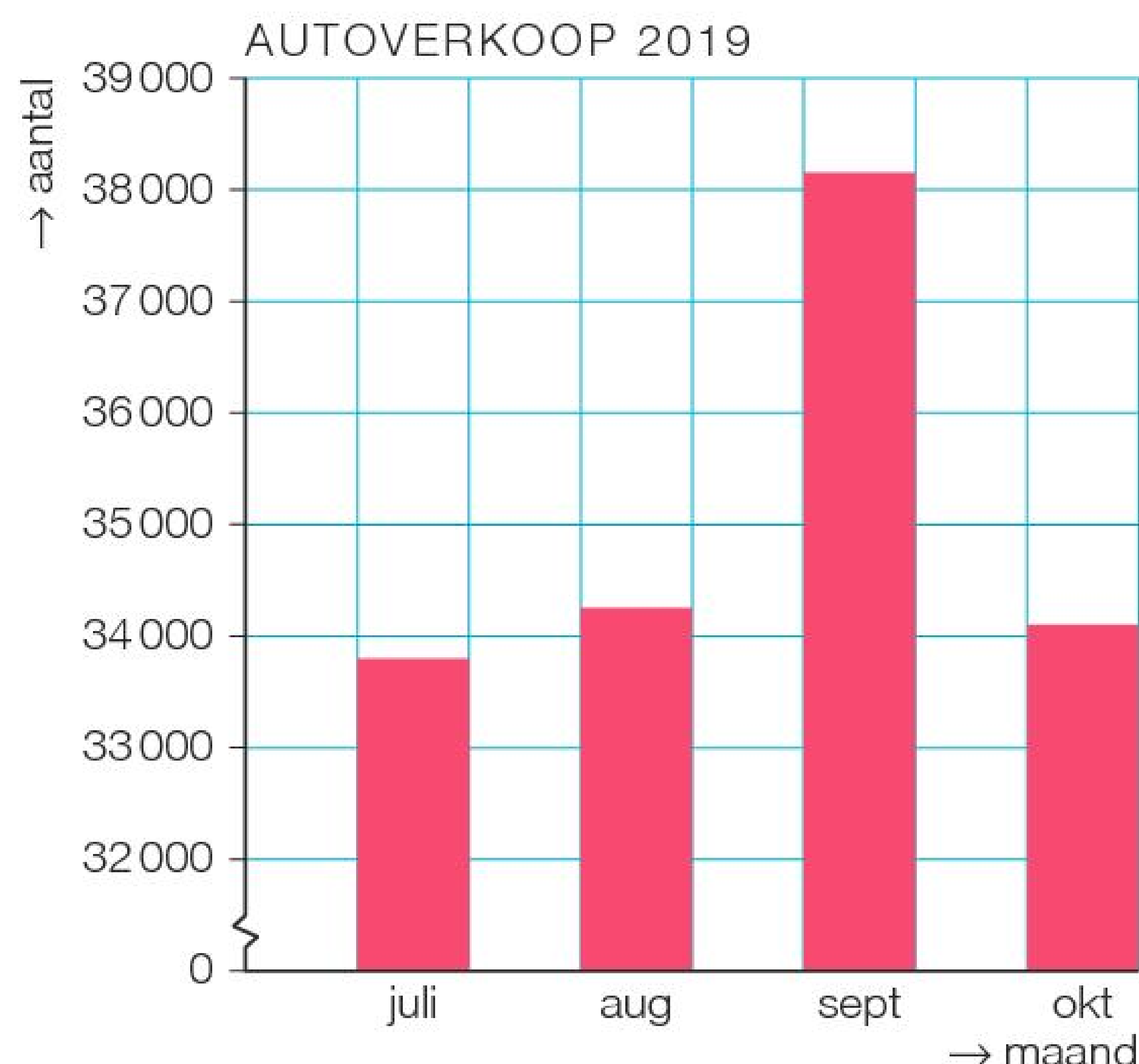
© Noordhoff Uitgevers bv

1.4 Diagrammen tekenen

Autoverkoop

53 In de diagrammen zie je de autoverkoop in 2019.





a Beide diagrammen gaan over dezelfde gegevens.
Welk diagram vind jij het makkelijkst af te lezen?

b Leg uit waarom je voor dat diagram kiest.

Theorie E Diagrammen tekenen

Bij het **tekenen van diagrammen** kun je zelf de indeling van de assen bepalen.

- Bepaal de verdeling van de getallen op de assen. De informatie haal je uit de gegevens.
- Je wilt de assen niet langer maken dan 10 cm, daar pas je de stappen op de assen bij aan.
- Gebruik zo nodig een scheurlijn.
- Zet bij de assen waar het over gaat.
- Zet er een titel boven.

Bij een **staafdiagram** teken je de staven los van elkaar. Boven de staaf zet je het aantal.

Bij een **lijndiagram** verbind je de punten met rechte lijnstukken.

Diagrammen tekenen

Test opgave

a Hieronder zie je de maximumtemperatuur in week 30.

MAXIMUMTEMPERATUUR IN WEEK 30

dag	zo	ma	di	wo	do	vr	za
temperatuur (°C)	31,4	29,3	28,4	30,6	27,4	27,6	30,4

Teken het lijndiagram bij de maximumtemperatuur.

b Hieronder zie je hoeveel kaarten voor de discoavond op school zijn verkocht.

KAARTVERKOOP DISCO

leerjaar	1	2	3	4
aantal (kaarten)	135	128	98	55

Teken het staafdiagram bij de kaartverkoop.

Schouwburg

54 

Marieke werkt in de schouwburg. In de pauze verkoopt zij drankjes. Hoeveel drankjes zij verkoopt zie je in de tabel. Bij de tabel ga je een staafdiagram tekenen.

VERKOOP DRANKJES

soort	cola	sinas	appelsap	koffie	thee	water
aantal	120	92	87	195	104	142

a Wat is het grootste getal uit de tabel?

b Hoe groot kies je de stappen op de verticale as? Kies uit *10 25 100.*

c Teken de verticale as.

d Onder in de tabel staat *aantal*. Zet dat bij de verticale as.

e Teken de horizontale as.

f Teken de staven los van elkaar. Zet onder de staven het soort drankje. Zet boven de staven het aantal.

g Boven in de tabel staat *soort*. Zet dat bij de horizontale as.

h Zet de titel van de tabel boven het staafdiagram.



Teken de eerste staaf niet tegen de verticale as.

© Noordhoff Uitgevers bv

Vakantiegeld


55 Aidan krijgt in juli € 100 vakantiegeld van zijn ouders. In de tabel zie je waaraan hij het uitgeeft. Bij de tabel ga je een staafdiagram tekenen.

VAKANTIEGELD AIDAN

uitgave	kleding	uitgaan	cadeaus	sparen
bedrag (€)	42	28	22	8

a Wat is het grootste getal uit de tabel?

b Hoe groot kies je de stappen op de verticale as?
Kies uit *10* *25* *100*.

c Teken de verticale as en zet de naam erbij.

d Teken de horizontale as.

e Teken de staven los van elkaar. Zet de uitgaven onder de staven en het bedrag boven de staven.

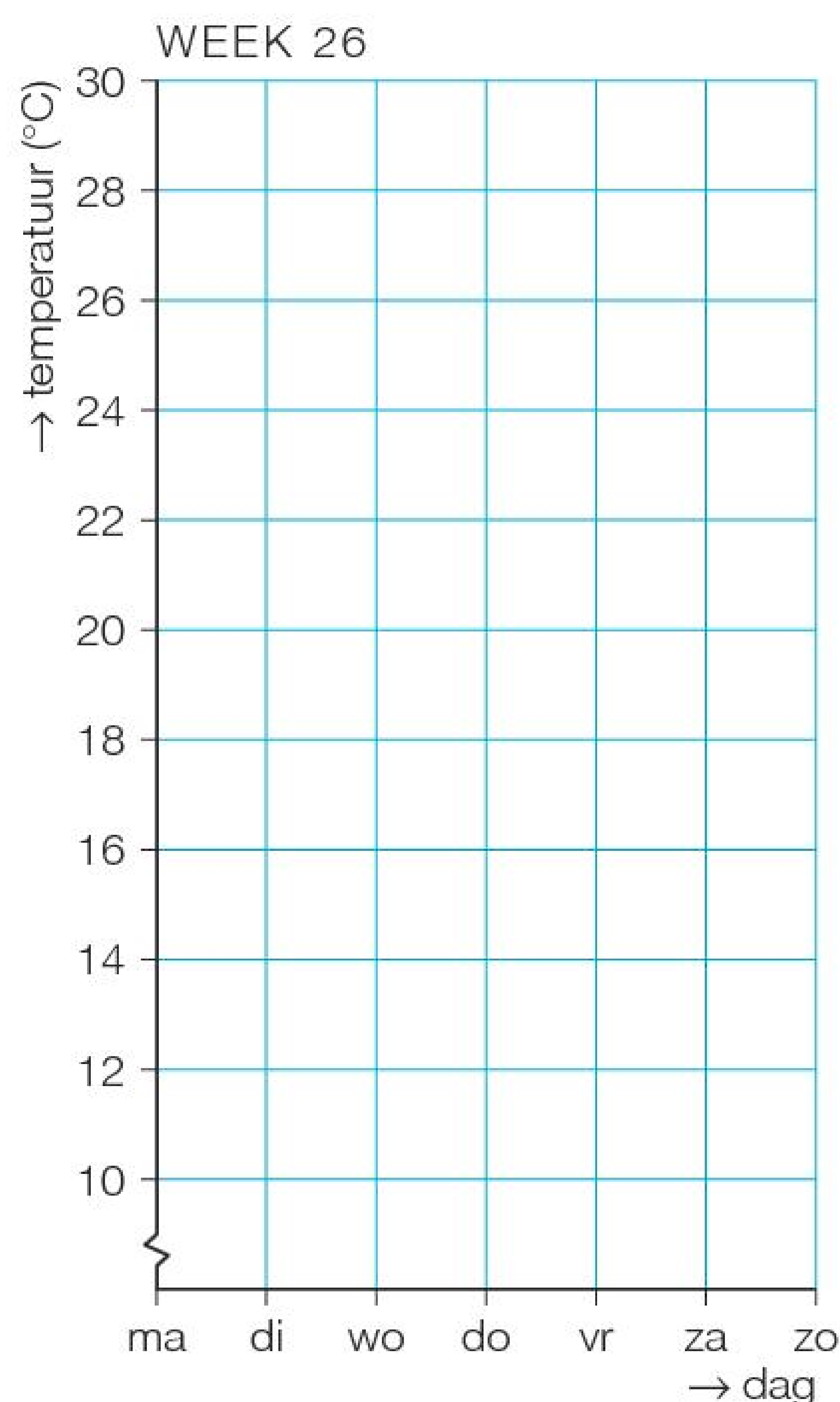
f Zet de naam bij de horizontale as.

g Zet de titel boven het staafdiagram.

Temperatuur


56 [WERKBOEK] Leendert meet elke dag de maximumtemperatuur en de minimumtemperatuur.

week 26	max temp	min temp
ma	23,7 °C	15,3 °C
di	26,2 °C	17,1 °C
wo	19,4 °C	18,3 °C
do	28,5 °C	16,2 °C
vr	25,3 °C	14,1 °C
za	19,2 °C	12,7 °C
zo	18,4 °C	11,3 °C



a Waarom staat er een scheurlijn bij de verticale as?

b Teken het lijndiagram van de maximumtemperaturen.
Zorg ervoor dat je de punten met elkaar verbindt met rechte lijnstukjes.

c Teken het lijndiagram van de minimumtemperaturen.

d Op welke dag is het verschil van de minimumtemperatuur en de maximumtemperatuur het grootst?

© Noordhoff Uitgevers bv

Rijbewijs

57 Autorijschool Rij Veilig biedt vijf soorten rijopleiding aan. Bij elke soort opleiding is de slaagkans berekend.

SLAAGKANS RIJ VEILIG

soort opleiding	3-daagse	5-daagse	7-daagse	10-daagse	losse lessen
slaagkans (%)	22	35	58	71	53

Teken het staafdiagram bij de tabel.

Supermarkt

58 In de tabel zie je het aantal mannelijke en vrouwelijke werknemers van supermarkt Ziezoo.

WERKNEMERS ZIEZOO

jaar	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
vrouwen	21	27	30	32	39	45	43
mannen	26	24	22	18	16	24	18

a Teken met rood het lijndiagram van de vrouwelijke werknemers.
b Teken met zwart het lijndiagram van de mannelijke werknemers in hetzelfde assenstelsel.

Waterlanden

59 In de tabel zie je het aantal inwoners van de nieuwbouwwijk Waterlanden.

INWONERS WATERLANDEN OP 1 JANUARI

jaar	2015	2016	2017	2018	2019	2020
aantal	142	268	519	1024	3178	4214

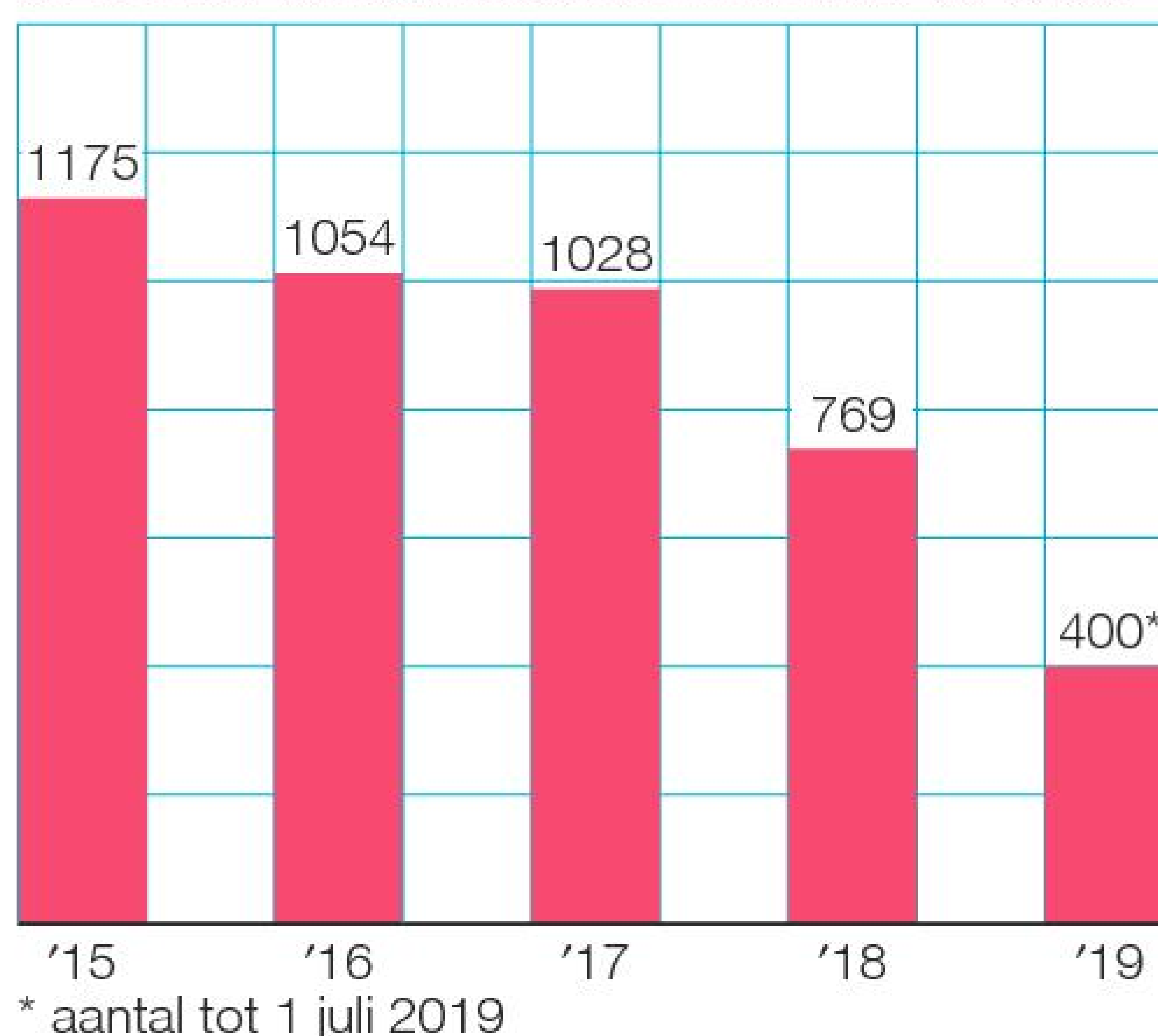
Teken het lijndiagram bij de tabel.



© Noordhoff Uitgevers bv

Neushoorns

60 *
Rein en Esmee zien in de krant het staafdiagram over de gedode neushoorns in Zuid-Afrika.
Esmee zegt: ‘Gelukkig worden er in 2019 minder neushoorns gedood dan in het jaar ervoor.’
Rein zegt: ‘Nee hoor, juist meer!’
Met wie ben jij het eens? Leg je antwoord uit.



Jaxx

61 *
Jaxx meet in de periode van 20 juli tot en met 31 juli de temperatuur. De dagelijkse maximumtemperaturen in °C waren 24, 25, 29, 31, 32, 28, 24, 23, 22, 24, 26, 30.

a Teken een lijndiagram bij deze gegevens. Gebruik een scheurlijn op de verticale as.

b Was er in deze periode een hittegolf? Licht je antwoord toe. Gebruik de informatie hiernaast.

Het KNMI spreekt van een
- warme dag, als de maximumtemperatuur 20 °C of hoger is.
- zomerse dag als de maximumtemperatuur 25 °C of hoger is.
- tropische dag als de maximumtemperatuur 30 °C of hoger is.

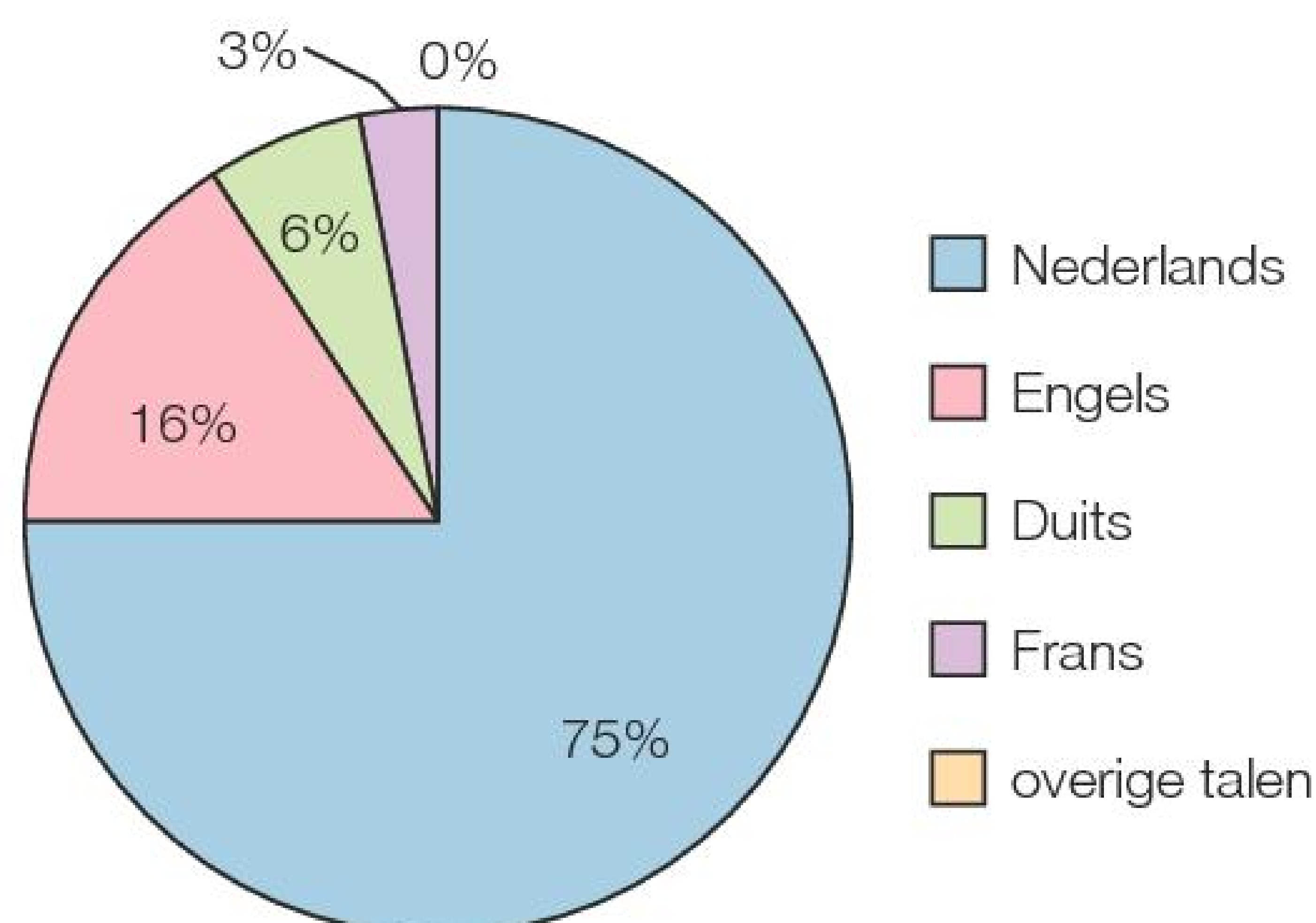
Een hittegolf is een serie van minstens 5 zomerse dagen, waarvan er zeker 3 tropisch zijn.

Klachten

62 *
Elk jaar komen er bij het LAKS klachten binnen over eindexamens. In het cirkeldiagram zie je de klachten van 2014 over de eindexamens talen van het vmbo-T.

a Hoeveel klachten zijn er binnengekomen over Engels?

b Het aantal klachten over overige talen is 0%. Toch waren er daarbij 27 klachten.
Leg uit hoe dat kan. Gebruik berekeningen.



Theorie F Cirkeldiagram tekenen

Klas 4M heeft een tevredenheidsonderzoek gedaan.

NAAR JE ZIN OP SCHOOL

mening	slecht	gaat wel	goed	erg goed
aantal	2	3	16	5

Bij de tabel kun je een cirkeldiagram tekenen. Bij een cirkeldiagram is de cirkel verdeeld in taartpunten. Zo'n taartpunt heet een **sector**. In een cirkeldiagram werk je met percentages. Hoe groter het percentage, hoe groter de sector. Je kunt een cirkeldiagram pas tekenen als je weet hoe groot de sectorhoeken zijn. De sectorhoek kun je berekenen nadat je het percentage berekend hebt.



Werkschema cirkeldiagram tekenen
Stap 1 Percentage berekenen

- Bereken eerst het totaal.
  2 + 3 + 16 + 5 = 26
- Bereken de percentages met procenttabellen.
- Vul de percentages in de tabel in.

%	100	×	? 7,692...
aantal	26	1	2

: 26 × 2
: 26 × 2

NAAR JE ZIN OP SCHOOL

mening	slecht	gaat wel	goed	erg goed	totaal
aantal	2	3	16	5	26
percentage	7,7%	11,5%	61,5%	19,2%	100%

Stap 2 Sectorhoeken berekenen

- De sectoren zijn samen 360°.
  Dat is 100%.
  Van 100 naar 360 is × 3,6.
  Bij *slecht* hoort 7,7%.
  Om de sectorhoek te berekenen vermenigvuldig je 7,7 met 3,6.
  7,7 × 3,6 = 27,72
  Hoeken rond je af op hele graden, dus de hoek wordt 28°.
- Zet de hoeken in de tabel.

7,7 + 11,5 + 61,5 + 19,2 = 99,9% en geen 100%
Dat komt door het afronden. Voor het tekenen van het cirkeldiagram is dat geen probleem.
Bij de hoeken komt dit ook voor.

© Noordhoff Uitgevers bv

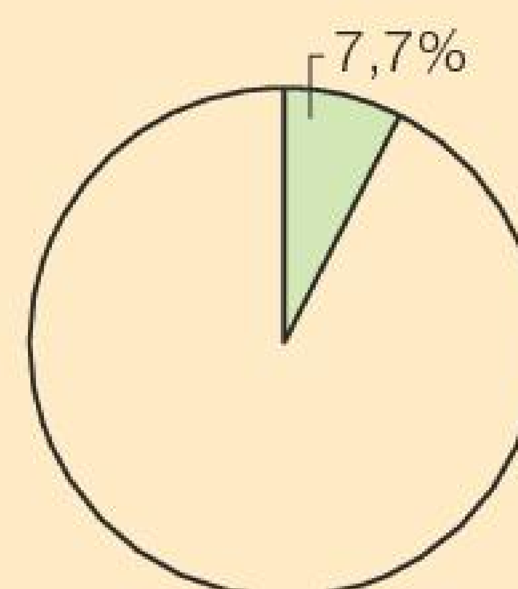
NAAR JE ZIN OP SCHOOL

mening	slecht	gaat wel	goed	erg goed	totaal
aantal	2	3	16	5	26
percentage	7,7%	11,5%	61,5%	19,2%	100%
hoek	28°	41°	221°	69°	360°

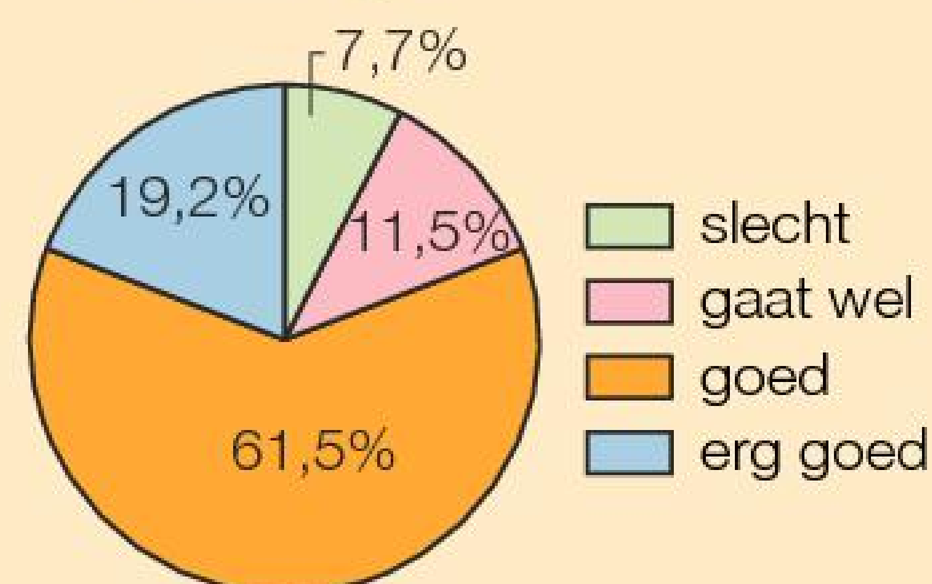
× 3,6

Stap 3 Cirkeldiagram tekenen

- Teken een cirkel.
- Teken een straal recht omhoog.
- Teken een hoek van 28°.
- Schrijf het percentage erin.
- Teken de andere hoeken ook.
- Schrijf de percentages erin.
- Maak de **legenda**.
- Zet er een titel en het totaal aantal leerlingen boven.



NAAR JE ZIN OP SCHOOL
26 leerlingen



Scooter

Test opgave

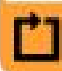
[WERKBOEK] De leerlingen van klas M4B tellen in de fietsenstalling welke kleuren scooters er staan.
Teken een cirkeldiagram bij de tabel.

SCOOTER

kleur	rood	blauw	wit	zwart	grijs	totaal
aantal	28	15	17	35	25	



Sabia

63 

[▶ 📖 WERKBOEK] Sabia werkt in een voetbalstadion. In de pauze verkoopt zij drankjes.

VERKOOP DRANKJES

soort	cola	sinas	appelsap	jus d'orange	koffie	thee	totaal
aantal	145	92	87	230	104	142	800
percentage							100%
hoek							360°

× 3,6

a Er zijn 145 glazen cola verkocht. Met de procententabel kun je berekenen hoeveel procent dat van het totaal is. Hoeveel procent is dat? Vul dat in.

b Bereken ook de andere percentages en zet de antwoorden in de grote tabel.

c Bereken de hoeken en zet ze in de grote tabel.

d Teken het cirkeldiagram. Denk aan de percentages in de sectoren, de legenda en de titel.

%	100	×	?
aantal	800	1	145

: 800 × 145

Dagindeling

64 

[▶ 📖 WERKBOEK] In de tabel zie je wat Nasir op een dag doet.

DAGINDELING NASIR

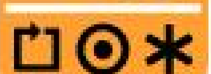
bezigheid	slapen	school	eten	ontspanning	huiswerk	totaal
aantal uren	8	6	2	6	2	

a Bereken de percentages met een procententabel en zet de antwoorden in de grote tabel.

b Bereken de hoeken en zet ze in de grote tabel.

c Teken het cirkeldiagram. Denk aan de percentages in de sectoren, de legenda en de titel.

Kleur auto's

65 

[▶ 📖 WERKBOEK] Marnix en Jaap tellen welke kleur de auto's hebben die door hun straat rijden.

KLEUR AUTO

kleur	wit	rood	grijs	zwart	blauw	totaal
aantal	30	15	118	93	12	

Teken het cirkeldiagram.

© Noordhoff Uitgevers bv

Leerlingen


66 ⊙ ✱ [▶ 📖 WERKBOEK] De leerlingen van het vmbo kiezen in de bovenbouw een profiel. In de tabel zie je de verdeling per profiel.
Teken het cirkeldiagram bij de tabel.



PROFIELKEUZE

profiel	landbouw	zorg en welzijn	economie	techniek	totaal
aantal leerlingen	16 284	32 274	33 933	32 274	

Dagindeling


67 ✱ [▶ 📖 WERKBOEK] In de tabel zie je wat Eline op een dag doet.

8:30 betekent in deze opgave 8 uur en 30 minuten.

DAGINDELING ELINE

bezigheid	slapen	ontspanning	school	huiswerk	eten	totaal
tijd	8:30	4:45	7:15	1:30	2:00	

Teken het cirkeldiagram.

Rekenbreak

Vul in.
1 uur = ... minuten = ... seconden
1 jaar = ... dagen = ... uur

In Nederland worden elk uur 20 baby's geboren.
Hoeveel baby's worden per jaar geboren?



Woordenlijst

- cirkeldiagram tekenen
- lijndiagram tekenen
- legenda
- sectoren
- staafdiagram tekenen

1.5 Steelbladdiagram en boxplot maken

Bushalte

68 Hieronder zie je de informatie die hoort bij de bushalte van lijn 9.
Aan de linkerkant staat een graaf met alle haltes.

9 naar Schaarsbergen Koningsweg via CS
Alle bussen op deze lijn zijn toegankelijk voor reiziger met rolstoel, rollator of kinderwagen

breng

◆ = halte is toegankelijk voor rolstoelen

↓ haltes van deze lijn

- ◆ Velp, Kerkstraat
- ○ Velp, Beekhuizenseweg
- ○ Velp, Biesdel
- ○ Rozendaal, Kerklaan
- ○ Arnhem, Arnhemse Allee
- ○ Arnhem, Larikshof
- ○ Arnhem, De Drie Gasthuizen
- ◆ Arnhem, Ziekenhuis Rijnstate
- ○ Arnhem, Sonsbeek
- ○ Arnhem, Willemsplein
- ○ Arnhem, Centraal Station
- ○ Arnhem, Centraal Station
- ○ Arnhem, Willemsplein
- ◆ Arnhem, Centraal Stat.(Sonsbeek)
- ◆ Arnhem, Tormentilstraat
- ○ Arnhem, Voermanstraat
- ◆ Arnhem, Schelmseweg
- ◆ Schaarsbergen, Lijnbaan
- ○ Schaarsbergen, Koningsweg
- ○ Schaarsbergen, IPC

Actuele info vertrektijd!

Hermes

Actuele info vertrektijd? Scan QR of SMS: Halte[spatie] 40123940 naar 3669(€ 0.25 p.o.b.) Geldig vanaf: 15-12-2013 AHM-11-13

maandag t/m vrijdag		zaterdag		zon-en feestdagen	
6	40[a]				
7	09[a] 39[a]				
8	13[a] 45[a]	8	29		
9	15[a] 45[a]	9	29	9	08
10	15[a] 45[a]	10	29 59	10	08
11	15[a] 45[a]	11	31	11	08
12	15[a] 44[a]	12	01 31	12	08
13	14[a] 44[a]	13	01 31	13	08
14	14[a] 44[a]	14	01 31	14	08
15	14[a] 44[a]	15	01 31	15	08
16	14[a] 44[a]	16	01 31	16	08
17	14[a] 44	17	01 31	17	08
18	14 44	18	14	18	08
19	14	19	14	19	08
20	14	20	14	20	08
21	15	21	14	21	14
22	15	22	14	22	14
23	15	23	14	23	14

a: Afwijkende bestemming Schaarsbergen IPC

a Els stapt in bij de halte *Velp, Kerkstraat* en stapt uit bij de halte *Arnhem, Sonsbeek*.
Hoeveel haltes zijn er tussen de instaphalte en de uitstaphalte van Els?

b Bij hoeveel haltes van lijn 9 kan een rolstoeler de bus in en uit?

69 Op het bushaltebord zie je drie keer een steelbladdiagram met daarop de vertrektijden.

a Hoe laat vertrekt de eerste bus op zondag?

b Hoe vaak komt lijn 9 op een maandag bij de halte?

c Cecile staat op zondag 12 oktober om 14:00 uur bij de halte.
Hoelang moet zij op lijn 9 wachten?

d Willem staat op dinsdag 1 januari om 11:10 uur bij de halte.
Hoelang moet hij op lijn 9 wachten?



© Noordhoff Uitgevers bv

70 ⬚⊙✱ Niet elke bus van lijn 9 heeft dezelfde eindbestemming. Soms gaat de bus naar *Schaarsbergen, Koningsweg*, soms gaat de bus verder naar *Schaarsbergen IPC*. Het IPC is een opleidingscentrum voor bosbouw.

a Op welke dagen en tijden gaat de bus naar het IPC?

b De bus doet er 65 minuten over om van de Kerkstraat naar het IPC te komen. Joris neemt op dinsdag de bus van 12:44 uur. Hoe laat is hij bij de halte IPC?

Theorie G Steelbladdiagram maken

In deze theorie leer je hoe je een **steelbladdiagram** kunt maken.



Hieronder zie je de leeftijden van leraren op een school.

25 53 52 41 27 43 30 32 25
53 57 35 32 30 30 36 44 22
29 29 46 42 34 51 22

Van deze gegevens maak je een steelbladdiagram.

1 Maak twee kolommen.
Zet in de eerste kolom alle tientallen in volgorde van klein naar groot.

2	
3	
4	
5	
tientallen	eenheden

2 Van de leeftijd 25 komt achter het tiental 2 de eenheid 5.
Van de leeftijd 53 komt achter het tiental 5 de eenheid 3.

2	5
3	
4	
5	3
tientallen	eenheden

3 Vul alle cijfers nu verder in. Je hebt nu een kladversie van het steelbladdiagram.

2	5 7 5 2 9 9 2
3	0 2 5 2 0 0 6 4
4	1 3 4 6 2
5	3 2 3 7 1
tientallen	eenheden

© Noordhoff Uitgevers bv

4 Nu maak je het steelbladdiagram in het net.
Zet de getallen in de rechterkolom op volgorde van klein naar groot.
Schrijf erboven: *leeftijd leraren*.

LEEFTIJD LERAREN

2	2 2 5 5 7 9 9
3	0 0 0 2 2 4 5 6
4	1 2 3 4 6
5	1 2 3 3 7
tientallen	eenheden

Lengte leerlingen

Test opgave

Van een klas is de lengte van de leerlingen gemeten.

LENGTE LEERLINGEN IN CM

160	171	162	165	151	173	175	169	171	169	181	164
175	168	170	165	173	165	173	168	171	163	174	190

Maak het steelbladdiagram van de lengte van de leerlingen.

Volleybaltoernooi

71

[WERKBOEK] Bij een volleybaltoernooi is bijgehouden hoeveel minuten elke wedstrijd duurde.

TIJDSDUUR WEDSTRIJD

25	39	22	45	36	32	44	23
36	43	17	51	28	53	36	28

a Zet de tijdsduur van de volleybalwedstrijden in het steelbladdiagram.

....

1	
2	5
3	
4	
5	
....	....

tientallen eenheden
25
steel blad

b Maak het steelbladdiagram in het net. De getallen achter de streep staan dan op volgorde.
c Zet een titel boven het steelbladdiagram.
d Zet onder het diagram *tientallen* en *eenheden*.

© Noordhoff Uitgevers bv

Leeftijden bruiden

72 Een ambtenaar van de burgerlijke stand heeft de leeftijden van de bruiden die hij trouwde opgeschreven.



LEEFTIJDEN BRUIDEN

69	19	22	45	34	21
26	23	26	19	22	22
19	20	33	67	41	
39	31	26	50	22	

a Maak het steelbladdiagram. Zorg dat de getallen achter de streep op volgorde staan.
b Zet een titel boven het steelbladdiagram.
c Zet onder het diagram *tientallen* en *eenheden*.

Naar school

73 Aan de leerlingen van T4A is gevraagd hoeveel minuten zij erover doen om van huis naar school te gaan.

MINUTEN REISTIJD VAN HUIS NAAR SCHOOL

5	15	17	29	35	49	10	55	45	30	25	22	70
60	35	15	17	20	3	70	43	75	20	37	15	15

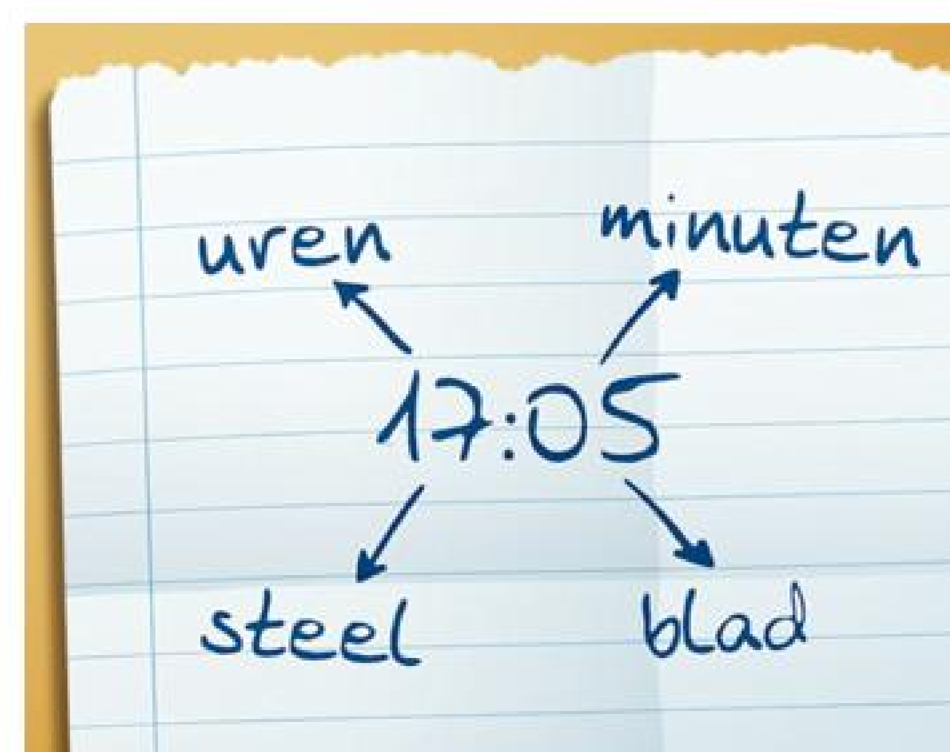
Maak het steelbladdiagram bij deze gegevens.

74 Aan de leerlingen van T4B is gevraagd hoe laat ze op maandag thuis zijn.

TIJD VAN THUISKOMST

17:05	16:25	15:20	15:05	13:50	14:50	16:55	15:10	14:15	15:50
17:10	15:25	14:40	16:30	14:45	15:50	14:35	16:00	15:20	14:50

Maak het steelbladdiagram bij deze gegevens.



Wiskundecijfers

75 *

Hieronder zie je wiskundecijfers van klas T4E en T4F.
Maak een dubbel steelbladdiagram bij deze gegevens. Hiernaast zie je het begin.

T4E		T4F
5 2	4	2 9
	5	
	...	
	...	
	...	
	...	
tienden	eenheden	tienden

WISKUNDE CIJFERS KLAS T4E

8,4	6,5	8,3	4,2	5,4	6,2	7,6	8,1	5,6
7,3	8,5	5,3	6,8	7,9	5,5	4,5	6,7	7,4

WISKUNDE CIJFERS KLAS T4F

5,9	6,2	9,3	4,2	5,9	6,3	7,8	9,2	6,9	8,6
4,9	5,5	6,3	7,5	7,9	8,4	5,6	8,6	7,3	6,5

Gezinnen

76 *

Aan de Reigerlaan wonen 15 gezinnen. Het aantal personen per gezin is als volgt.

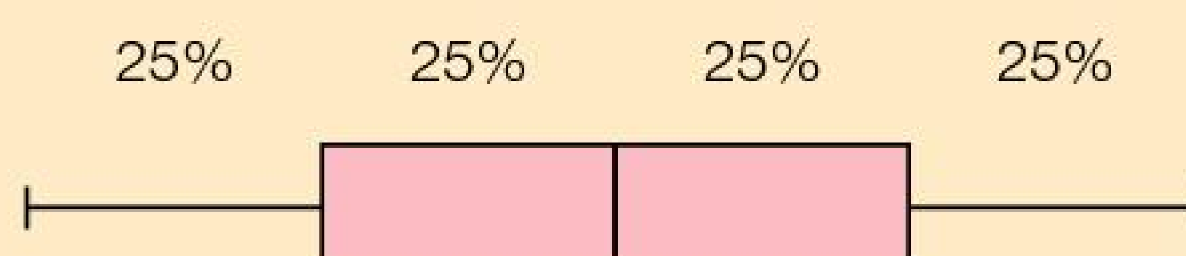
4	3	1	6	4	2	2	2	3	5	5	6	7	1	3

Bereken de mediaan van het aantal gezinsleden.

Mediaan: het middelste getal van een serie. De getallen moeten eerst op volgorde van klein naar groot staan.

Theorie H Boxplot maken

Bij een **boxplot** wordt een groep opgedeeld in vier stukken van elk 25%.
Van een serie getallen kun je zelf een boxplot maken.



- Je zoekt eerst uit wat het **minimum** en het **maximum** is.
- Je zoekt uit wat de **mediaan** is.
- Daarna bepaal je de mediaan van de eerste helft en de mediaan van de tweede helft.

Nu kun je de boxplot tekenen.

- Je begint met een getallenlijn. Die moet minstens lopen van het minimum tot het maximum.
- Daarna plaats je streepjes voor minimum, maximum, en de drie medianen.
- Dan teken je de rechthoek met daarin de mediaan en maak je de boxplot af.

© Noordhoff Uitgevers bv

Voorbeeld Boxplot maken bij oneven aantal getallen

Opgave

Maak een boxplot bij de cijfers van Karin: 8 3 2 6 4 7 9 5 3.

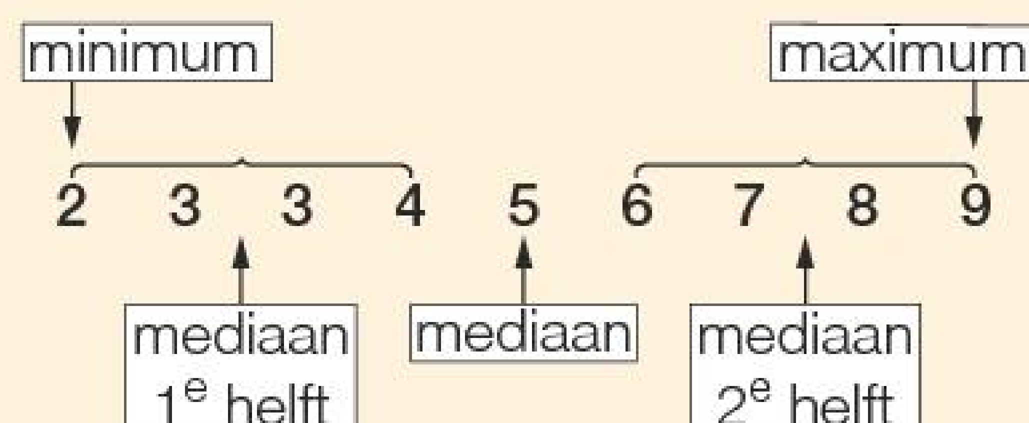
Aanpak

1 Zet de cijfers op volgorde van grootte.
Je weet nu het minimum en het maximum.

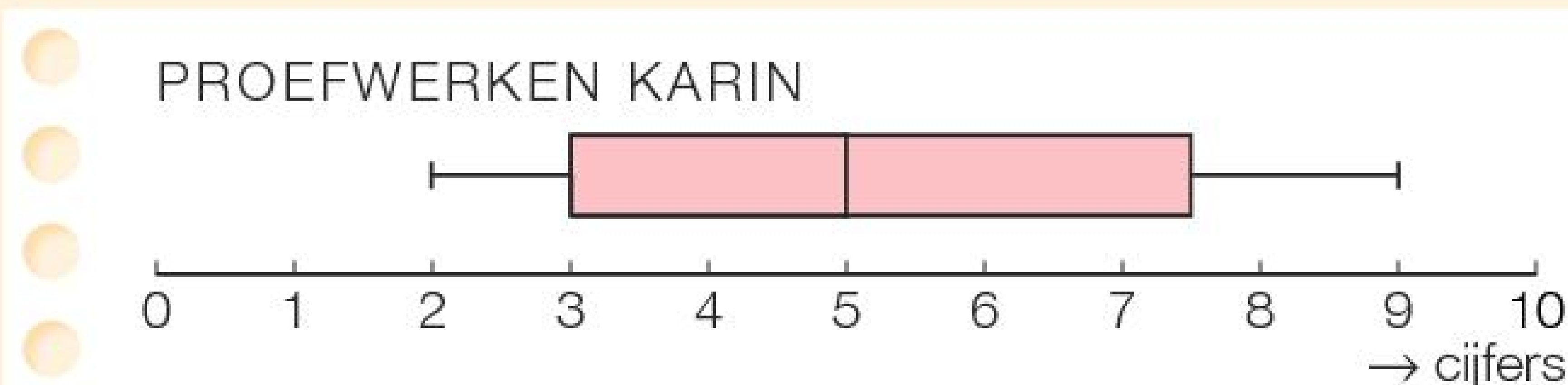
2 Bereken de mediaan.

3 Splits in twee groepen.
Bereken van beide groepen de mediaan.

4 Teken een getallenlijn met boxplot. Zet een titel boven de boxplot. Zet bij de getallenlijn waar het over gaat.



Uitwerking



Voorbeeld Boxplot maken bij even aantal getallen

Opgave

Maak een boxplot bij de cijfers van Pablo: 9 5 6 8 8 4 6 9.

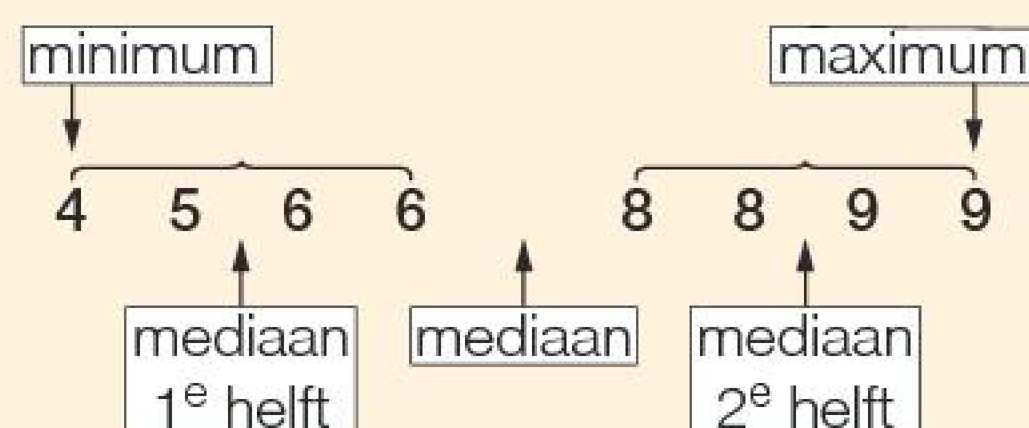
Aanpak

1 Zet de cijfers op volgorde van grootte.
Je weet nu het minimum en het maximum.

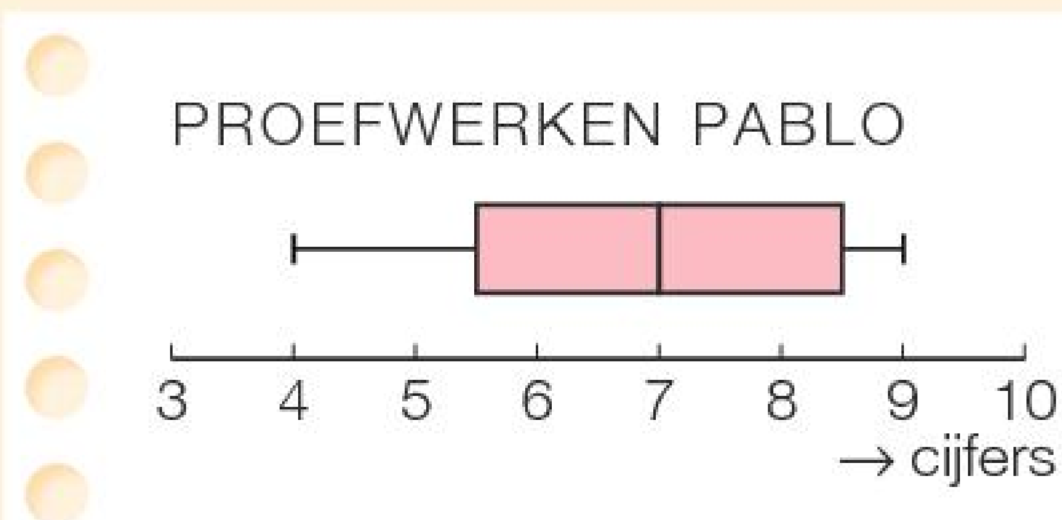
2 Bereken de mediaan.

3 Splits in twee groepen.
Bereken van beide groepen de mediaan.

4 Teken een getallenlijn met boxplot. Zet een titel boven de boxplot. Zet bij de getallenlijn waar het over gaat.



Uitwerking



© Noordhoff Uitgevers bv

Schoenenwinkel

Test opgave

Bij schoenenwinkel Boudewijns houden ze de leeftijden van de klanten bij.

a Maak de boxplot.

b Wat weet je van de leeftijd van de middelste 50%?

LEEFTIJD KLANTEN OP DINSDAGOCHTEND

0	6 8
1	4 4 9
2	5 5 8 9
3	0 4
4	6 9 9 9
5	2 2 6 7 8 8 9
6	0 0 6 8 9
7	6 9 9
8	6 9
tientallen	eenheden

Reigerlaan

77

In de Reigerlaan staan 23 huizen. Het aantal bewoners per huis zie je hieronder.

REIGERLAAN

6	2	3	1	4	2	2	2	3	5	5	6
8	1	4	3	2	4	3	1	6	5	3	

a Zet de aantallen op volgorde van grootte.

b Welk aantal bewoners is het minimum? En het maximum?

c Bepaal de mediaan.

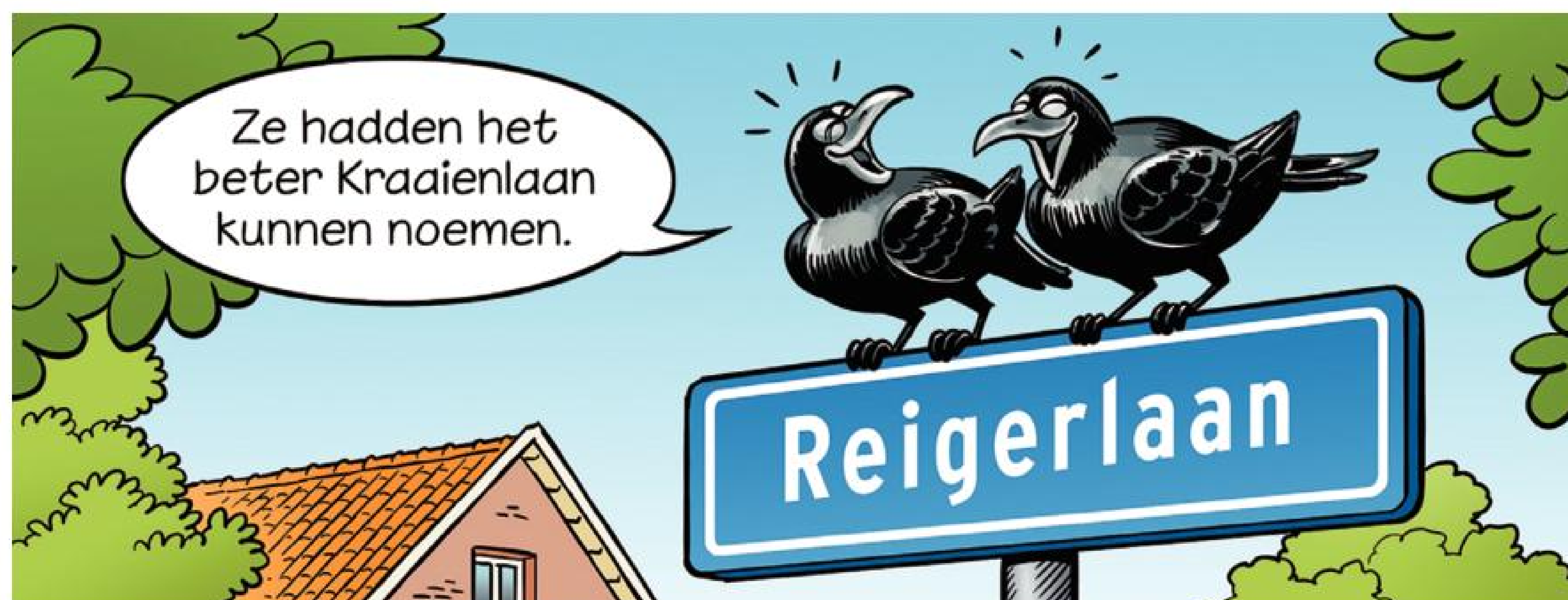
d Bepaal de mediaan van de eerste helft en van de tweede helft.

e Teken een getallenlijn. Die loopt minstens van het minimum tot het maximum. Zet erbij *aantal bewoners*.

f Zet streepjes boven de getallenlijn voor minimum, maximum en de drie medianen.

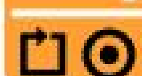
g Teken de boxplot.

h Zet een titel boven de boxplot.



© Noordhoff Uitgevers bv

Leeftijd docenten


78 Klas 4T1 heeft aan hun docenten de leeftijden gevraagd. In het steelbladdiagram zie je de resultaten.

a Welke leeftijd is het minimum? En het maximum?

b In het steelbladdiagram staan de getallen al op volgorde. Bepaal de mediaan.

c Bepaal de mediaan van de eerste helft en van de tweede helft.

d Teken een getallenlijn. Die loopt minstens van het minimum tot het maximum. Zet erbij *leeftijd*.

e Zet streepjes boven de getallenlijn voor minimum, maximum en de drie medianen.

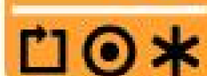
f Teken de boxplot.

g Zet een titel boven de boxplot.

LEEFTIJDEN DOCENTEN KLAS 4T1

2	4 9
3	0 5 5 9
4	5 6
5	2 8
6	3
tientallen	eenheden

Bromfietsrijbewijs


79 Het theorie-examen voor het bromfietsrijbewijs bestaat uit 50 vragen. Om te slagen moet je er minstens 44 goed hebben. Hieronder zie je het aantal goed beantwoorde vragen van een groep examenkandidaten.

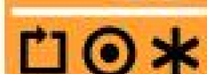
GOED BEANTWOORDE VRAGEN

44	37	39	45	49	44	46	40
48	50	43	35	30	48	24	44

a Maak een boxplot bij deze uitslag.

b Zijn er meer of minder dan 25 procent van de kandidaten gezakt?

Bibliotheek


80 Bij de bibliotheek is de leeftijd van de bezoekers onderzocht.

a Maak een boxplot.

b Wat weet je van de leeftijd van de middelste 50% bezoekers?

LEEFTIJD BEZOEKERS BIBLIOTHEEK WOENSDAGMIDDAG

0	5 6 6 7 8 9
1	0 0 2 2 2 8 8
2	1 4 7
3	0 9
4	1 7 8
5	0 6 7 9
6	1 7 8 9 9 9
7	2 6 7 8
tientallen	eenheden

Schoenmaat


81 In de tabel zie je de schoenmaten van de leerlingen van klas M4A.

KLAS M4A

schoenmaat	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
frequentie	1	3	5	2	4	4	3	2	2	1

a Hoeveel leerlingen zitten er in M4A?
b Maak een boxplot bij de tabel.

Kopen online


82 In de tabel zie je hoe vaak de jongens en meisjes van M4A iets online kopen per maand.

ONLINE KOPEN

aantal keer	0	1	2	3	4	5	6	7
jongens	2	1	3	2	2	1	1	1
meisjes	0	2	2	4	2	1	1	2

Teken boven één getallenlijn de twee boxplots van de jongens en de meisjes.

Rekenbreak

Welke datum is het 8 dagen na 24 juni?
Welke datum is het 4 dagen vóór 1 oktober?

Tamara zegt: 'Het is vandaag 23 juli. Over twee weken ga ik op vakantie.'
Op welke datum gaat Tamara op vakantie?



Woordenlijst

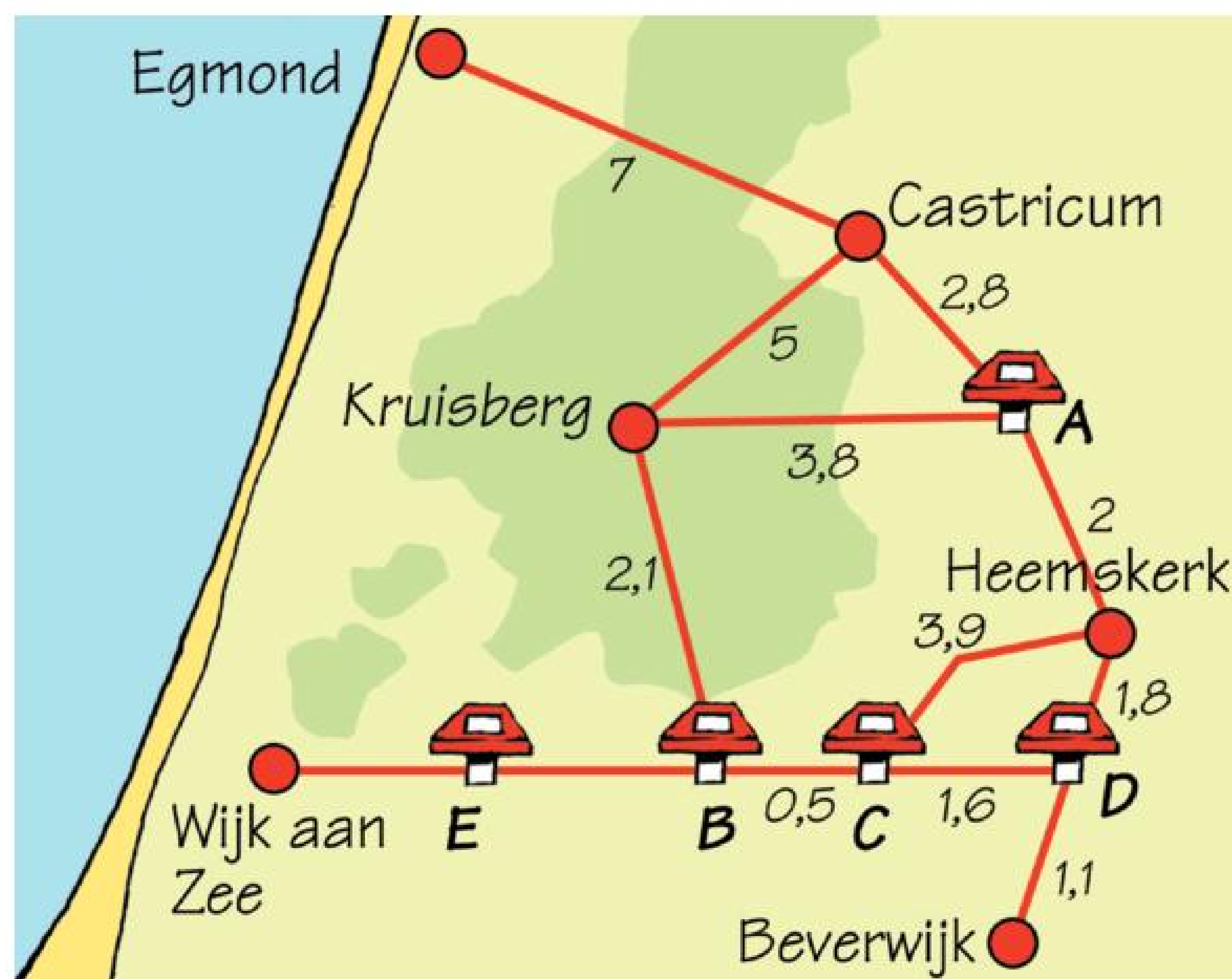
- boxplot
- maximum
- mediaan
- minimum
- steelbladdiagram
- theorie-examen

© Noordhoff Uitgevers bv

1.6 Trainen op examenniveau

Paddenstoel

In het duinengebied van Noord-Holland staan veel wegwijzers in de vorm van een paddenstoel. Op zo'n paddenstoel staan pijlen die de richting naar een bepaalde plaats aangeven. Ook staat daarop de kortste afstand in kilometers naar die plaats. Hiernaast is een graaf getekend die hoort bij een gedeelte van een fietskaart. Op de punten *A* tot en met *E* staan paddenstoelen. De getallen geven het aantal kilometers aan tussen de knooppunten.



83 Op dinsdag maakt Janneke een fietstocht van Wijk aan Zee naar de Kruisberg. In punt *E* ziet ze de paddenstoel hiernaast. Janneke kan niet lezen hoeveel kilometer het naar de Kruisberg is.
Bereken hoeveel kilometer het vanaf punt *E* naar de Kruisberg is. Schrijf je berekening op.



84 Op woensdag gaat Janneke op de fiets van Egmond naar haar vriendin in Heemskerk, met wie ze om 11:00 uur heeft afgesproken. De afstand van Egmond naar haar vriendin in Heemskerk is 11,8 km. Ze vertrekt om 10:15 uur en fietst gemiddeld 16 km/uur.
Is Janneke op tijd bij haar vriendin in Heemskerk? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

85 De school van Janneke heeft een fietspuzzeltocht uitgezet met verschillende routes van Egmond naar Wijk aan Zee. Binnen één route mag niet twee keer dezelfde weg gereden worden.
Schrijf alle verschillende routes op die mogelijk zijn.

Smiky chips

Op de drie zakjes Smiky chips staat dat er 30 gram in zit. In werkelijkheid blijkt dat er bijna nooit precies 30 gram chips in een zakje zit. Daarom worden de zakjes regelmatig gecontroleerd. Bij één van die controles worden 20 zakjes chips nauwkeurig gewogen. De resultaten in grammen staan in de tabel.



	gewicht in gram		gewicht in gram
zakje 1	30,2	zakje 11	29,9
zakje 2	29,9	zakje 12	31,4
zakje 3	28,2	zakje 13	30,9
zakje 4	31,1	zakje 14	28,3
zakje 5	32,2	zakje 15	30,1
zakje 6	28,8	zakje 16	30,3
zakje 7	30,0	zakje 17	29,5
zakje 8	30,6	zakje 18	28,7
zakje 9	31,0	zakje 19	31,0
zakje 10	31,3	zakje 20	30,8

86 Bereken in één decimaal hoeveel gram chips er gemiddeld in een zakje zit.

87 Maak van de gegevens een steelbladdiagram.

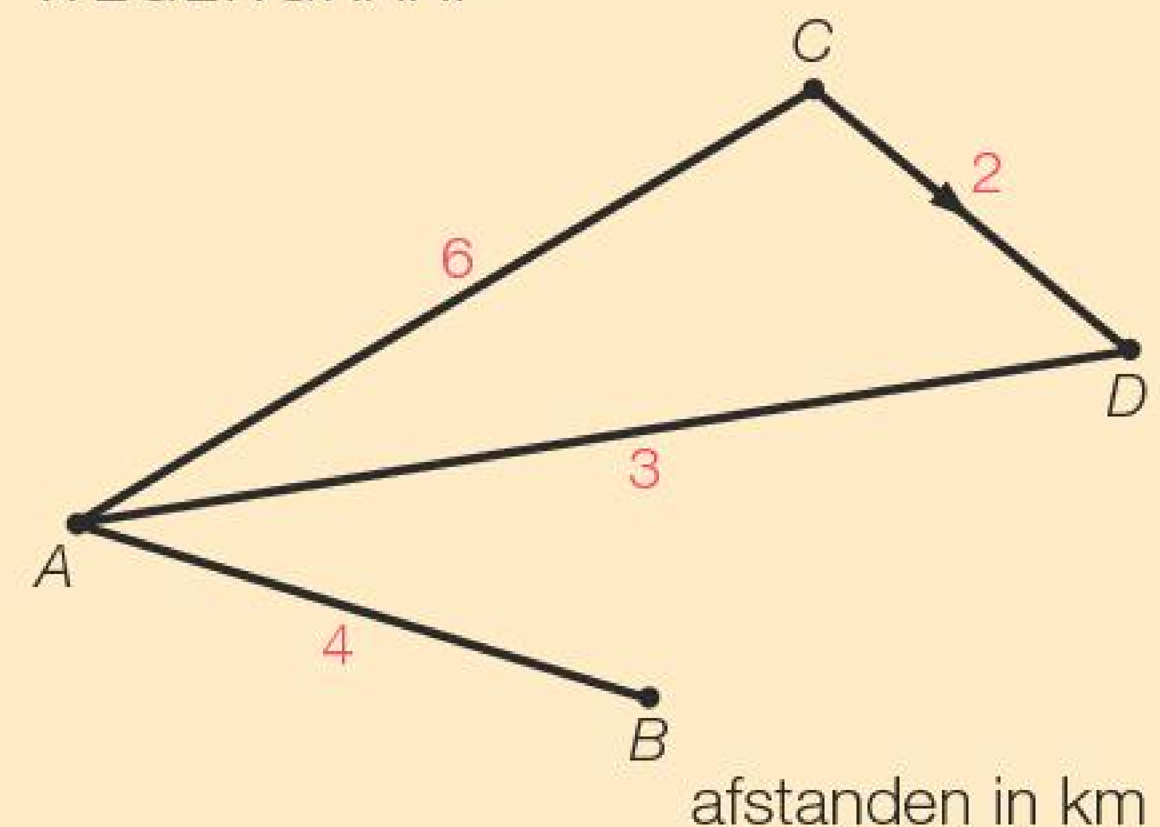
88 De controleur moet na de controle van de 20 zakjes de mediaan doorgeven aan de persoon die de machine bedient.
Wat geeft hij door als mediaan? Leg je antwoord uit.

 © Noordhoff Uitgevers bv

Samenvatting

1.1 Grafen

blz 10 Een graaf bestaat uit punten en verbindingen. Die punten en verbindingen stellen iets voor. Bij een gewogen graaf staan er getallen bij de verbindingen. Bij een gerichte graaf staan er pijlen bij de verbindingen.



Bij een graaf met afstanden kun je een tabel maken. In de tabel zet je altijd de kortste afstand.

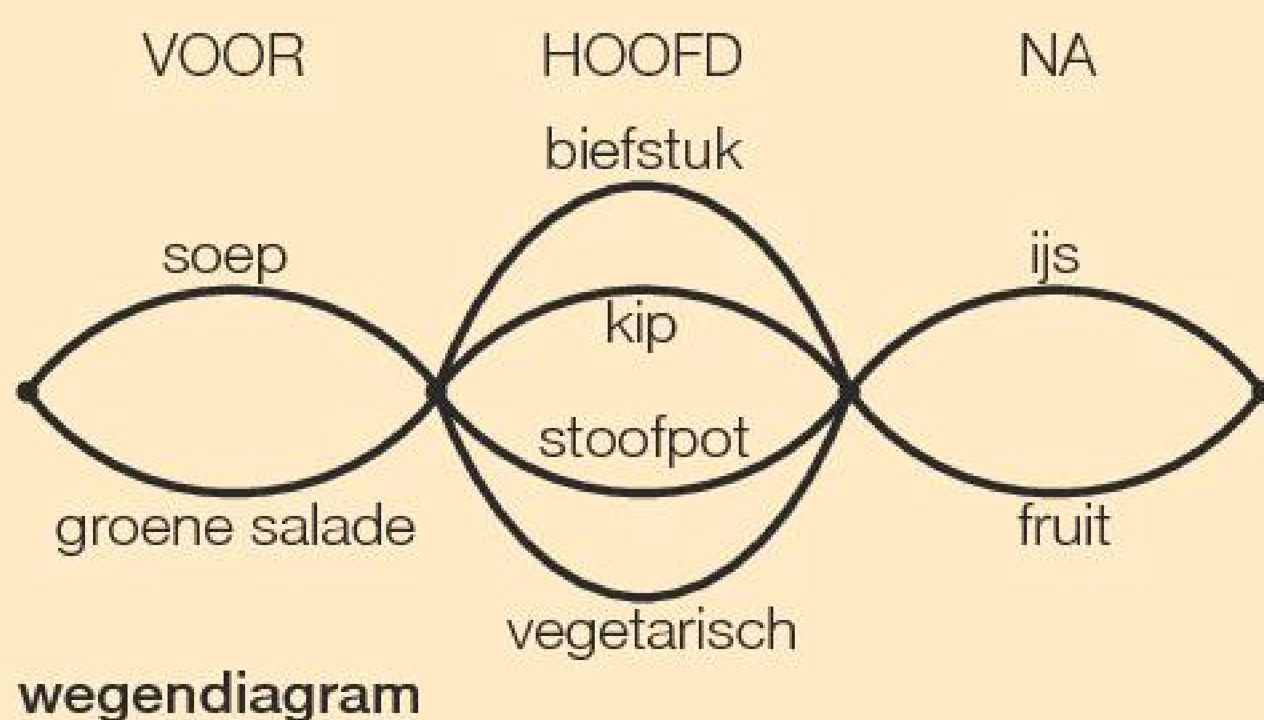
Een stamboom, een treinschema en een stroomdiagram zijn voorbeelden van grafen.

naar

van		*A*	*B*	*C*	*D*
	A		4	6	3
	B	4		10	7
	C	5	9		2
	D	3	7	9	

1.2 Telproblemen

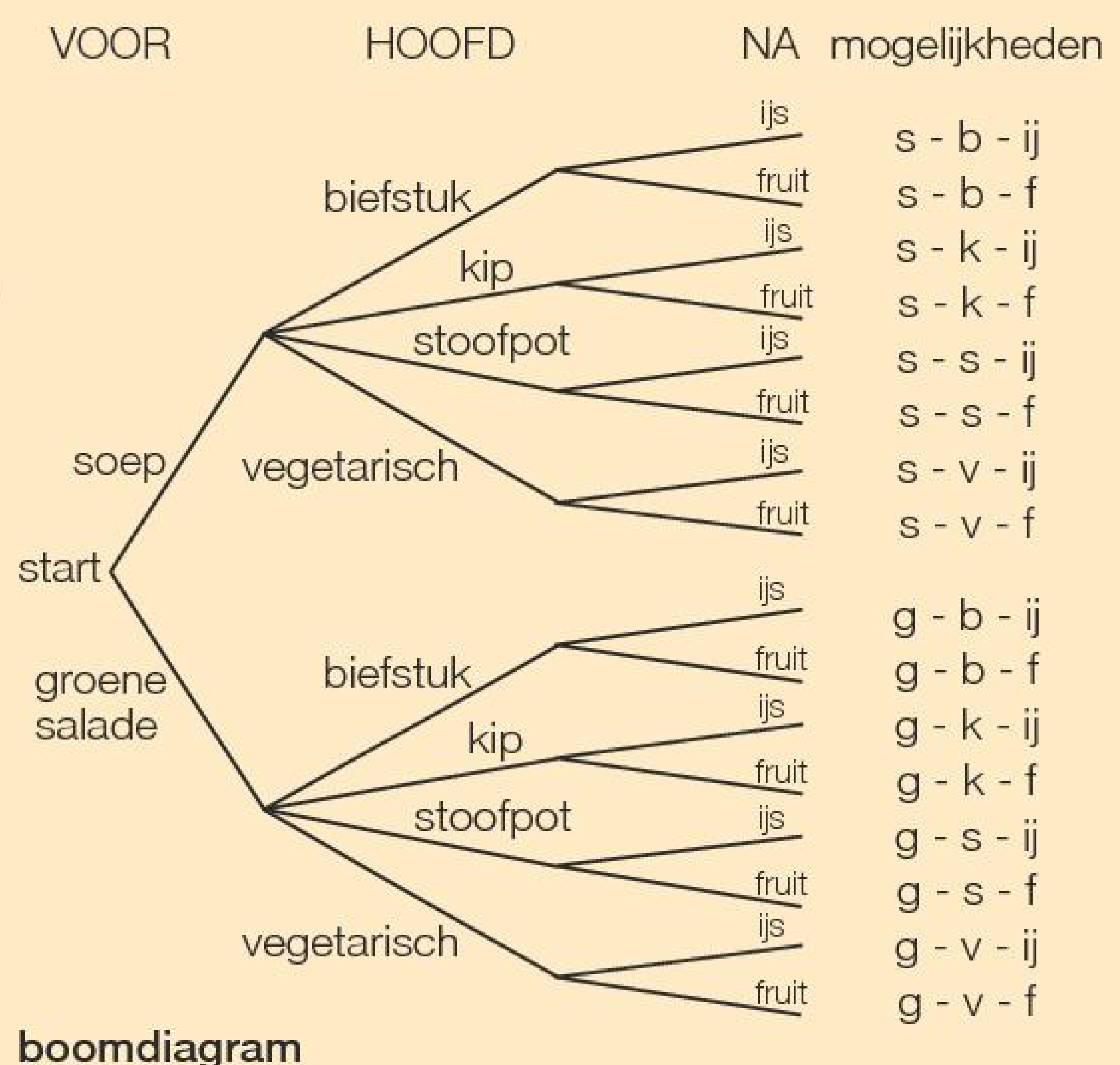
blz 21 Als je gegevens moet combineren kun je het aantal mogelijkheden vinden door het maken van een wegendiagram.



wegendiagram

Bij het kiezen van een driegangen menu is het aantal mogelijkheden $2 \times 4 \times 2 = 16$.

Als je ook wilt zien welke mogelijkheden er zijn dan maak je een boomdiagram.



boomdiagram

blz 27 Bij het afvalsysteem met 8 teams zijn er 4 + 2 + 1 = 7 wedstrijden.

Bij een hele competitie speelt elk team twee keer tegen elkaar.
Bij een competitie tussen 8 teams zijn er 8 × 7 = 56 wedstrijden.

aantal teams | aantal tegenstanders

Elk team speelt 2 × 7 = 14 wedstrijden.

Een halve competitie is de helft van een hele competitie.
Bij 8 teams zijn dat 0,5 × 8 × 7 = 28 wedstrijden.
Elk team speelt 7 wedstrijden.

1.3 Kans

blz 32 Bij het berekenen van kansen kijk je eerst hoeveel mogelijkheden er zijn. Daarna kijk je hoe vaak de gevraagde mogelijkheid voorkomt. Je berekent de kans met **kans =** $\frac{\textbf{aantal keren voorkomen}}{\textbf{totaal aantal mogelijkheden}}$.
Je kunt een kans uitdrukken in een breuk of een percentage.

Een kwartetspel met dieren kent 52 kaarten. Dat zijn 13 series van vier kaarten die bij elkaar horen. Eén van de series is *vogels*. Trek je zo maar een kaart uit de stapel dan is de kans op een vogel $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ of 7,7%.
Als je 40 keer een kaart trekt uit het kwartetspel kun je $\frac{1}{13} \times 40 = 3{,}076...$ keer een vogel verwachten. Dat is afgerond 3 keer een vogel.

	: 52	× 4	
%	100	1	? 7,692...
aantal	52	×	4
	: 52	× 4	

1.4 Diagrammen tekenen

blz 37 Bij het tekenen van diagrammen kun je zelf de indeling van de assen bedenken.

- Bepaal de verdeling van de getallen op de assen. De informatie haal je uit de gegevens.
- Je wilt de assen niet langer maken dan 10 cm, daar pas je de stappen op de assen bij aan.
- Gebruik zo nodig een scheurlijn.
- Zet bij de assen waar het over gaat. Zet er een titel boven.

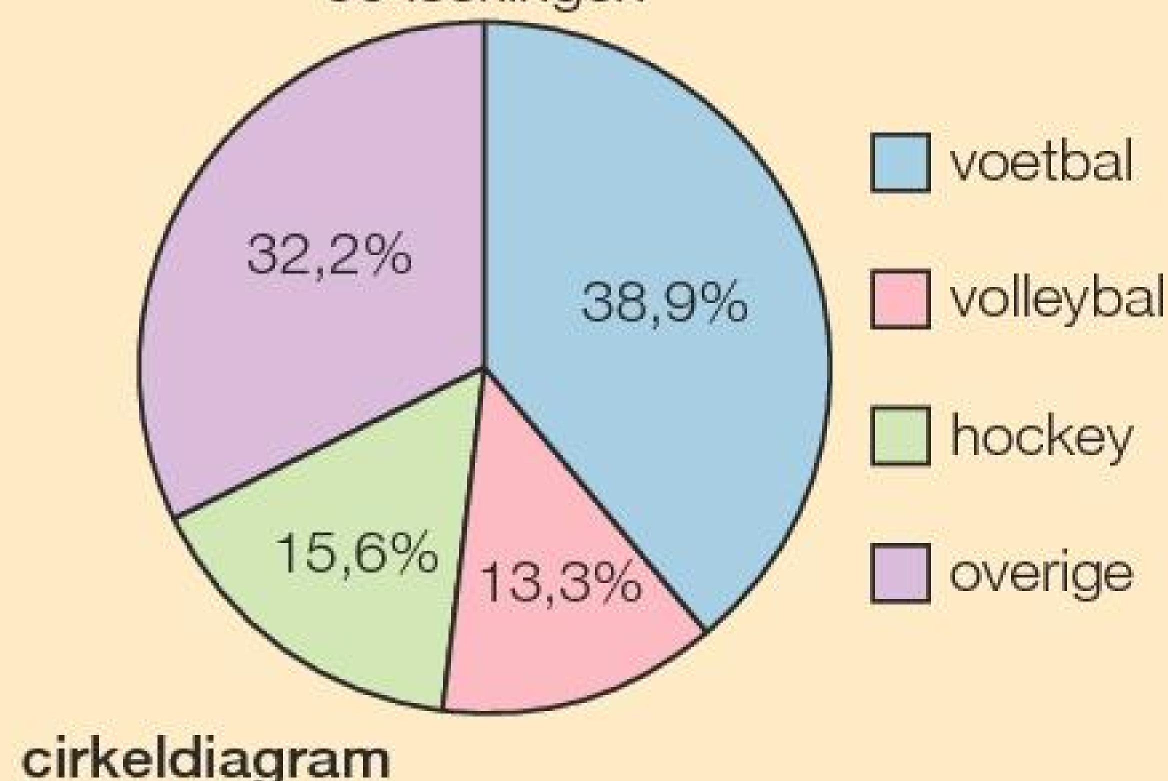
Bij een staafdiagram teken je de staven los van elkaar. Boven de staaf zet je het aantal.
Bij een lijndiagram verbind je de punten met rechte lijnstukken.

© Noordhoff Uitgevers bv

blz 42 Een cirkeldiagram is verdeeld in sectoren. In die sectoren staan de percentages.

werkschema cirkeldiagram tekenen

- Tabel met percentages en hoeken maken.
- Een cirkel tekenen.
- Hoeken tekenen en de percentages in elke sector zetten.
- Legenda maken.
- Titel en aantal erboven zetten.



cirkeldiagram

1.5 Steelbladdiagram en boxplot maken

blz 47 Als je veel gegevens hebt kun je die in een steelbladdiagram weergeven. In de tabel staan de leeftijden van docenten op een school.

25	53	52	41	27	43	30	32	25
53	57	35	32	30	30	36	44	22
29	29	46	42	34	51	22		

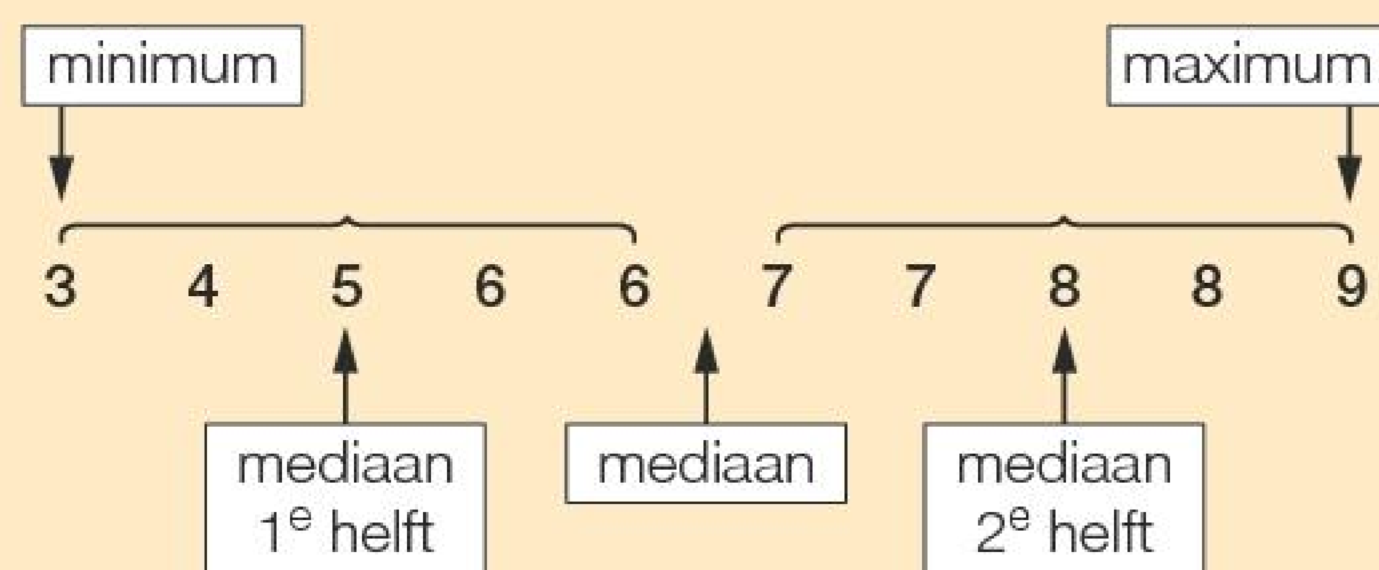
De leraren zijn allemaal tussen de 20 en 60 jaar. In de linker kolom zet je de tientallen 2, 3, 4 en 5. Zet alle getallen in de rechterkolom op volgorde van klein naar groot.

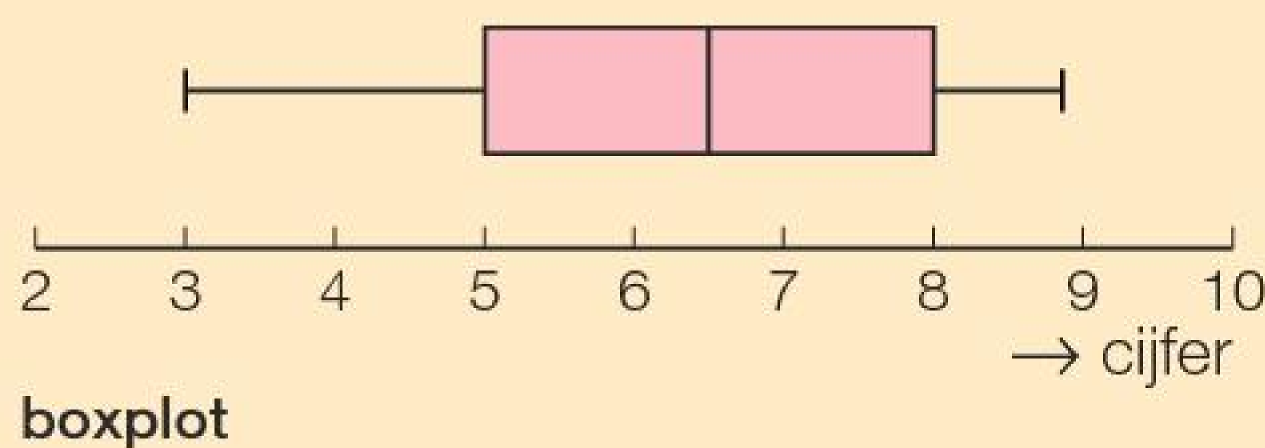
LEEFTIJDEN DOCENTEN

2	2 2 5 5 7 9 9
3	0 0 0 2 2 4 5 6
4	1 2 3 4 6
5	1 2 3 3 7
tientallen	eenheden

steelbladdiagram

blz 50 Bij een serie getallen kun je een boxplot maken. Je zoekt het minimum en het maximum. Je zoekt uit wat de mediaan is. Daarna bepaal je de mediaan van de eerste helft en de mediaan van de tweede helft.





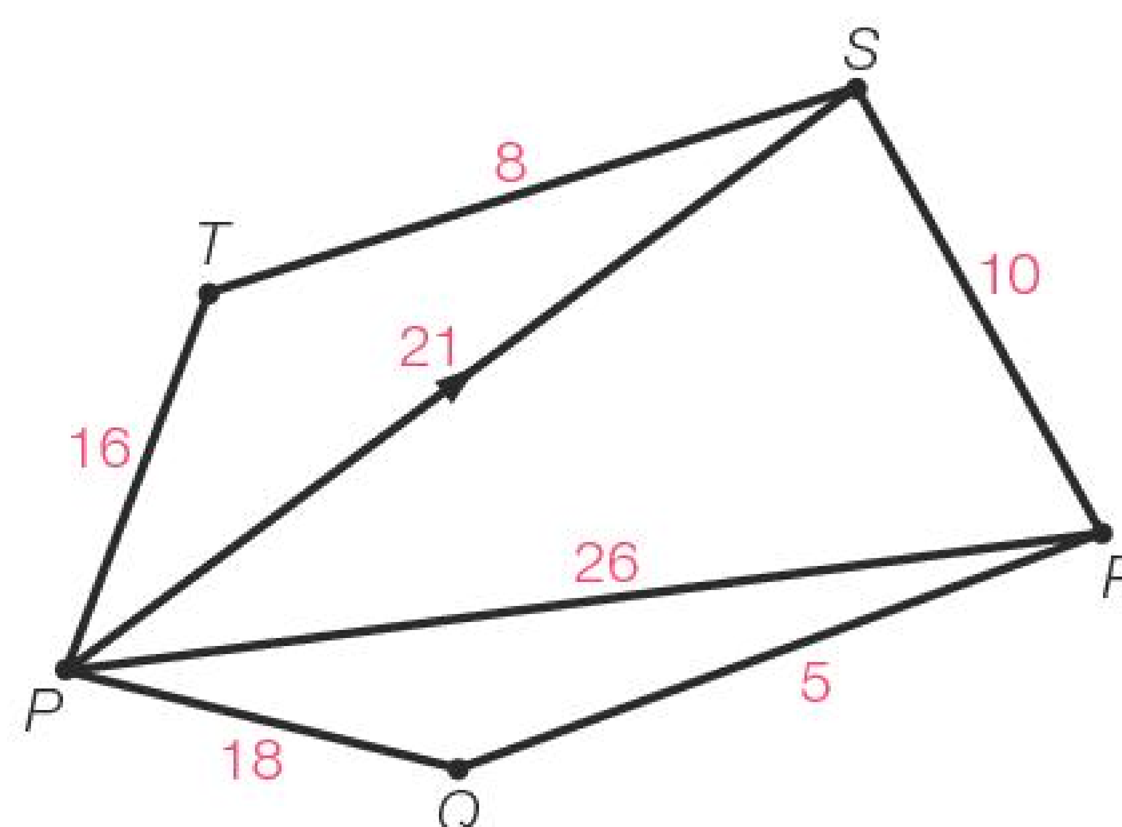
boxplot

D-toets

1.1 Grafen

1 Theorie A

[▸📖 WERKBOEK] De punten uit de graaf stellen plaatsen voor. De getallen bij de verbindingen zijn de kosten in euro's voor het vervoer van de ene naar de andere plaats.



a Waarom is de graaf een gerichte graaf?

b Vul de tabel in.

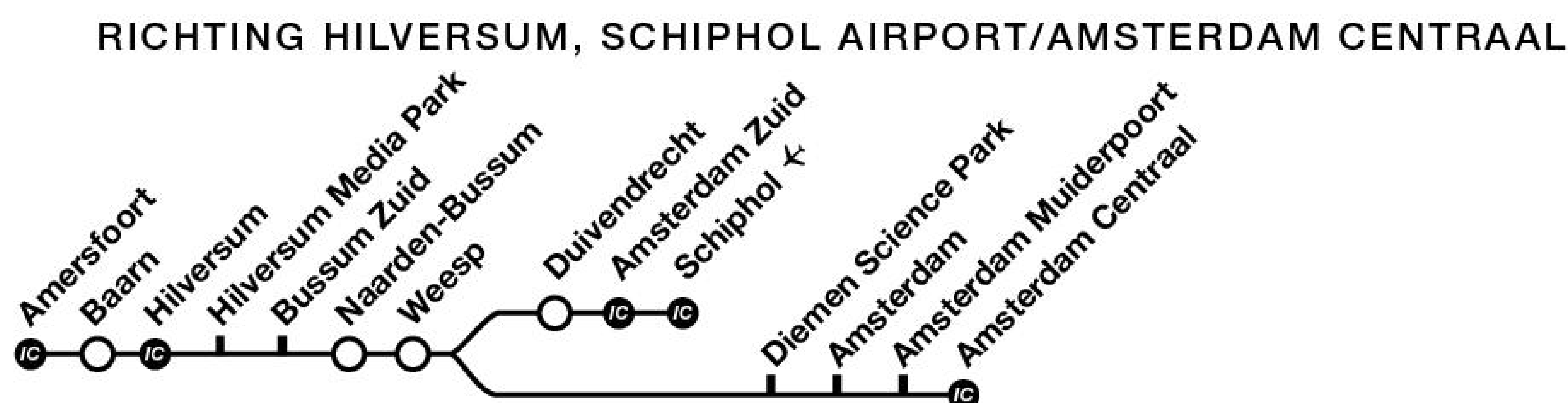
c Sander wil alle plaatsen bezoeken maar zo weinig mogelijk kosten maken. Begin en eind hoeven niet in dezelfde plaats te zijn. In welke volgorde moet hij de plaatsen gaan bezoeken?

2 Theorie A

a Op welk station hangt de graaf hieronder?

b Welke twee eindstations zie je in de graaf?

c Simone staat op het station waar de graaf hangt. Simone neemt de intercity naar Schiphol. Op hoeveel stations stopt haar trein onderweg?



Intercity's stoppen alleen op de met IC aangegeven stations
Naar Schiphol ✈ reist u sneller met de Intercity

Vertrektijd/ Departure	Treinen rijden op/ Trains run on	Spoor	Soort trein/ Transportation	Eindbestemming/ Destination
4 48	ma vr	4a	Sprinter	**Amsterdam Centraal** via Baarn-Hilversum-Naarden-Bussum-Weesp
48	di wo do za	7	Sprinter	**Amsterdam Centraal** via Baarn-Hilversum-Naarden-Bussum-Weesp
48	zo	6	Sprinter	**Amsterdam Centraal** via Baarn-Hilversum-Naarden-Bussum-Weesp
5 02	ma vr	4a	Sprinter	**Amsterdam Centraal** via Baarn-Hilversum-Naarden-Bussum-Weesp
02	di wo vr	7	Sprinter	**Amsterdam Centraal** via Baarn-Hilversum-Naarden-Bussum-Weesp

3 Theorie A

Niek staat op het station waar de graaf hangt. Hij gaat op maandag zo vroeg mogelijk naar Amsterdam Centraal.

a Hoe laat vertrekt zijn trein? En vanaf welk spoor?

b Komt Niek langs Schiphol?

© Noordhoff Uitgevers bv

1.2 Telproblemen

4 Theorie B
Alyssa gaat een hoesje uitzoeken voor haar telefoon.

a Maak een wegendiagram bij de keuzemogelijkheden.

b Uit hoeveel soorten hoesjes kan Alyssa kiezen?

c Alyssa wil een rood of blauw hoesje met koord en zonder zichtvenster. Er zijn geen hoesjes meer van leer. Uit hoeveel mogelijkheden kan zij dan nog kiezen?



5 Theorie B
Maak een boomdiagram bij de mogelijkheden van restaurant Ons dorp.



6 Theorie C

a Hoeveel wedstrijden worden er gespeeld bij een halve competitie tussen 10 teams?

b Hoeveel wedstrijden worden er gespeeld bij een hele competitie tussen 11 teams?

c Van een schaakvereniging spelen 16 schakers een toernooi. Er wordt gespeeld volgens het afvalsysteem. Hoeveel partijen speelt de winnaar?

1.3 Kans

7 Theorie D
In een bak zitten negen balletjes. De balletjes zijn genummerd van 1 tot en met 9. Koen pakt steeds met de ogen dicht een balletje. Hij legt het balletje ook weer terug.

a Hoe groot is de kans dat hij balletje nummer 5 pakt? Geef je antwoord als breuk en in procenten.

b Hoe groot is de kans op een bal met een nummer hoger dan 5? Geef je antwoord als breuk en in procenten.

c Koen pakt 180 keer een balletje. Hij legt het ook steeds weer terug. Hoeveel keer verwacht je dat hij een nummer lager dan 4 pakt?



8 Theorie D

Bij het spel *vieroog* gooi je met twee dobbelstenen met vier vlakken. Op die vlakken staan de cijfers 1 tot en met 4.

a Hoe groot is de kans op 6? Geef je antwoord als breuk en in procenten.

b Hoe groot is de kans op minder dan 3? Geef je antwoord als breuk en in procenten.

1.4 Diagrammen tekenen

9 Theorie E

De tabel hieronder gaat over de voetbalvereniging Avanti.

AVANTI

jaar	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
aantal vrouwen	32	64	78	85	90	98	112

Teken het lijndiagram.

10 Theorie F

[WERKBOEK] De tabel gaat over de verdeling van de leerlingen van het Hunzedalcollege naar onderwijssoort.
Teken een cirkeldiagram bij de tabel.

HUNZEDALCOLLEGE

onderwijssoort	vmbo-B	vmbo-K	vmbo-GT	havo	vwo
aantal	285	314	427	428	346

1.5 Steelbladdiagram en boxplot maken

11 Theorie G

Bij een tennistoernooi is bijgehouden hoeveel minuten elke partij duurt.

TIJDSDUUR TENNISPARTIJ

34	56	68	58	51	42	58	50	73	81	52	61	63	43	39
84	44	45	86	41	59	78	53	46	70	62	52	68	68	51

Maak een steelbladdiagram bij de tijdsduur van de tennispartijen.

12 Theorie H

a Maak een boxplot bij de tijdsduur van de tennispartijen.

b Wat weet je van de tijdsduur van de middelste 50% van de partijen?

© Noordhoff Uitgevers bv



Onderzoeksopdracht
Gegevens verzamelen en verwerken

Voorbereiding

- Deze opdracht maak je in een groepje van 2 of 3 personen.
- Lees de opdracht eerst helemaal door.
- Verdeel het werk onder de groepsleden.



Opdracht

Verzamel gegevens en maak er diagrammen bij.

Aanpak

- Kies een onderwerp waarvan je gemakkelijk gegevens kunt verzamelen.
  Je kunt bijvoorbeeld denken aan
  - het aantal leerlingen van je school de afgelopen jaren
  - het aantal inwoners in je gemeente
  - gebruik van sociale media, enzovoort.
- Verzamel de gegevens.
- Maak bij je gegevens minstens twee verschillende diagrammen.

Presentatie

Maak een posterpresentatie van deze opdracht.

2 Verbanden

Spaarrekening

Je wilt een smartphone, een gitaar of een scooter kopen, maar je hebt niet voldoende geld. Je moet dus sparen. Waarschijnlijk heb je al een spaarrekening. Misschien heb je die zelf gekozen, maar het kan ook zijn dat je ouders die voor jou geregeld hebben.

Je gaat onderzoeken wat voor jou de beste spaarrekening is.
Daarbij gebruik je formules om bijvoorbeeld je spaartegoed over 5 jaar te berekenen.
Dit hoofdstuk gaat over formules.
Daarom is het belangrijk dat je eerst dit hoofdstuk leert en maakt.

Wat leer je?

– Werken met machtsverbanden, wortelverbanden en exponentiele verbanden.
– [VMBO-GT] Verdubbelingstijd en halveringstijd berekenen.







© Noordhoff Uitgevers bv



Voorkennis Volgorde van bewerkingen

Rekenvolgorde

De rekenvolgorde is:

1. Berekenen wat tussen haakjes staat.
2. Machtsverheffen en worteltrekken van links naar rechts.
3. Vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
4. Optellen en aftrekken van links naar rechts.

voorbeeld

$3 + \sqrt{9} \times 4^3$	worteltrekken
$3 + 3 \times 4^3$	machtsverheffen
$3 + 3 \times 64$	vermenigvuldigen
$3 + 192 = 195$	optellen

1 a Controleer dat $5 \times \sqrt{36} - 2 \times 3^2 = 12$.
b Bereken $\sqrt{225} + 6^2 : 3 \times 6$.

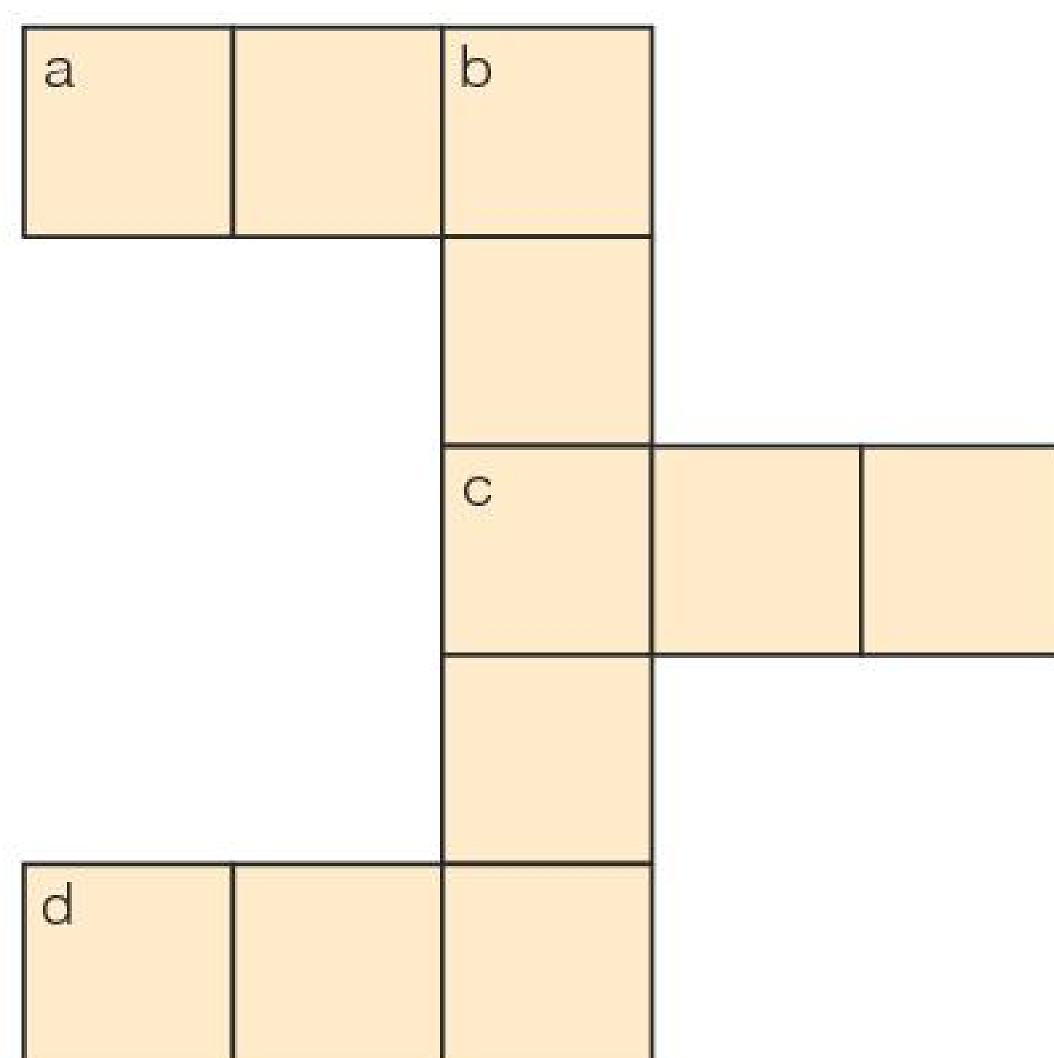
2 Bereken. Schrijf ook de tussenstappen op.
a $5 + 8 \times \sqrt{64}$
b $(7^2 - 9) \times \sqrt{25 - 16}$
c $2 \times \sqrt{100} + 6^2 : 4$
d $2^3 \times \sqrt{25} + 2 \times \sqrt{81}$
e $\sqrt{36} + 3 \times \sqrt{194 - 25}$
f $4^3 \times 2 - \sqrt{150 : 6}$
g $\sqrt{81} + 4^2 : 2 \times 6$
h $6 + (\sqrt{25} + 4) \times \sqrt{9}$

3 Bereken met de rekenmachine. Rond zo nodig af op twee decimalen.
a $45 + 11 \times \sqrt{970}$
b $(14^2 - 18) \times \sqrt{712 - 214}$
c $26 \times \sqrt{20} + 11{,}5^2 : 9$
d $14 \times \sqrt{88} + 4 \times \sqrt{77}$
e $75 - 11^2 \times \sqrt{55}$
f $15^2 + \sqrt{165 - 65}$

4 [WERKBOEK] Los de puzzel op.

horizontaal
a $10^2 + 9^2$
c $(5^2 - 4^2) \times 11 + \sqrt{64}$
d $(\sqrt{81} + \sqrt{100}) \times (\sqrt{400} - 10)$

verticaal
b $10^4 + \sqrt{100 + 125} \times 10$



© Noordhoff Uitgevers bv

5 Bereken. Schrijf ook de tussenstappen op.

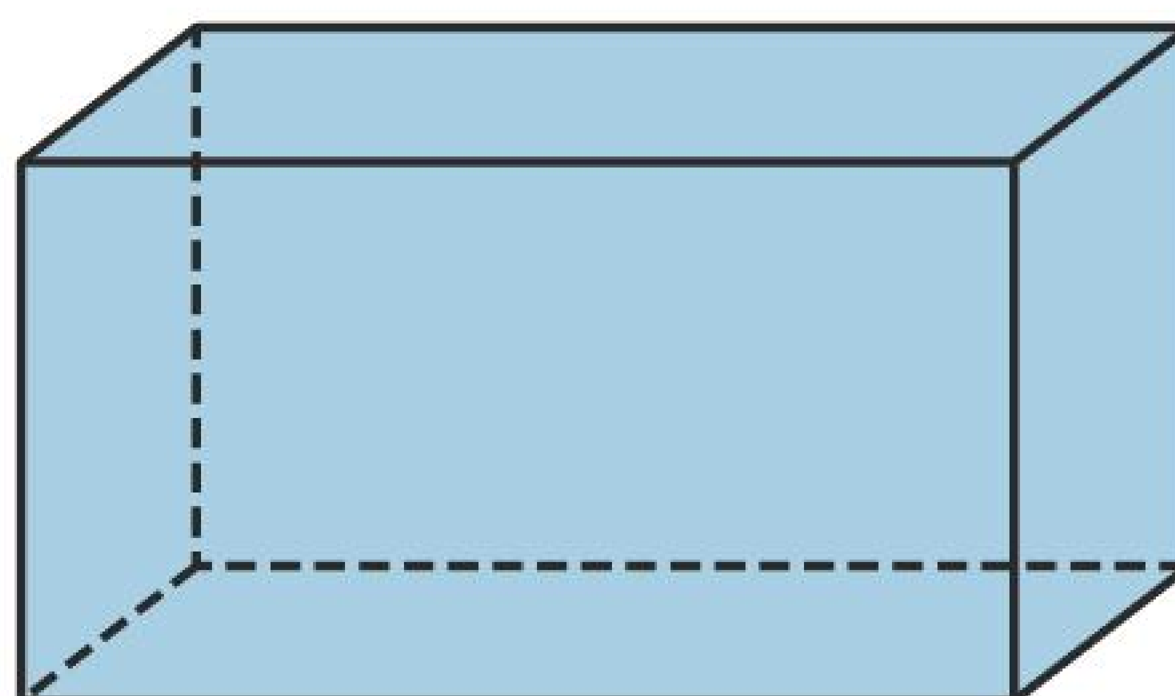
a $\dfrac{14 : 7 \times 15 + 10}{\sqrt{25} \times 4}$

b $\dfrac{12 + 4 \times 6}{(8^2 - 58) \times 2}$

Balk

6 De lengte van een balk kun je berekenen met de formule **lengte** $= \dfrac{\textbf{inhoud balk}}{\textbf{breedte} \times \textbf{hoogte}}$.

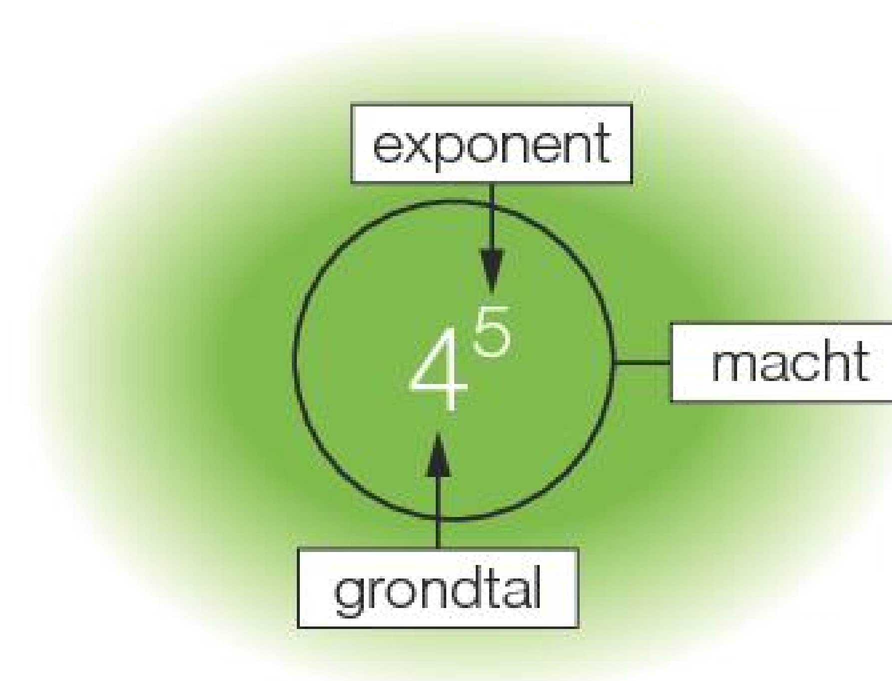
De balk hiernaast heeft een inhoud van 146 cm³. De breedte van de balk is 8 cm en de hoogte 2,5 cm.
Bereken de lengte van deze balk.



Machten

7 Bij het berekenen van machten gebruik je de machttoets ^ of $x^{\blacksquare}$.
Bereken.

a -9^2
b 2^4
c -3^3
d $(-5)^2$
e -12^2
f $(-12)^2$
g 12^2
h 580^0



8 Een exponent kan ook een decimaal getal zijn.
Controleer met je rekenmachine dat $4^{2,3} = 24,251...$

9 Bereken met je rekenmachine. Rond zo nodig af op drie decimalen.

a $2,5^4$ **b** $3,2^6$ **c** $5,17^3$ **d** $12^{1,3}$ **e** $1,5^{0,7}$ **f** $7,1^{0,55}$ **g** 6^0 **h** $9^{2,45}$

10 Bereken met je rekenmachine. Rond niet af.

a $(-3,5)^3$ **b** $(-3,5)^4$ **c** $(-15)^4$ **d** -15^4 **e** $(-7)^2$ **f** -11^4 **g** $(-11)^4$ **h** $-(-11)^4$

2.1 Machtsverbanden

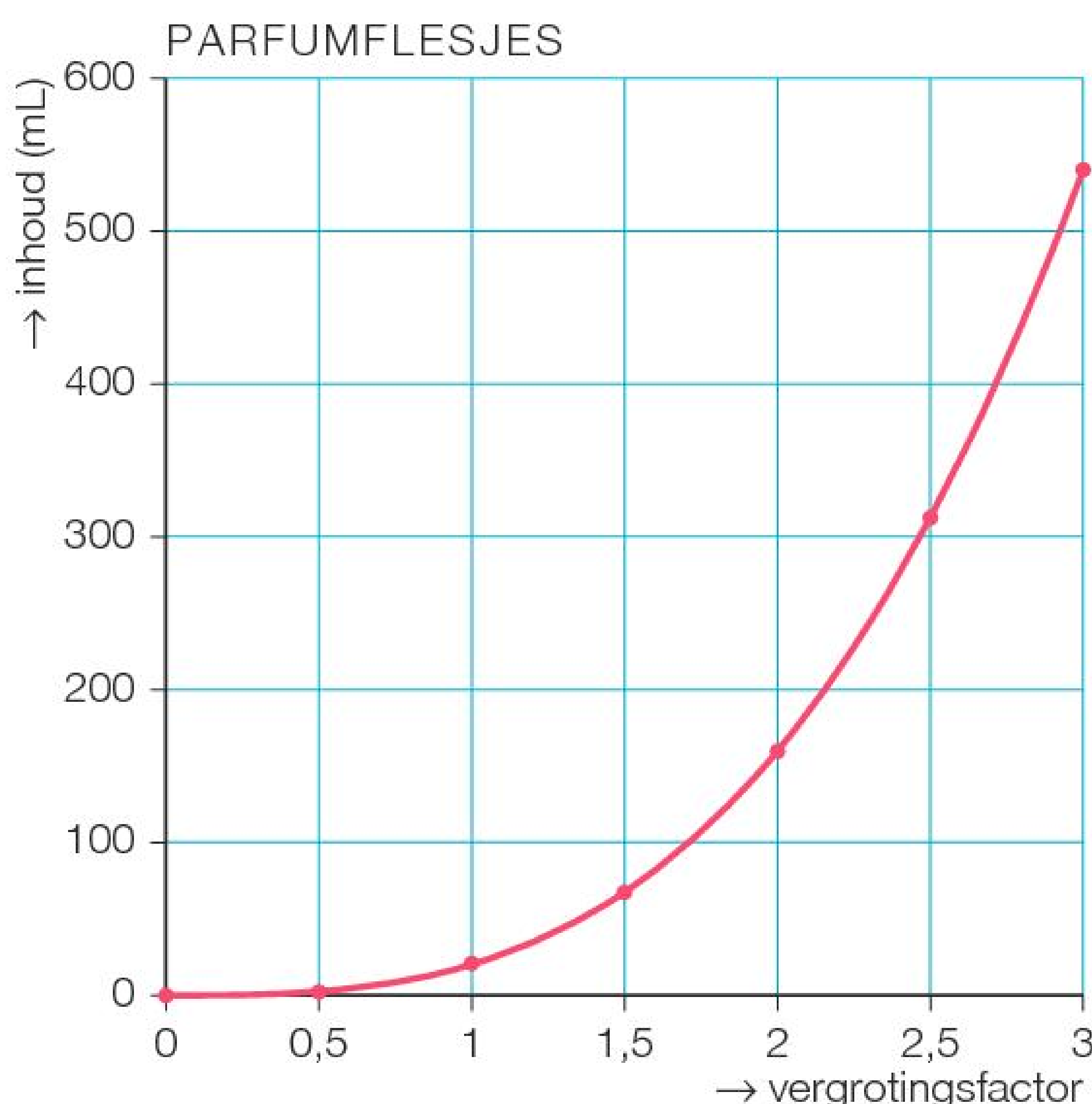
Vergroten



1 Een parfumflesje heeft een inhoud van 20 mL.
Van dat flesje zijn vergrotingen gemaakt voor in de etalage. Bij de vergrotingen van het parfumflesje hoort de formule
inhoud (mL) = 20 × vergrotingsfactor^3.

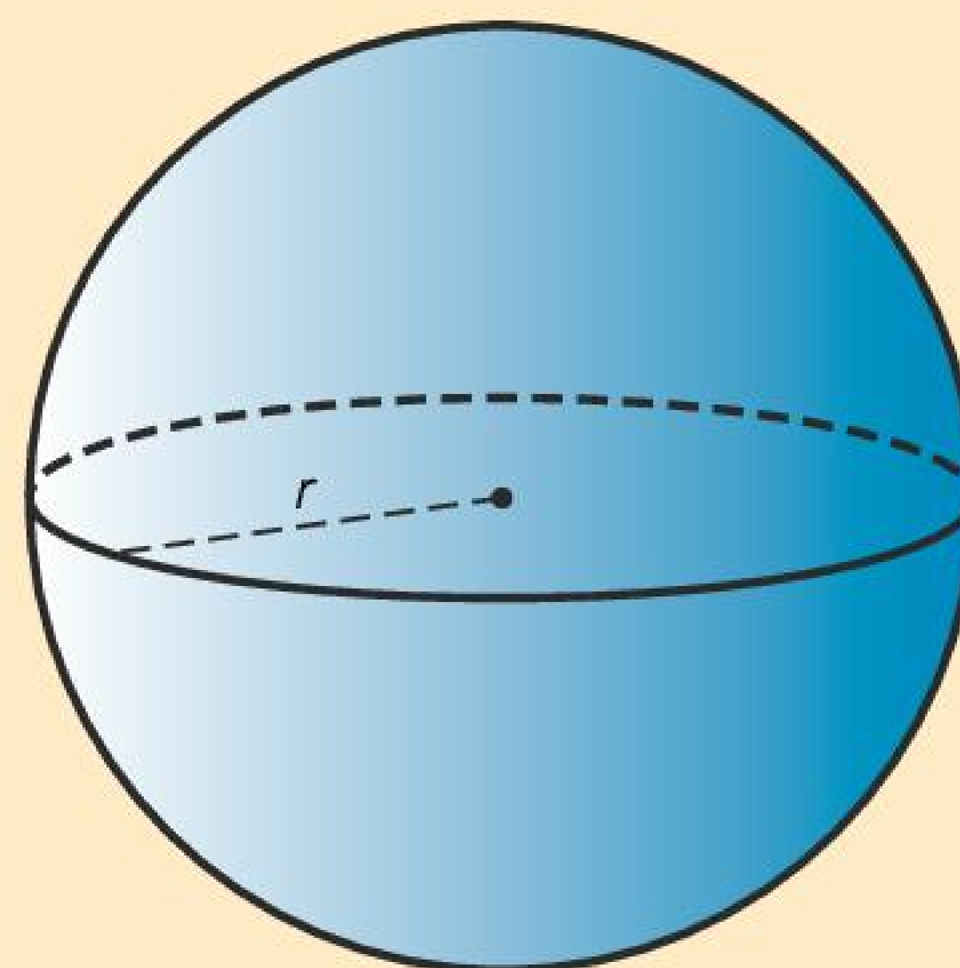


a Bereken de inhoud als de vergrotingsfactor 2 is.
b Bereken de inhoud als de vergrotingsfactor 1,5 is.
c Bereken de inhoud als de vergrotingsfactor 2,5 is.
d Hiernaast zie je de grafiek die bij de formule hoort. Lees uit de grafiek af wat de vergrotingsfactor is als de inhoud van de vergroting 500 mL is.



Theorie A Machtsverband

De inhoud van een bol kun je berekenen met de formule $I = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.
Hierin is *I* de *inhoud* in cm^3 en *r* de *straal* in cm. Er is een verband tussen de straal en de inhoud. In de formule staat de derde **macht** van de variabele *r*. Daarom is het een **machtsverband**. De formule is een **machtsformule**. Bij een machtsverband kun je een grafiek tekenen. De grafiek is een **vloeiende kromme**.



© Noordhoff Uitgevers bv

Voorbeeld Grafiek bij een machtsformule

Opgave

Teken de grafiek van de formule $h = 10 + 0{,}8t^{2{,}5}$.
Hierin is t de *tijd* in uren en h de *hoogte* in centimeters.
Gebruik de tabel hieronder. Rond steeds af op een heel getal.

WATERHOOGTE

t	0	1	2	3	4	5
h						

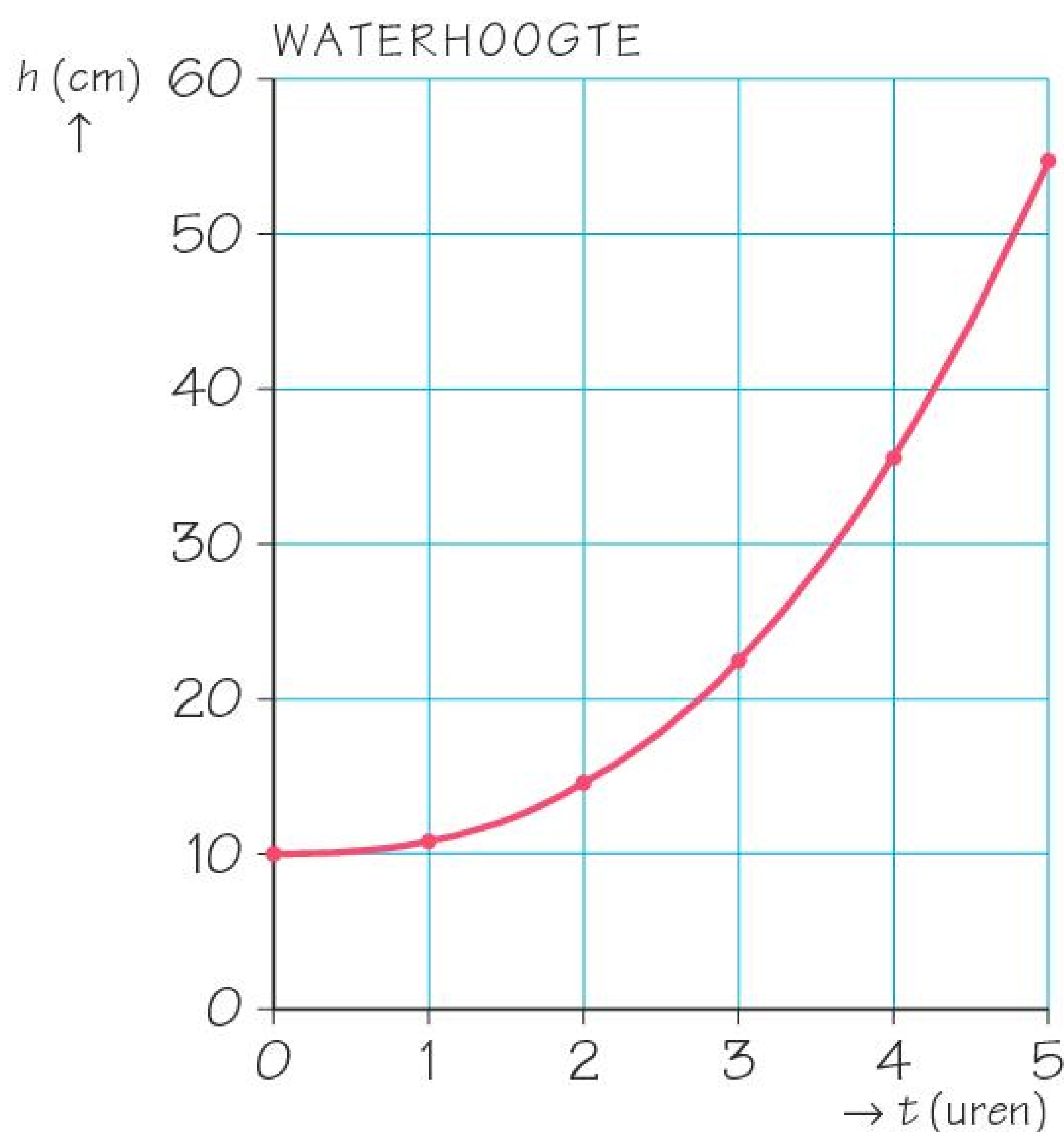
Aanpak

Voor $t = 2$ krijg je $h = 10 + 0{,}8 \times 2^{2{,}5} = 14{,}525....$
Afgerond krijg je $h = 15$. Zet dat in de tabel.
Vul de tabel verder in.
Teken de punten uit de tabel in het assenstelsel.
Verbind de punten met een vloeiende kromme.

Uitwerking

WATERHOOGTE

t (uren)	0	1	2	3	4	5
h (cm)	10	11	15	22	36	55



Piramide

Test opgave

[▸ 📖 WERKBOEK] De inhoud van de piramide hiernaast kun je berekenen met de formule $I = \frac{4}{3}h^3$.



Hierin is I de *inhoud* in milliliters en h de *hoogte* in centimeters.

a Vul de tabel in. Rond zo nodig af op een geheel getal.

PIRAMIDE

h (cm)	1	2	3	4	5	6
I (mL)						

b Teken de grafiek.

c Eén van de piramides heeft een inhoud van 122 mL. Schat de hoogte van deze piramide.

Gewicht en zithoogte

2

[▸ 📖 WERKBOEK] Een vuistregel waarmee je het gewicht van een persoon kunt berekenen is de formule $G = 0{,}0001h^3$.



Hierin is G het *gewicht* in kg en h de *zithoogte* in cm.

a Mevrouw Pouwels heeft een zithoogte van 85 cm.
Vul je dat in de formule in dan krijg je $G = 0{,}0001 \times 85^3$.
Controleer dat haar gewicht afgerond op een geheel getal 61 kg is.

b De zithoogte van mevrouw Wijn is 78 cm. Bereken haar gewicht. Rond af op een geheel getal.

c Vul de tabel in. Rond steeds af op een geheel getal.

GEWICHT EN ZITHOOGTE

h (cm)	60	65	70	75	80	85	90
G (kg)							

d Teken de grafiek bij de tabel.

e Meneer Vink weegt 71 kg. Zoek op de verticale as 71.
Ga naar rechts tot de grafiek.
Schat de zithoogte van meneer Vink.

© Noordhoff Uitgevers bv

Bol

3 [▶ WERKBOEK] De inhoud van een bol kun je berekenen met de formule $I = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.
Hierin is I de *inhoud* in cm^3 en r de *straal* in cm.

a De inhoud van een bol met een straal van 5 cm is afgerond op een geheel getal 524 cm^3.
Laat dat met een berekening zien.

b Bereken de inhoud van een bol met een straal van 3 cm. Rond af op een geheel getal.

c Vul de tabel verder in. Rond steeds af op een geheel getal.

BOL

r (cm)	0	1	2	3	4	5	6
I (cm^3)						524	

d Teken de grafiek bij de formule.

e Een biljartbal heeft een inhoud van 400 cm^3. Zoek op de verticale as 400. Ga naar rechts tot aan de grafiek.
Zet daar een stip.
Hoeveel centimeter is de straal van de biljartbal ongeveer?

4 De firma Globe maakt wereldbollen. Die passen precies in een kubusvormige doos met ribben van 32 cm.
Hoeveel cm^3 ruimte is er nog over in zo'n doos? Gebruik de formule $I = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.
Hierin is I de *inhoud* van een bol in cm^3 en r de *straal* in cm.
Rond af op een geheel getal.



Windmolen

5 [▶ WERKBOEK]
Jeroen heeft achter zijn huis een windmolen staan. Bij deze windmolen hoort de formule **vermogen (Watt) = 60v^3**.
Hierin is v de *windsnelheid* in m/s.

WINDMOLEN

v (m/s)	0	2	4	6	8	10
vermogen (Watt)						

a Bereken het vermogen bij een windsnelheid van 8 m/s.

b Vul de tabel in.

c Teken de grafiek bij de formule.

d Bij ongeveer welke windsnelheid is het vermogen 20 000 Watt?

© Noordhoff Uitgevers bv

Heterodon Nasicus

6 [▸ WERKBOEK] De Heterodon Nasicus is een slang. Deze slangen kunnen een lengte van 1 meter bereiken. Bij het gewicht van deze slang hoort de formule $G = 0{,}45l^3$.
Hierin is G het *gewicht* in grammen en l de *lengte* in decimeters.



a Bereken het gewicht van een slang van 8 dm.
b Bereken het gewicht van een slang van 100 cm.
c Vul de tabel in.

SLANG

l (dm)	0	2	4	6	8	10
G (g)						

d Teken de grafiek bij de tabel.
e Een slang weegt 150 g.
Hoeveel centimeter is de lengte van deze slang ongeveer?

Hardrijden

7 [▸ WERKBOEK] Er is een verband tussen de hoogte van de boete en het aantal kilometers dat je te hard rijdt. Je kunt de hoogte van de boete berekenen met de formule **boete (€) = 20 + 0,7**$a^{1{,}9}$.
Hierin is a het *aantal te hard gereden* kilometers per uur.



a Bereken de boete bij 10 km te hard rijden. Rond af op hele euro's.
b Vul de tabel in. Rond af op hele euro's.

HARDRIJDEN

a (km/uur)	0	2	4	6	8	10	12
boete (€)							

c Teken de grafiek bij de tabel.
d Sven rijdt te hard binnen de bebouwde kom. Hij krijgt een boete van bijna € 50.
Hoeveel km/uur reed hij te hard?
e Laat met berekeningen zien of de boete twee keer zo hoog is als je twee keer zoveel km/uur te hard rijdt.

© Noordhoff Uitgevers bv

Nieuw gewas

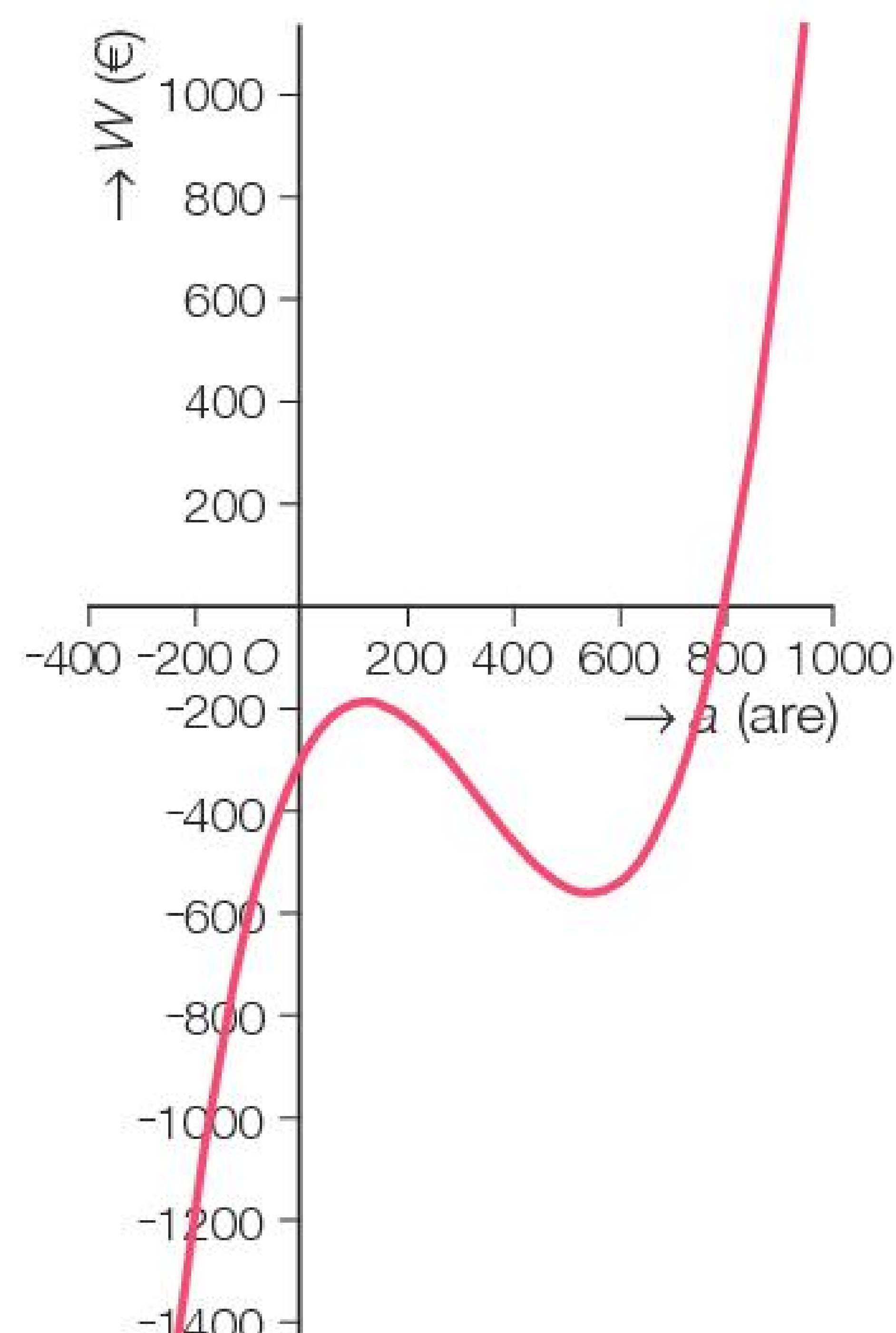
8 * [▸ WERKBOEK] Sander heeft 20 hectare grond. Hij denkt erover een gedeelte vol te zetten met een nieuw gewas. De te verwachten winst berekent hij met de formule
$W = 0{,}000\,01a^3 - 0{,}01a^2 + 2a - 300$.
Hierin is W de *winst* in euro's en *a* de *oppervlakte* in are.

a Hoeveel are is 20 hectare?

b Hoeveel winst maakt Sander als hij niets doet, dus 0 hectare gebruikt?

c Hoeveel winst maakt hij als hij al zijn land voor het nieuwe gewas gebruikt?

d Vul de tabel in.



WINST NIEUW GEWAS

a (are)	0	400	800	1200	1600	2000
W (€)						

e Hoeveel are moet Sander minstens voor het nieuwe gewas gebruiken om winst te maken? Gebruik inklemmen. Rond af op een geheel getal.

ARTIKEL | BEROEP | GESCHIEDENIS | INFORMATIEF



Biologisch-dynamisch landbouwer



In een biologisch-dynamisch bedrijf worden geen chemicaliën en kunstmest gebruikt en hebben de dieren veel ruimte. Normaal gesproken houden agrarische bedrijven zich bezig met alleen akkerbouw, fruitteelt of het houden van dieren. Biologisch-dynamische bedrijven combineren deze werkterreinen vaak.
Lijkt het je leuk werk? Dan is de mbo-opleiding *Manager biologisch-dynamisch bedrijf* op niveau 4 misschien iets voor jou. Als je op een biologisch-dynamisch bedrijf werkt, geef je als manager instructie bij de uitvoering van de werkzaamheden. Je controleert de uitvoering en stuurt medewerkers aan.

© Noordhoff Uitgevers bv

IJsbergen

9 * [WERKBOEK] IJsbergen ontstaan doordat grote stukken ijs afbreken van een gletsjer en dan de zee in drijven. Ze worden kleiner doordat ze langzaam smelten.
Bij een ijsberg die in het begin 60 000 ton weegt hoort de formule
$G = 60\,000 - 900t - 105t^2 - t^3$.
Hierin is G het *gewicht* in tonnen en t de *tijd* in maanden.



a Laat met een berekening zien dat na een jaar volgens de formule nog 32 352 ton ijs over is.
b Vul de tabel in.

IJSBERG

t (maanden)	0	2	4	6	8	10	12	14
G (ton)								

c Teken de grafiek bij de tabel. Maak zelf een verdeling bij de verticale as.
d Bereken in de hoeveelste maand de ijsberg volgens de formule helemaal gesmolten zal zijn.

Rekenbreak



Bereken.
4 × 2,8
12 × 11,5

Stijn heeft een grote vijver.
Hij koopt 10 Japanse koi.
Hoeveel moet hij betalen?



Koi € 14,50 per stuk.
Nu 3 halen, 2 betalen.

Woordenlijst

- macht
- machtsverband
- machtsformule
- vloeiende kromme

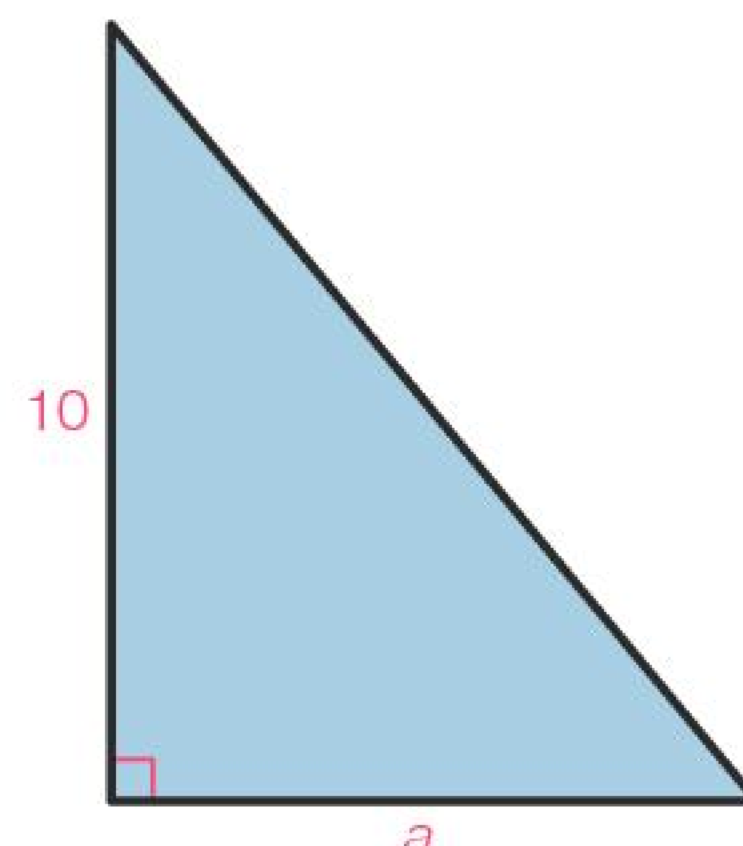
© Noordhoff Uitgevers bv

2.2 Wortelverbanden

Driehoek

10

Van een rechthoekige driehoek met één rechthoekszijde van 10 cm kun je de lengte van de schuine zijde berekenen met de formule **schuine zijde (cm) = $\sqrt{100 + a^2}$**.
Hierin is a de *lengte* van de andere rechthoekszijde in cm.
Laat met een berekening zien dat bij $a = 3$ de schuine zijde afgerond 10,4 cm is.



Theorie B Wortelverband

In de formule **$T = 3 + \sqrt{t}$** is T de *temperatuur* in graden Celsius en t de *tijd* in uren.
Er is een verband tussen de temperatuur en de tijd.
In de formule staat één van de variabelen onder het wortelteken.
Daarom is het een **wortelverband**. Bij een wortelverband kun je een grafiek tekenen. De grafiek is een vloeiende kromme en heeft de vorm van een halve parabool op zijn kant.

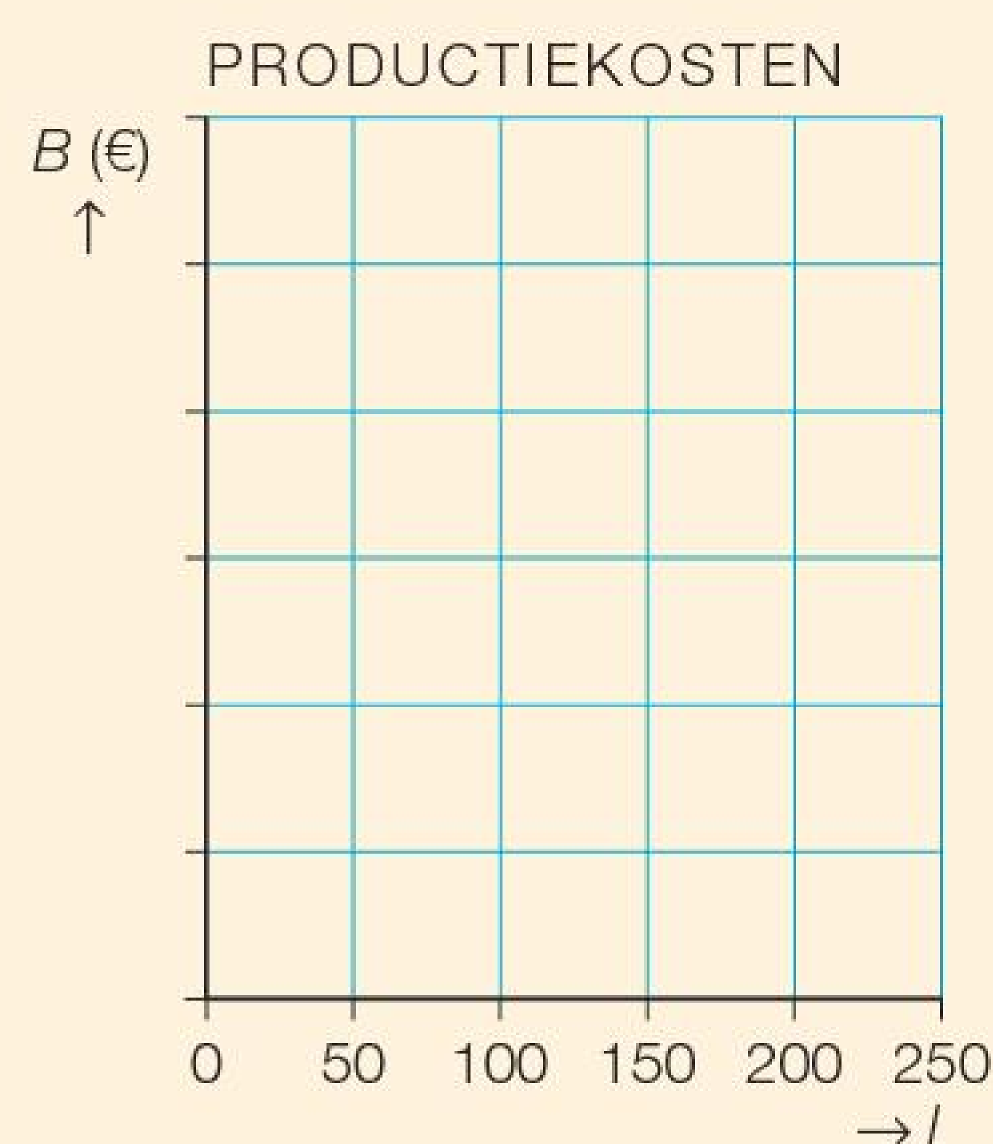
Voorbeeld Grafiek bij wortelverband tekenen

Opgave
De firma Besseling maakt ledlampen. De productiekosten worden berekend met de formule **$B = 30\sqrt{100l} + 1000$**.
Hierin is B het *bedrag* in euro's en l het *aantal* lampen.

a Vul de tabel in. Rond indien nodig af op een geheel getal.

PRODUCTIEKOSTEN

l	0	25	50	100	250
B (€)					



b Teken de grafiek. Maak zelf een verdeling langs de verticale as.

c Bereken bij hoeveel lampen er volgens de formule voor het eerst meer dan € 5000 productiekosten zijn.

© Noordhoff Uitgevers bv

Aanpak

a Voor $l = 0$ krijg je
$B = 30 \times \sqrt{100 \times 0} + 1000 = 1000$.
Zet dat in de tabel.
Voor $l = 250$ krijg je
$B = 30 \times \sqrt{100 \times 250} + 1000 = 5743$.
Zet dat in de tabel.
Vul de tabel verder in.



b De verticale as moet lopen van 1000 naar 5743.
Maak bijvoorbeeld stappen van 1000, dus 0, 1000, 2000, ..., 6000.
Teken de punten uit de tabel in het assenstelsel.
Verbind de punten met een vloeiende kromme.

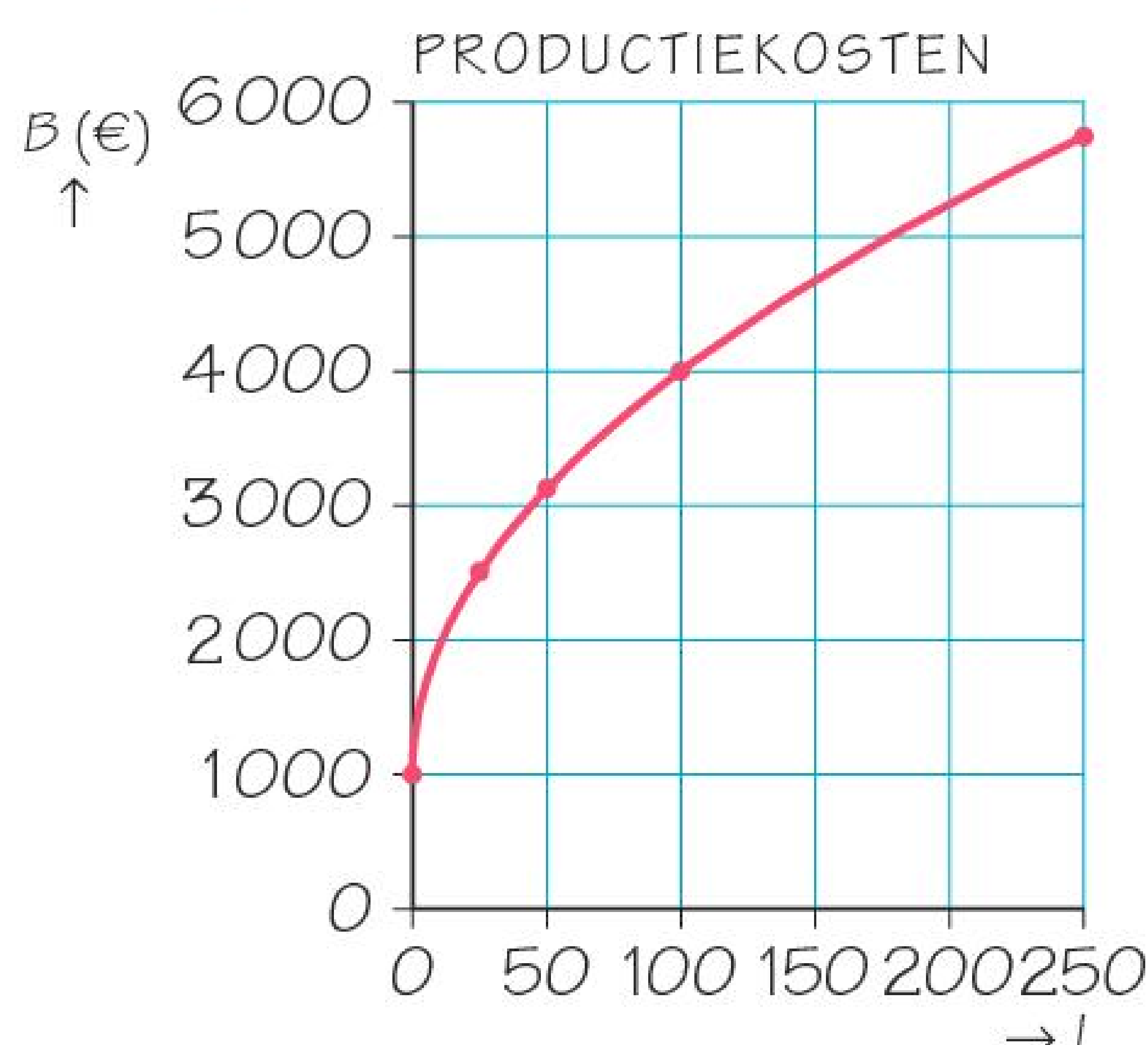
c In de grafiek zie je dat het antwoord in de buurt van 175 lampen ligt.
Gebruik inklemmen om het precieze aantal lampen te berekenen.
De vergelijking is $\mathbf{30\sqrt{100l} + 1000 = 5000}$.
Schrijf minstens drie berekeningen op.

Uitwerking

a PRODUCTIEKOSTEN

l	0	25	50	100	250
B (€)	1000	2500	3121	4000	5743

b



c $l = 175 \rightarrow 30 \times \sqrt{100 \times 175} + 1000 = 4968{,}626...$ te weinig
$l = 177 \rightarrow 30 \times \sqrt{100 \times 177} + 1000 = 4991{,}240...$ te weinig
$l = 178 \rightarrow 30 \times \sqrt{100 \times 178} + 1000 = 5002{,}499...$ te veel
Bij 178 lampen zijn er voor het eerst meer dan € 5000 productiekosten.

© Noordhoff Uitgevers bv

Veulen

Test opgave [WERKBOEK] Misty is een veulen. Vanaf het moment dat het geboren is, kun je zijn gewicht in de eerste twee jaar berekenen met de formule $G = 57 \times \sqrt{2{,}24t + 1}$.
Hierin is het G het *gewicht* in kilogrammen en t de *tijd* in maanden.



a Vul de tabel in. Rond steeds af op hele kilogrammen.

VEULEN MISTY

t (maanden)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
G (kg)									

b Teken de grafiek. Maak zelf een verdeling langs de verticale as.
c Bereken na hoeveel maanden het veulen volgens de formule voor het eerst meer dan 350 kg weegt.

Rage

11 We spreken van een rage als een artikel sterk in de mode is. Jojo's zijn een rage geweest. Een speelgoedwinkelier berekent het aantal verkochte jojo's met de formule
aantal $= 75 \times \sqrt{2t}$.
Hierin is t de *tijd* in dagen.



a Na 10 dagen verkoopt de winkelier $75 \times \sqrt{2 \times 10}$ jojo's.
Controleer dat dit 335 jojo's zijn.
b Hoeveel jojo's heeft hij verkocht na 30 dagen?

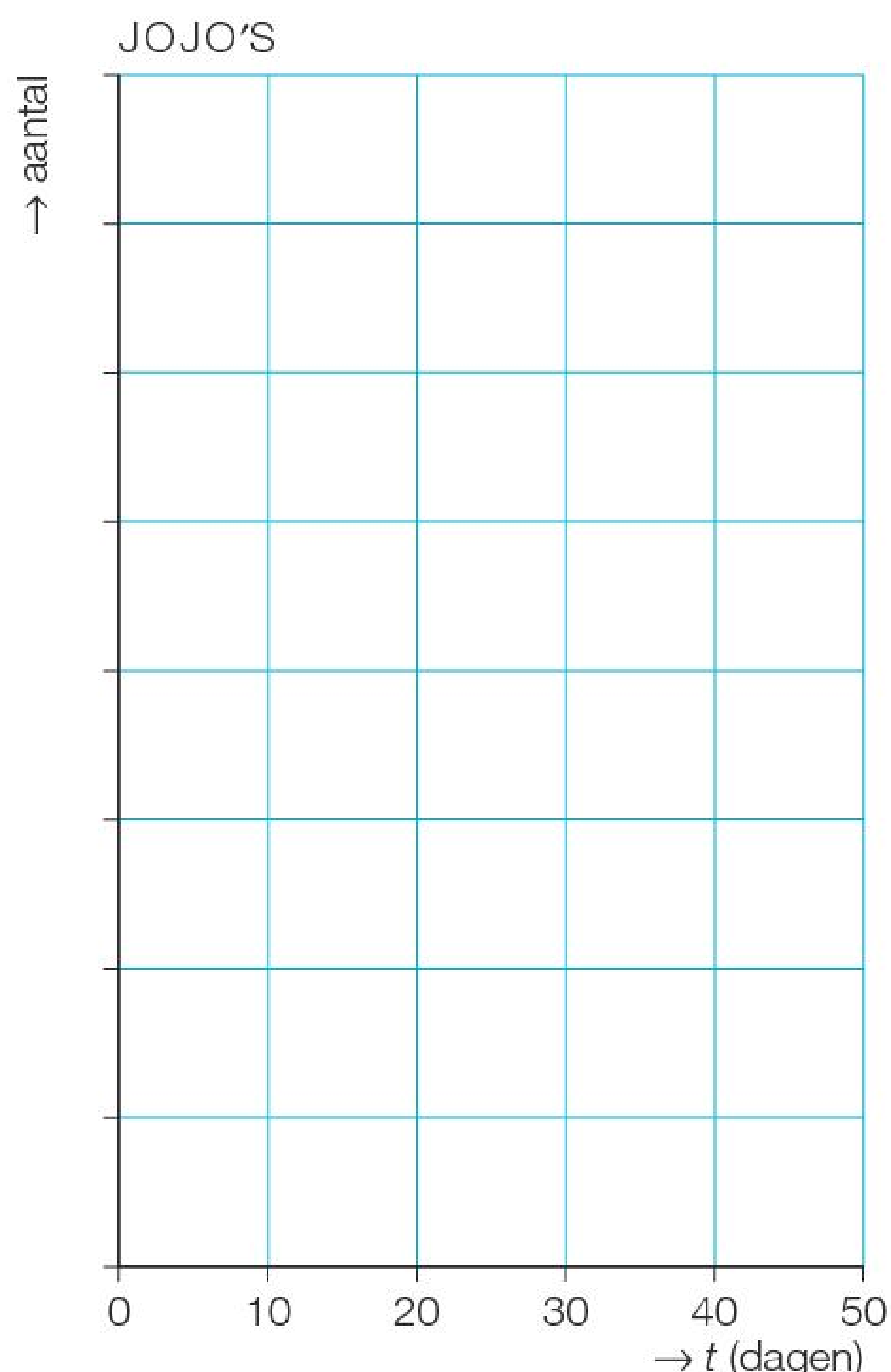
12 [WERKBOEK] We spreken van een rage als een artikel sterk in de mode is. Jojo's zijn een rage geweest. Een speelgoedwinkelier berekent het aantal verkochte jojo's met de formule
aantal $= 75 \times \sqrt{2t}$.
Hierin is t de *tijd* in dagen.
a Vul de tabel verder in.

JOJO'S

t (dagen)	0	10	20	30	40	50
aantal	0					750

b Hiernaast zie je een assenstelsel waarvan de verdeling langs de verticale as ontbreekt.
De grafiek die bij de tabel hoort begint op hoogte 0 en eindigt op hoogte 750.
Maak zelf een verdeling langs de verticale as.

c Teken de grafiek.



13 Je gaat berekenen na hoeveel dagen er voor het eerst meer dan 500 jojo's zijn verkocht. In de grafiek zie je dat het in de buurt van 25 dagen moet liggen.

a Vul 25 in de formule in en bereken het aantal jojo's.

b Vul 22 in de formule in en bereken het aantal jojo's.

c Vul 23 in de formule in en bereken het aantal jojo's.

d Na hoeveel dagen zijn er voor het eerst meer dan 500 jojo's verkocht?

Voedsel koelen

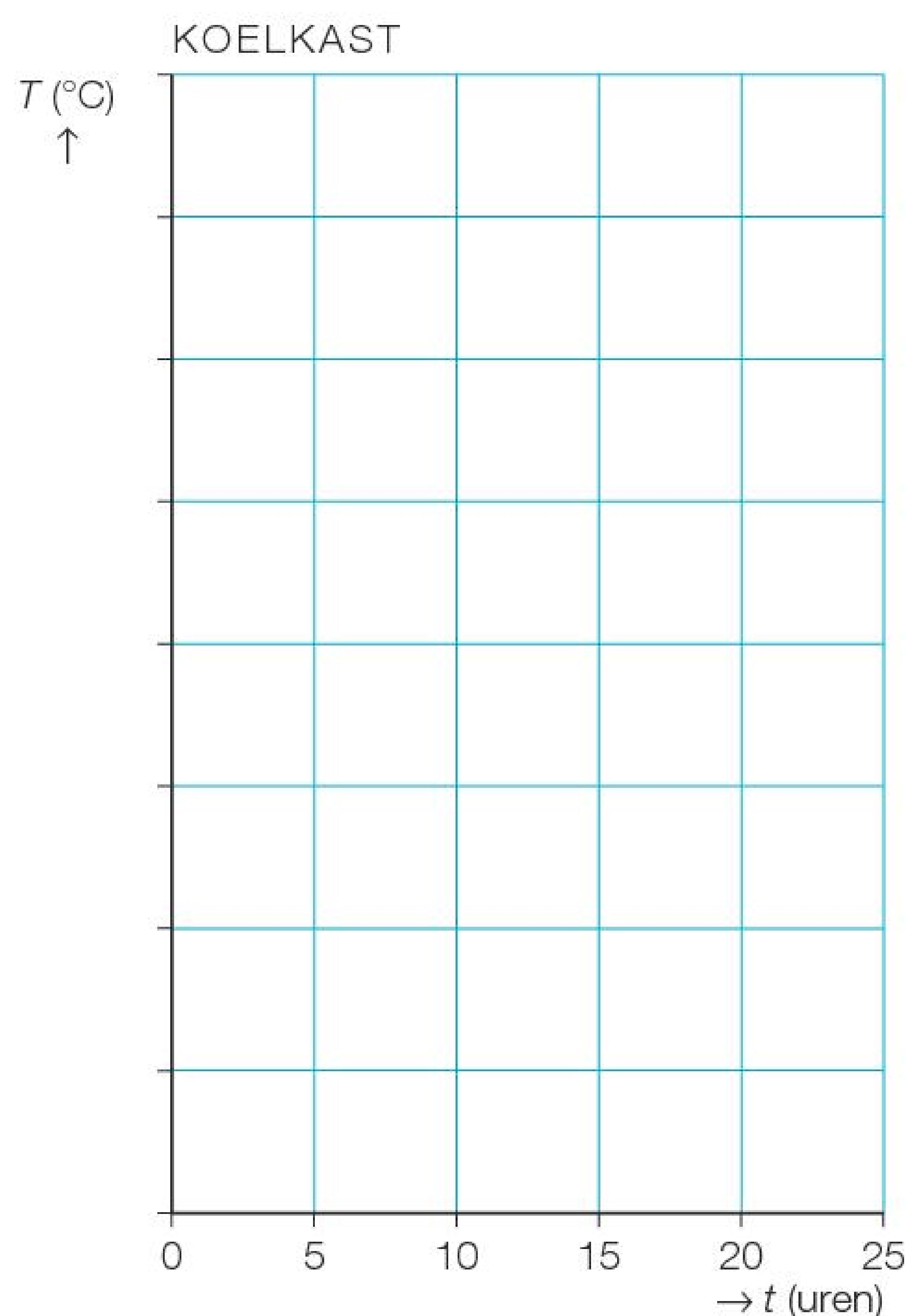
14 [WERKBOEK] De koelkast is stuk gegaan. Daarom stijgt de temperatuur. De formule bij het warmer worden is $T = \sqrt{t} + 3$.
Hierin is T de *temperatuur* in graden Celsius en t de *tijd* in uren.

a Vul de tabel in. Rond af op één decimaal.

KOELKAST

t (uren)	0	5	10	15	20	25
T (°C)						

b Teken de grafiek bij de tabel.
Maak zelf een verdeling langs de verticale as.



© Noordhoff Uitgevers bv

15 Als de temperatuur van de koelkast hoger wordt dan 8,5 °C moet het voedsel worden weggegooid. Het gevaar van voedselvergiftiging door te veel bacteriën is dan te groot.
Na hoeveel uur moet het voedsel weggegooid worden? Los op door in te klemmen. Zorg voor minstens drie berekeningen.

Snelle auto

16 [WERKBOEK] De Audi TT kan snel optrekken. De snelheid bij het optrekken kun je berekenen met de formule
$v = 40\sqrt{t}$.
Hierin is v de *snelheid* in km/uur en t de *tijd* in seconden.



a Wat is de snelheid van de Audi na 5 seconden? Rond af op een geheel getal.
b En na 10 seconden? Rond af op een geheel getal.
c Vul de tabel in. Rond af op gehele getallen.
d Teken de grafiek.
e Na ongeveer hoeveel seconden rijdt de Audi 100 km/uur?
f De snelheid van de Audi TT is begrensd. De maximumsnelheid is daardoor 250 km/uur.
Kleur het gedeelte van de grafiek dat zinvol is zwart.

AUDI TT

t (seconden)	0	5	10	20	30	45	60
v (km/uur)							

Slingertijd

17 [WERKBOEK] Tussen de slingertijd en de lengte van een slinger van een klok bestaat een verband.
Als je de lengte van de slinger weet, kun je de slingertijd berekenen met de formule $S = 2\sqrt{l}$.
Hierin is S de *slingertijd* in seconden en l de *lengte* van de slinger in meters.



a Bereken de slingertijd bij een slinger met een lengte van 0,5 m. Rond je antwoord af op twee decimalen.
b Een kleine klok heeft een slinger van 15 cm.
Bereken de slingertijd van deze klok.
Rond af op twee decimalen.
c Vul je antwoorden in de tabel in. Rond indien nodig af op twee decimalen.
d Teken de grafiek bij de formule.

SLINGERTIJD

l	0	0,1	0,15	0,2	0,4	0,6	0,8	1
S								

Uitkijktoren



18 [▸ 📖 WERKBOEK] Lise staat op een uitkijktoren. Hoe ver ze kan kijken hangt af van de hoogte waarop ze staat. De formule die bij benadering het verband aangeeft tussen de ooghoogte en de kijkafstand is
$k = 1{,}4 \times \sqrt{(\pi \times h)}$.
Hierin is k de *kijkafstand* in kilometers en h de *ooghoogte* in meters.



a Laat met een berekening zien dat, als de ooghoogte van Lise 10 m is, de kijkafstand afgerond op één decimaal 7,8 km is.

b Vul de tabel in. Rond indien nodig af op één decimaal.

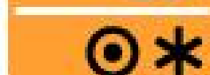
UITKIJKTOREN

h	0	2	4	6	8	10
k						

c Teken de grafiek die bij de formule hoort.

d Bereken hoe hoog de ooghoogte van Lise moet zijn om voor het eerst meer dan 10 km ver te kunnen kijken. Rond af op één decimaal.

Brandende kaarsen



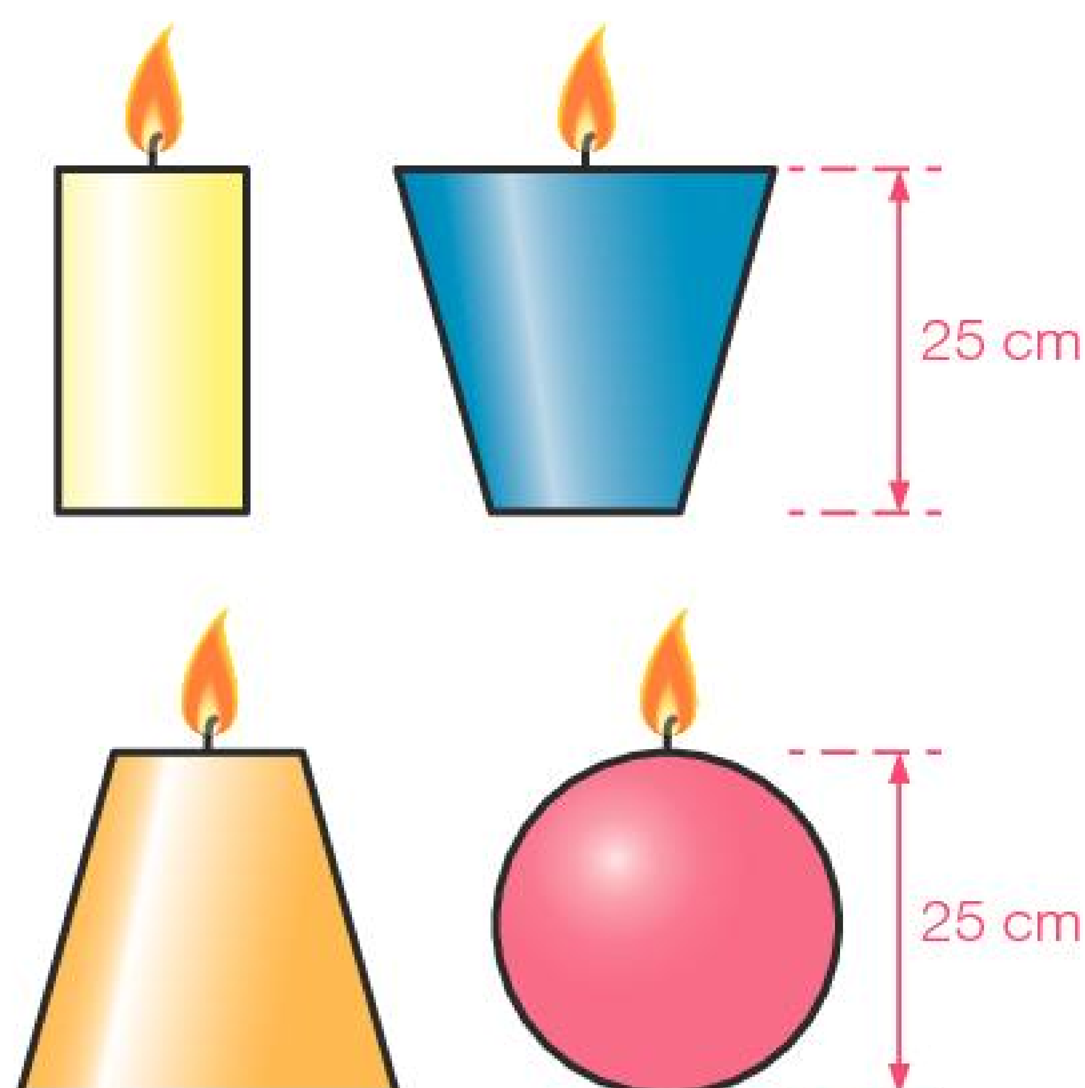
19 [▸ 📖 WERKBOEK] Manon heeft een kaars.
De lengte L van de kaars berekent zij met de formule
$L = 25 - 5\sqrt{t}$.
Hierin is L de *lengte* in cm en t de *tijd* in branduren.

a Hoe lang is de kaars als hij wordt aangestoken?

b Vul de tabel in. Rond indien nodig af op één decimaal.

KAARS

t	0	5	10	15	20	25	30
L							



c Teken de grafiek bij de formule.

d Bereken na hoeveel branduren de kaars voor het eerst korter is dan 8 cm. Rond af op hele uren.

e Vul in: *sneller* of *langzamer*.
De kaars van Manon smelt steeds ...

f Welke van de vier kaarsen hiernaast is van Manon?

© Noordhoff Uitgevers bv

20 *

De kaars van Paula is korter en dikker dan die van Manon.

a Welke formule past volgens jou het best bij de kaars van Paula?

I $L = 30 - 3\sqrt{t}$

II $L = 20 - 3\sqrt{t}$

III $L = 30 - 8\sqrt{t}$

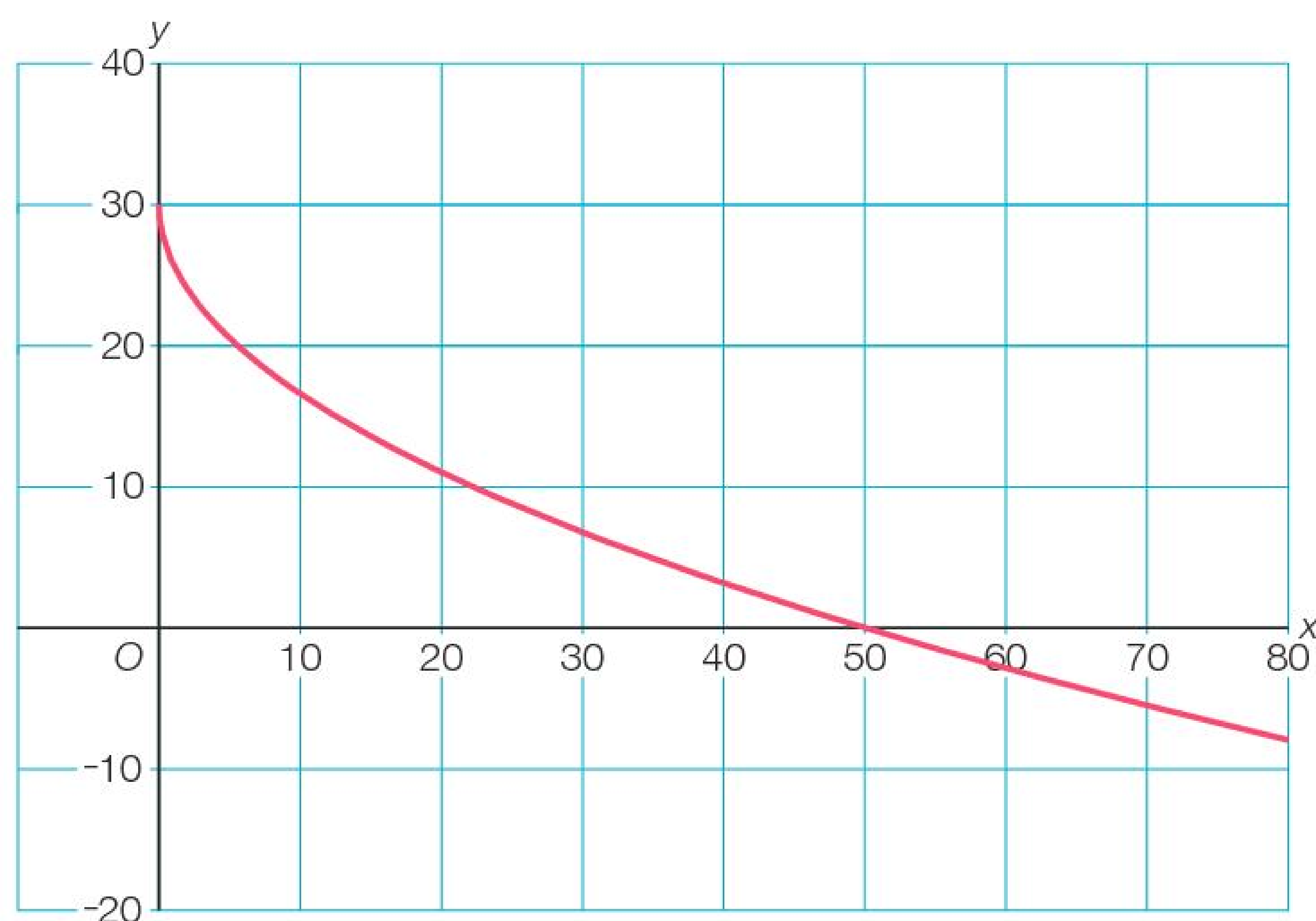
IV $L = 20 - 8\sqrt{t}$

b Welke kaars brandt langer, die van Manon of die van Paula?

Wortelverband

21 *

[▶📖 WERKBOEK] Hieronder is de grafiek getekend bij de formule $y = 30 - 3\sqrt{2x}$.



a Een punt van de grafiek heeft als x-waarde 8.
Bereken de y-waarde voor dit punt.

b Bereken met inklemmen de x-waarde van het punt waarvan de y-waarde 6 is.

c Gegeven is de formule
$y = 20 - 3\sqrt{2x}$.
Vul de tabel die hierbij hoort in.
Rond indien nodig af op één decimaal.

d Teken de grafiek die bij de tabel hoort.

$y = 20 - 3\sqrt{2x}$

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y									

Woordenlijst

- bacteriën
- slingertijd
- wortelverband

2.3 Exponentiële verbanden

Griep

22

[▶ 📖 WERKBOEK] In een stad hebben 20 mensen de griep. Dit aantal neemt elke dag met 20 toe.

a Vul de tabel verder in.

b Bij de tabel hoort een lineair verband.
Leg uit waarom.

c In een andere stad zijn ook 20 zieke mensen. Elke dag verdubbelt dit aantal.
Vul de tabel verder in.

d Hoort de tabel bij een lineair verband?
Leg je antwoord uit.

ZIEKE MENSEN STAD 1

tijd (dagen)	0	1	2	3	4	5
aantal	20	40				

ZIEKE MENSEN STAD 2

tijd (dagen)	0	1	2	3	4	5
aantal	20	40				

Theorie C Formule bij een exponentieel verband

Het aantal bacteriën in een schaaltje vla staat in de tabel hieronder.
In de tabel is t de *tijd* in uren.

BACTERIËN

t	0	1	2	3	4	5
aantal bacteriën	25	50	100	200	400	800

(+ 1 tussen opeenvolgende waarden van t; × 2 tussen opeenvolgende aantallen)

Het aantal bacteriën wordt elk uur met 2 vermenigvuldigd.
De **groeifactor** is 2.

begingetal — groeifactor — de variabele is een exponent

De formule die erbij hoort is **aantal bacteriën = 25 × 2^t**.

Er is een verband tussen de tijd en het aantal bacteriën.
In de formule is de variabele t een exponent. Daarom is het een **exponentieel verband**.

De formule bij een exponentieel verband ziet er zo uit:
aantal = begingetal × groeifactor^{tijd}.

© Noordhoff Uitgevers bv

Voorbeeld Exponentieel verband

Opgave

De tabel gaat over de groei van het aantal bacteriën.



BACTERIËN

t	0	1	2	3
aantal	5	15	45	135

In de tabel is *t* de *tijd* in uren.

Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen de tijd en het aantal bacteriën.
Zo ja, welke formule hoort bij de tabel?

Aanpak

In de bovenste rij zie je steeds + 1. Om te onderzoeken of er een exponentieel verband is, maak je delingen met de getallen in de onderste rij. Krijg je telkens dezelfde uitkomst, dan is er een exponentieel verband.
De uitkomst van de delingen is de groeifactor.
De formule heeft de vorm van
aantal = begingetal × groeifactor^{tijd}.
Het getal onder de 0 is 5. Het begingetal is dus 5.

BACTERIËN (+ 1, + 1, + 1)

t	0	1	2	3
aantal	5	15	45	135

15 : 5 = 3

Uitwerking

15 : 5 = 3
45 : 15 = 3
135 : 45 = 3
Er is een exponentieel verband tussen de tijd en het aantal bacteriën.
De groeifactor is 3.
De formule is aantal = 5×3^t.

Exponentiële groei

Test opgave

De tabel gaat over het aantal merels in een bos. In de tabel is *t* de *tijd* in jaren.
Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen de tijd en het aantal merels.
Zo ja, welke formule hoort bij de tabel?

MERELS

t	0	1	2	3
aantal	6	24	96	384

Tabellen

23 

[▶ 📖 WERKBOEK] De tabel gaat over het aantal mussen in een park. In de tabel is *t* de *tijd* in jaren.
Je gaat onderzoeken of er een exponentieel verband is tussen de tijd en het aantal mussen.

MUSSEN

t	0	1	2	3
aantal	4	8	16	32

a Komt er in de bovenste rij steeds 1 bij?

b Om te onderzoeken of er een exponentieel verband is, maak je delingen met de getallen in de onderste rij.
Vul in.
8 : 4 = ...
16 : 8 = ...
32 : ... = ...
Als je het goed hebt gedaan, heb je steeds hetzelfde antwoord.
Dat getal is de groeifactor.

c Vul de groeifactor op de juiste plaats in het schema in.

variabele onder in de tabel		begingetal		groeifactor	variabele boven in de tabel
....	=	....	×	....	....

d Welke variabele staat onder in de tabel?
Vul die in het schema in.

e Het begingetal staat onder de 0 in de tabel.
Vul dat in het schema in.

f Welke variabele staat boven in de tabel? Vul die in het schema in.
Je hebt nu de exponentiële formule bij de tabel gemaakt.



© Noordhoff Uitgevers bv

24 [▸ 📖 WERKBOEK] Je gaat onderzoeken of er een exponentieel verband is tussen *t* en het aantal.

t	0	1	2	3
aantal	100	400	1600	6400

a Komt er in de bovenste rij steeds 1 bij?

b Om te onderzoeken of er een exponentieel verband is, maak je delingen met de getallen in de onderste rij. Als je het goed hebt gedaan, heb je steeds hetzelfde antwoord. Dat getal is de groeifactor. Vul de groeifactor op de juiste plaats in het schema in.

c Vul de variabele onder in de tabel in het schema in.

variabele onder in de tabel	begingetal	groeifactor	variabele boven in de tabel

.... = ... × ....

d Vul het begingetal in het schema in.

e Vul de variabele boven in de tabel in het schema in.

25 Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen *t* en het aantal. Zo ja, welke formule hoort bij de tabel?

t	0	1	2	3
aantal	2	20	200	2000

26

a Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen *t* en het aantal. Zo ja, welke formule hoort bij de tabel I?

I

t	0	1	2	3	4
aantal	1500	2250	3375	5062,5	7593,75

b Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen *t* en het aantal. Zo ja, welke formule hoort bij de tabel II?

II

t	0	1	2	3	4
aantal	20	60	180	540	1620

27

a [▸ 📖 WERKBOEK] Bij de twee tabellen hieronder hoort exponentiële groei. Vul de tabellen verder in.

b Schrijf de formules op die bij de tabellen horen.

I

t	0	1	2	3
aantal	75	90		

II

t	0	1	2	3
aantal	100	180		

© Noordhoff Uitgevers bv

Wolven

28 [▶ WERKBOEK] Het aantal wolven in Polen neemt snel toe.
Volgens een bioloog groeit het aantal wolven volgens de formule
aantal = 800 × $1{,}2^t$.
Hierin is t de tijd in jaren met $t = 0$ in 2018.

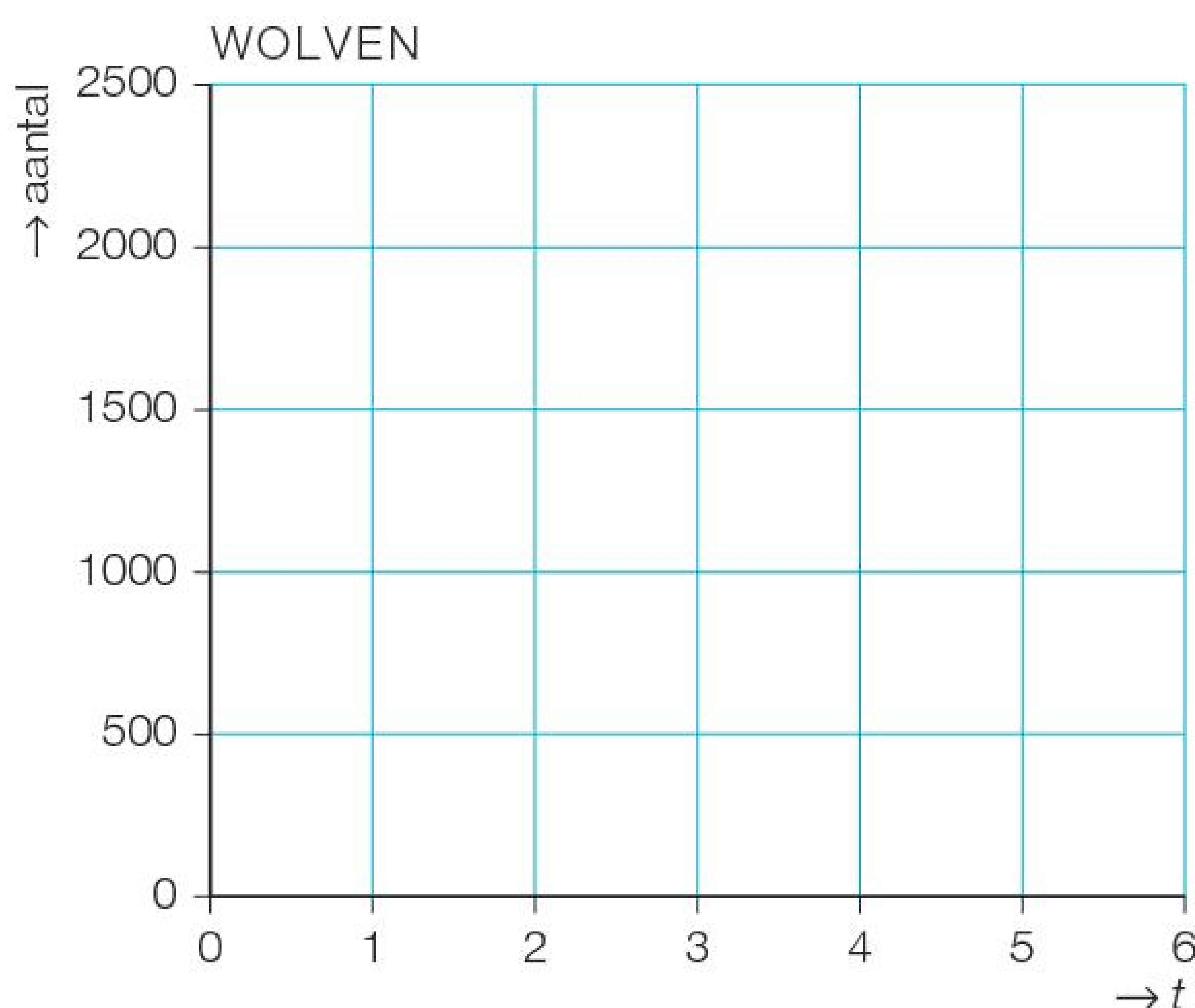
a Vul de tabel in.

WOLVEN

t	0	1	2	3	4	5	6
aantal							

b Hoeveel wolven zijn er bijgekomen in het eerste jaar?

c Teken de grafiek.



Het eerste jaar is het verschil tussen jaar 1 en jaar 0.

Theorie D Toename

Soms moet je een toename in een bepaald jaar berekenen.
Hoe dat gaat zie je in het voorbeeld.

Voorbeeld Exponentiële toename

Opgave
De waarde van de export van geteelde garnalen per jaar kan berekend worden met de formule **$B = 5{,}6 \times 1{,}24^t$**. Hierin is B het *bedrag* in miljoenen euro's en t het *aantal* jaren na 1 januari 2015.

a Bereken hoeveel miljoen euro de export op 1 januari 2018 is.
Rond af op hele miljoenen.

© Noordhoff Uitgevers bv

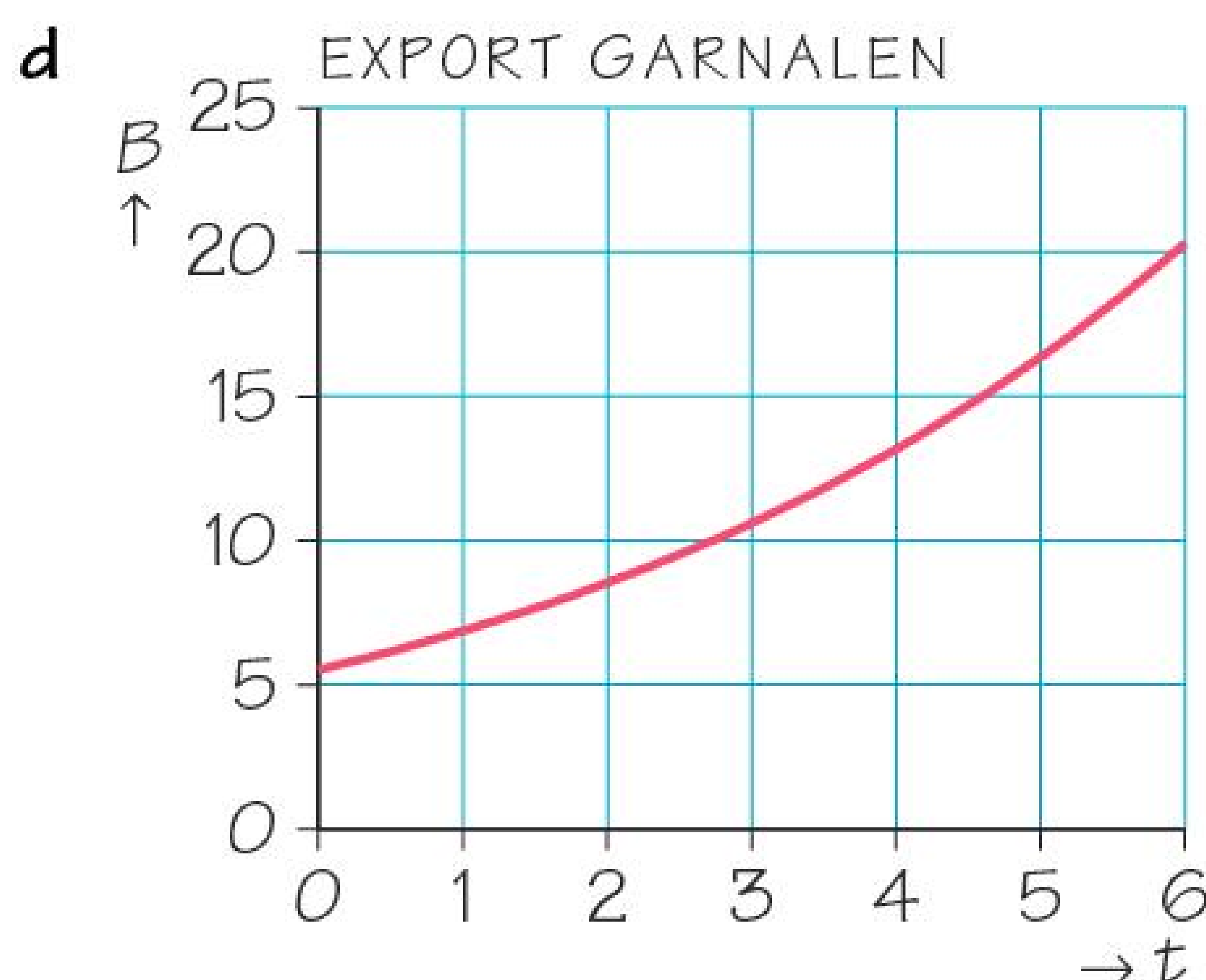
b Met hoeveel miljoen euro is de export in 2019 toegenomen? Rond af op hele miljoenen.
c Vul de tabel in. Rond steeds af op hele miljoenen.
d Teken de grafiek in het assenstelsel.

Aanpak
a Op 1 januari 2018 is $t = 2018 - 2015 = 3$.
Vul $t = 3$ in de formule in en bereken het bedrag.
b Heel het jaar 2019 loopt van 1 januari 2019 tot 1 januari 2020. Bereken dus het verschil tussen 1 januari 2019 en 1 januari 2020. Je gaat het eindantwoord afronden op miljoenen, daarom rond je de tussenantwoorden af op één decimaal.
d Teken de punten uit de tabel in het assenstelsel. De grafiek door de punten is een vloeiende kromme.

Uitwerking

a $t = 2018 - 2015 = 3$
$5{,}6 \times 1{,}24^3 = 10{,}677...$
Op 1 januari 2018 was de export 11 miljoen euro.
b Op 1 januari 2019 is $t = 2019 - 2015 = 4$.
Op 1 januari 2020 is $t = 2020 - 2015 = 5$.
$t = 4 \rightarrow 5{,}6 \times 1{,}24^4 = 13{,}2$
$t = 5 \rightarrow 5{,}6 \times 1{,}24^5 = 16{,}4$
$16{,}4 - 13{,}2 = 3{,}2$
In 2019 is de export met 3 miljoen euro toegenomen.
c EXPORT GARNALEN

t	0	1	2	3	4	5	6
B	6	7	9	11	13	16	20

d


Zeehonden

Test opgave

[▸ WERKBOEK] Het aantal grijze zeehonden stijgt de laatste jaren exponentieel. Bij de groei van het aantal zeehonden hoort de formule **aantal = 2108 × 1,35^t**. Hierin is t de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2014.



a Bereken hoeveel grijze zeehonden er op 1 januari 2018 zijn.

b Hoeveel grijze zeehonden zijn er in 2019 bijgekomen?

c Vul de tabel in.

d Teken de grafiek.

GRIJZE ZEEHONDEN

t	0	1	2	3	4	5	6
aantal							

Insecten

29 

[▸ WERKBOEK] Het aantal insecten in een afgesloten ruimte neemt toe volgens de formule **aantal = 20 × 4^t**. Hierin is t de tijd in weken.



a Welk getal in de formule is het begingetal?

b Welk getal in de formule is de groeifactor?

c Je gaat het aantal insecten na 5 weken berekenen.
Je vult voor $t = 5$ in. Je krijgt 20×4^5.
Bereken het aantal insecten na 5 weken. Er zijn alleen hele insecten, dus afronden op helen.

d Je gaat berekenen hoeveel insecten er in de 8^e week zijn bijgekomen.
De 1^e week loopt van $t = 0$ tot $t = 1$.
De 2^e week loopt van $t = 1$ tot $t = 2$.
De 8^e week loopt van $t = 7$ tot $t = 8$.
Bereken het aantal insecten voor $t = 7$ en $t = 8$.
Bereken daarna het verschil.
Hoeveel insecten zijn er in de 8^e week bijgekomen?

e Vul de tabel in.

INSECTEN

t	0	1	2	3	4	5	6
aantal							

f Teken de grafiek.

© Noordhoff Uitgevers bv

Aandeel

30 [▶ 📖 WERKBOEK] De waarde van een aandeel van mevrouw Schipper stijgt exponentieel. De formule daarbij is **waarde = $25 \times 1{,}15^t$**.
Hierin is de *waarde* in euro's en *t* de *tijd* in jaren.

a De beginwaarde is € 25.
Wat is de groeifactor?

b Laat met een berekening zien dat na 4 jaar de waarde van het aandeel € 43,73 is.

c Bereken de waarde van het aandeel na 5 jaar.

d Bereken de toename van de waarde in het vijfde jaar.

Het vijfde jaar loopt van $t = 4$ tot $t = 5$.

e Vul de tabel verder in.

AANDEEL

t (jaren)	0	1	2	3	4	5
waarde (€)	25					

f Teken de grafiek.

Konijnen

31 [▶ 📖 WERKBOEK] Op 1 januari 2014 werd op een eiland een groep van 50 konijnen losgelaten. Ieder volgend jaar werd het aantal konijnen op het eiland opnieuw geteld. Het aantal konijnen groeit volgens de formule $K = 50 \times 1{,}65^t$.
Hierin is *K* het *aantal* konijnen en *t* de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2014.

a Bereken hoeveel konijnen er op 1 januari 2018 zijn.

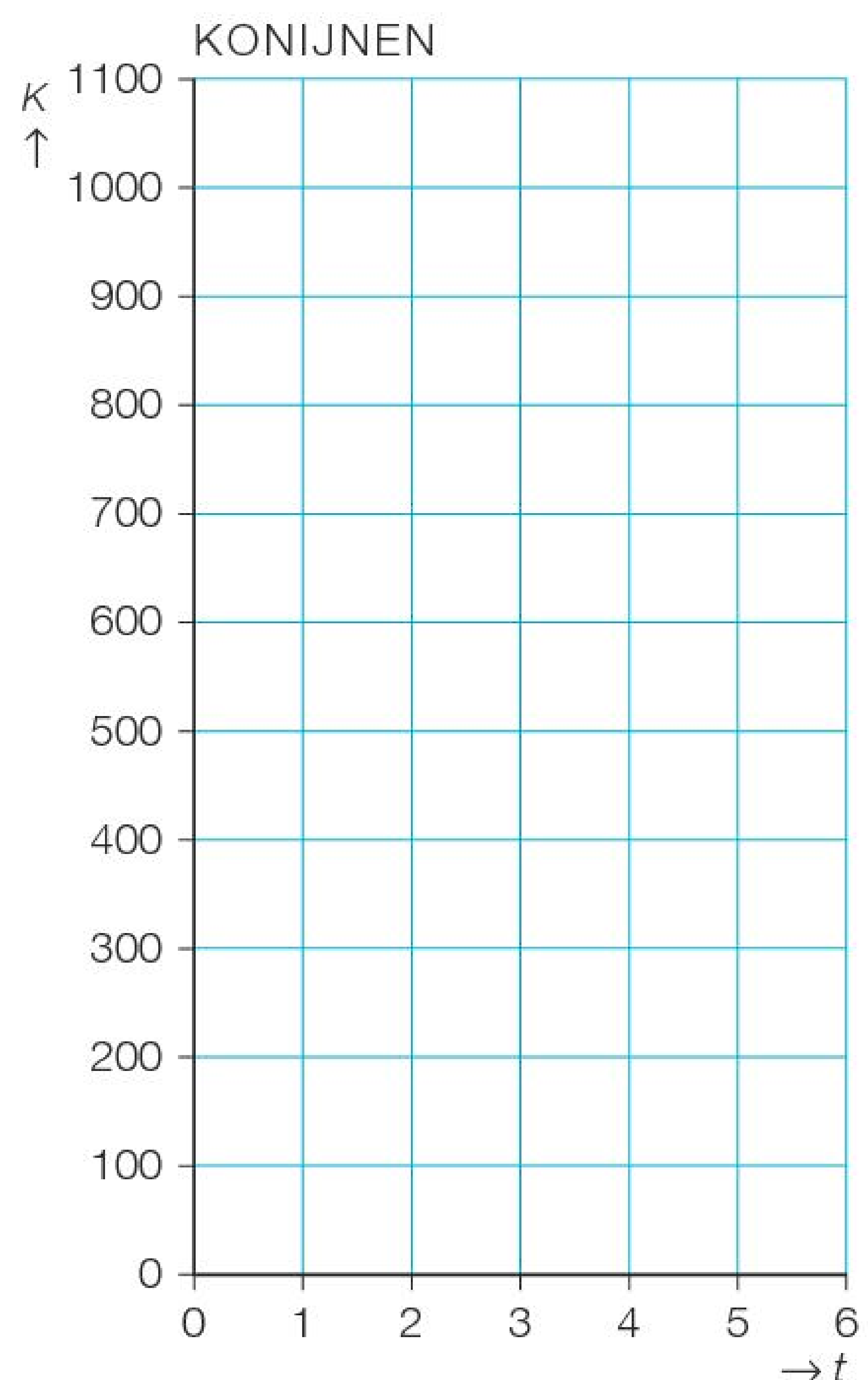
b Hoeveel konijnen zijn er in 2020 bijgekomen?

c Vul de tabel in.

KONIJNEN

t	0	1	2	3	4	5	6
K							

d Teken de grafiek.



Zeehonden



32 Op 1 januari 2009 telde de Waddenzee 5500 zeehonden. In de tabel zie je hoeveel zeehonden er in de jaren daarna zijn.

ZEEHONDEN IN DE WADDENZEE

t	2009	2010	2011	2012	2013	2014
aantal	5500	6875	8594	10 742	13 428	16 785

De telling begint op 1 januari 2009, daarom is $t = 0$ op 1 januari 2009.

a Er is een exponentieel verband tussen de tijd en het aantal zeehonden.
Welke formule hoort bij de tabel?

b Hoeveel zeehonden zijn er op 1 januari 2020 volgens de formule?

c Hoeveel zeehonden zijn er in 2020 bijgekomen?

Stuiteren



33 [▸ WERKBOEK] Jacco laat een bal stuiteren. Hierbij hoort de formule $h = 2 \times 0{,}6^n$.
Hierin is h de hoogte in meters en n het aantal keren stuiteren.



a Van welke hoogte valt de bal?

b Hoe hoog komt de bal na drie keer stuiteren? Geef je antwoord in hele centimeters.

c En na vijf keer stuiteren? Geef je antwoord in hele centimeters.

d Vul de tabel in en teken de grafiek. Rond zo nodig af op twee decimalen.

Rekenbreak



Bereken.

$5 \times 12{,}5$ $\quad$ $40 - 28{,}5$

Woordenlijst

- exponentiële formule
- exponentieel verband
- groeifactor

© Noordhoff Uitgevers bv

2.4 Exponentiële groei en procenten

Spaargeld

34

Wietse opent een spaarrekening. Bij zijn spaarbedrag hoort de formule $B = 250 \times 1{,}035^t$.
Hierin is B het *bedrag* in euro's en t de *tijd* in jaren.

a Welk bedrag zet Wietse op de bank?

b Hoeveel staat er na 2 jaar op de spaarrekening van Wietse?

Theorie E Exponentiële toename en procenten

Neemt een hoeveelheid met 12% toe, dan krijg je 100% + 12% = 112%.
De groeifactor is dan 112 : 100 = 1,12.

100% + 12%	100 % + 5,3%	100 % + 0,8%
112%	105,3%	100,8%
: 100 → dus × 1,12	dus × 1,053	: 100 → dus × 1,008

Bij een toename van 5,3% hoort een groeifactor van 1,053.
Bij een toename van 0,8% hoort een groeifactor van 1,008.

Voorbeeld Exponentiële toename en procenten

Opgave

Op 1 januari 2004 leefden in Finland 110 wolven. Door aanloop van wolven uit het noorden van Rusland groeit hun aantal. De toename is jaarlijks 9,2%.

a Schrijf de formule op die bij de groei van het aantal wolven hoort. Gebruik de variabele a voor het *aantal* wolven en t voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2004.

b Hoeveel wolven zijn er op 1 januari 2015?

c En op 1 januari 2020?

d In welk jaar zijn er voor het eerst meer dan 500 wolven?

Aanpak

a begingetal = 110
100% + 9,2% = 109,2%
groeifactor = 109,2 : 100

b Zoek de t die hoort bij 1 januari 2015.
$t = 2015 - 2004 = 11$
Vul $t = 11$ in de formule in.

c Bij 2020 hoort $t = 2020 - 2004 = 16$.

d Gebruik inklemmen.

© Noordhoff Uitgevers bv

Uitwerking

a $100\% + 9{,}2\% = 109{,}2\%$
De groeifactor is $109{,}2 : 100 = 1{,}092$.
De formule is $a = 110 \times 1{,}092^t$.

b $t = 2015 - 2004 = 11$
$110 \times 1{,}092^{11} = 289{,}628...$
Op 1 januari 2015 zijn er 290 wolven.

c $t = 2020 - 2004 = 16$
$110 \times 1{,}092^{16} = 449{,}733...$
Op 1 januari 2020 zijn er 450 wolven.

d $t = 17 \rightarrow 110 \times 1{,}092^{17} = 491{,}108...$
$t = 18 \rightarrow 110 \times 1{,}092^{18} = 536{,}290...$
$2004 + 17 = 2021$
Op 1 januari 2021 zijn er 491 wolven.
Op 1 januari 2022 zijn er al 536 wolven, dus in de loop van 2021 zijn er voor het eerst meer dan 500 wolven.

Galápagoseilanden

Test opgave Op één van de Galápagoseilanden leeft een kolonie zeeleguanen.



Op 1 januari 2018 waren er 175 zeeleguanen.
Dit aantal groeit naar verwachting jaarlijks met 1,2%.

a Schrijf de formule op die hierbij hoort. Gebruik de variabele *a* voor het *aantal* zeeleguanen en *t* voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2018.

b Hoeveel zeeleguanen waren er op 1 januari 2020?

c Hoeveel zeeleguanen zullen er op 1 januari 2030 zijn?

d In welk jaar zijn er voor het eerst meer dan 225 zeeleguanen?

© Noordhoff Uitgevers bv

Groeifactor

35 Bij een toename van 25% hoort een groeifactor van 1,25.
Schrijf bij elke toename hieronder steeds op welke groeifactor daarbij hoort.

100% + 25% = 125%
De groeifactor is
125 : 100 = 1,25.

a toename 12%
b toename 1,2%
c toename 8%
d toename 0,8%

Spaarrekening

36 [WERKBOEK] Vul de tabel verder in.

formule	beginbedrag	groeifactor	toename	bedrag na 5 jaar
$B = 300 \times 1{,}15^t$	€ 300	1,15	15%	€ 603,41
$B = 300 \times 1{,}08^t$				
$B = 80 \times 1{,}12^t$				

37 [WERKBOEK] Een bedrag van € 500 staat op de bank.
De jaarlijkse rente is 4%.

a Welk getal is het begingetal? Vul dat in het schema in.

spaarbedrag = ... × ... ^{t}

begingetal | groeifactor

Hierin is het *spaarbedrag* in euro's en t de *tijd* in jaren.

b Welk getal is de groeifactor? Vul het begingetal en de groeifactor in het schema in.

c Hoeveel euro is het bedrag na 8 jaar?

38 De Ideaalbank geeft 2,4% rente op een jeugdspaarrekening.
Sonja zet € 200 op zo'n spaarrekening.

a Welke formule hoort bij de spaarrekening van Sonja?
Gebruik de variabele B voor het *spaarbedrag* in euro's en t voor de *tijd* in jaren.

b Sonja laat het bedrag 10 jaar op de rekening staan.
Hoeveel euro staat er na deze 10 jaar op haar spaarrekening?

c Hoeveel euro staat er na 20 jaar op haar spaarrekening?

d Hoeveel euro staat er na 25 jaar op haar spaarrekening?

e Na hoeveel jaar staat er voor het eerst meer dan € 350 op haar spaarrekening?

© Noordhoff Uitgevers bv

39 [WERKBOEK] Vul de tabel verder in.

formule	beginbedrag	groeifactor	toename	bedrag na 10 jaar
$B = 600 \times 1{,}07^t$				
$B = \ldots \times \ldots^{\,t}$	€250	1,055		
$B = 1800 \times \ldots^{\,t}$			23%	

Salmonella

40 Een laborant bestudeert een salmonellakolonie. Dat is een groep salmonellabacteriën bij elkaar.
De kolonie begint met 4000 bacteriën.
Elke dag groeit de kolonie met 15%.

a Maak de formule bij de groei van de bacteriën. Gebruik de variabele *a* voor het *aantal* bacteriën en *t* voor de *tijd* in dagen.
b Op de hoeveelste dag zijn er meer dan 8000 bacteriën?

41 Een andere salmonellakolonie wordt in de koelkast gezet. Deze kolonie begint ook met 4000 bacteriën. Bij een temperatuur van 4 °C groeien de bacteriën half zo snel.
Bereken het aantal bacteriën na 4 dagen.

ARTIKEL | **BEROEP** | GESCHIEDENIS | INFORMATIEF



Biologisch medisch analist



Wil jij weten wat er onder een microscoop gebeurt en vind jij micro-organismen zoals bacteriën, virussen en/of schimmels interessant? Dan is de mbo-opleiding *Biologisch medisch analist* op niveau 4 misschien wel iets voor jou.
Je maakt kennis met het laboratorium, de werkmethoden en de apparatuur. Je onderzoekt materiaal dat afkomstig is van levende organismen. Je signaleert afwijkingen en neemt beslissingen over vervolgstappen.
Na deze opleiding kun je aan het werk in een laboratorium.

© Noordhoff Uitgevers bv

Auto's

42 *
In 1920 waren er in Nederland 5000 auto's. Dat aantal nam elk jaar met 17% toe.

a Welke formule hoort bij het aantal auto's in Nederland? Gebruik de variabele *a* voor het *aantal* auto's en *t* voor de *tijd* in jaren na 1920.

b Hoeveel auto's waren er volgens de formule in 1935?

43 *
In 2014 waren er in Nederland 8 miljoen auto's. De verwachting is dat het aantal auto's in de komende jaren blijft groeien. Jens denkt dat er 200 000 auto's per jaar bij zullen komen. Manoe denkt dat het aantal auto's met 2,5% per jaar zal groeien.
Volgens wie zal het aantal auto's dan het eerst de grens van 12 miljoen bereiken?

Dromedarissen

44 *
In 1840 werden de eerste dromedarissen naar Australië gebracht om als vervoermiddel te dienen. Toen jaren later de trein kwam, waren de dieren niet meer nodig en werden ze vrijgelaten in de Australische woestijn.
In 2008 zijn er 900 000 dromedarissen in de Australische woestijn. Elk jaar neemt hun aantal met 11% toe.



a Welke formule hoort bij het aantal dromedarissen in Australië? Gebruik de variabele *a* voor het *aantal* dromedarissen en *t* voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2008.

b Bereken in welk jaar er volgens deze formule voor het eerst meer dan 4 miljoen dromedarissen in de Australische woestijn zullen zijn.

Sneeuwpop

45 *
Als de temperatuur boven de 0 °C komt, zal de sneeuwpop smelten. Hoe snel dat gaat bij 8 °C zie je aan de formule
hoogte = 425 × 0,95^t.
Hierin is de *hoogte* in cm en *t* de *tijd* in uren



a Hoe hoog is de sneeuwpop bij $t = 0$?

b Hoe hoog is de sneeuwpop na 5 uur? Rond af op hele centimeters.

c De hoogte neemt elk uur met 5% af.
Hoe zie je dat aan de groeifactor?

d Hoe hoog is de sneeuwpop na twee dagen? Rond af op hele centimeters.

Theorie F Exponentiële afname en procenten

Neemt een hoeveelheid met 16% af, dan krijg je 100% − 16% = 84%.
De groeifactor is dan 84 : 100 = 0,84.

100%	100 %	100 %
16% −	7,2% −	0,6% −
84%	92,8%	99,4%
: 100 dus × 0,84	dus × 0,928	dus × 0,994 : 100

Bij een afname van 7,2% hoort een groeifactor van 0,928.
Bij een afname van 0,6% hoort een groeifactor van 0,994.

Voorbeeld Exponentiële afname en procenten

Opgave

In Ethiopië leefden op 1 januari 2010 nog zo'n 10 000 Grevy-zebra's.
De verwachting is dat de populatie met 8,5% per jaar afneemt.

a Schrijf de formule op voor het aantal zebra's. Gebruik de variabele a voor het *aantal* zebra's en t voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2010.

b Hoeveel zebra's zijn er naar verwachting op 1 januari 2025?

c In welk jaar zijn er voor het eerst minder dan 5000 zebra's?

Aanpak

a begingetal = 10 000
100% − 8,5% = 91,5%
groeifactor = 91,5 : 100

b Zoek de t die hoort bij 1 januari 2025.

c Gebruik inklemmen.

Uitwerking

a 100% − 8,5% = 91,5%
De groeifactor is 91,5 : 100 = 0,915.
De formule is $a = 10\,000 \times 0{,}915^t$.

b $t = 2025 - 2010 = 15$
$10\,000 \times 0{,}915^{15} = 2638{,}252...$
Op 1 januari 2025 zijn er naar verwachting 2638 zebra's.

c $t = 7 \rightarrow 10\,000 \times 0{,}915^7 = 5369{,}670...$
$t = 8 \rightarrow 10\,000 \times 0{,}915^8 = 4913{,}248...$
2010 + 7 = 2017
Op 1 januari 2017 zijn er 5370 zebra's.
Op 1 januari 2018 zijn er nog maar 4913 zebra's, dus in de loop van 2017 zijn er voor het eerst minder dan 5000 zebra's.

© Noordhoff Uitgevers bv

Firma Staal

Test opgave Op 1 januari 2012 heeft de firma Staal 4500 werknemers.
Het aantal werknemers neemt per jaar met 4,5% af.

a Schrijf de formule op voor het aantal werknemers. Gebruik de variabele *a* voor het *aantal* werknemers en *t* voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2012.
b Bereken het aantal werknemers op 1 januari 2018.
c In welk jaar zijn er voor het eerst minder dan 2250 werknemers?

Groeifactor

46 

a Leg uit dat bij een afname van 25% een groeifactor van 0,75 hoort.
b Welke groeifactor hoort bij een afname van 12%?
c En welke groeifactor bij een afname van 1,2%?

Temperatuur thee

47 

[▸ WERKBOEK] Layla wil weten hoe snel een kopje thee afkoelt. Daarom meet ze elke minuut de temperatuur van het kopje thee. In het begin is de thee 90 °C. Layla ontdekt dat de temperatuur exponentieel afneemt. Per minuut daalt de temperatuur 12%. Hierbij ga je de formule maken.



a Welk getal is het begingetal? Vul dat in de formule in.

temperatuur = ... × ...^{t}

(... = begingetal; ...^{t}: ... = groeifactor)

Hierin is de *temperatuur* in °C en de *t* de *tijd* in minuten.

b 100% − 12% = 88%
Welke groeifactor hoort bij 88%? Vul dat in de formule in.
c Bereken de temperatuur na 6 minuten. Rond af op helen.
d Bereken de temperatuur na 7 minuten. Rond af op helen.
e Bereken de temperatuur na 8 minuten. Rond af op helen.
f Na hoeveel minuten is de temperatuur voor het eerst lager dan 40 °C?

Fiets

48 De luchtdruk in de fietsband van Francis is 2,5 bar. In de band zit een klein gaatje. Daarom zit er elk uur 10% minder lucht in de band.



a Schrijf de formule op van de luchtdruk in de band. Gebruik de variabele L voor de *luchtdruk* in bar en t voor de *tijd* in uren.
b Hoeveel bar is de luchtdruk na 2 uur?
c Je kunt niet meer fietsen als de druk minder is dan 1,25 bar.
Na hoeveel uur is dat? Rond af op één decimaal.
d Na hoeveel uur en hoeveel minuten is dat?

49 Als een fiets ouder wordt, wordt hij minder waard. Francis heeft een fiets gekocht op 1 januari 2019. Die kostte toen € 1500. Elk jaar daalt de waarde van de fiets met 17,5%.
a Schrijf de formule op. Gebruik de variabele B voor het bedrag in euro's en t voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2019.
b Wat is de waarde van de fiets op 1 januari 2022?
c In welk jaar is de waarde van de fiets nog € 750?
d Francis verkoopt de fiets op 1 juli 2024 voor € 600.
Is dat een goede prijs? Laat met een berekening zien hoe je aan je antwoord komt.

Tabel

50 [WERKBOEK] Vul de tabel in.

beginbedrag	afname	groeifactor	formule	bedrag na 5 jaar
€ 300	15%		$B =$	
€ 250		0,65	$B =$	
			$B = 654 \times 0{,}976^t$	

 © Noordhoff Uitgevers bv

Werknemers

51 * [▸ WERKBOEK] Op 1 januari 2018 had een bedrijf 198 werknemers. Het gaat niet goed met het bedrijf. De directie verwacht dat er elk jaar mensen ontslag zullen krijgen.

a Stel de formule op als elk jaar 14% van de werknemers ontslag krijgt. Gebruik de variabele *a* voor het *aantal* werknemers en *t* voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2018.

b In welk jaar zal het bedrijf minder dan 50 werknemers hebben?

c Vul de tabel bij de formule in.

d Teken de grafiek bij de tabel.

WERKNEMERS

t	0	2	4	6	8	10	12
a							

[VMBO-GT] Theorie G **Verdubbelingstijd en halveringstijd**

De tijd die nodig is om het begingetal te verdubbelen noem je de **verdubbelingstijd**.
De tijd die nodig is om het begingetal te halveren noem je de **halveringstijd**.
In de voorbeelden zie je hoe je de verdubbelingstijd en de halveringstijd berekent.

Voorbeeld Verdubbelingstijd berekenen

Opgave

Het aantal schapen in een schaapskudde kun je berekenen met de formule **aantal = 125 × 1,12*ᵗ***.

Hierin is *t* de *tijd* in jaren.

a Met hoeveel procent groeit de schaapskudde per jaar?

b Bereken de verdubbelingstijd in hele jaren.



Aanpak

a De groeifactor is 1,12.

b Het begingetal is 125. Het dubbele van 125 is 250.
Je krijgt de vergelijking **$125 \times 1{,}12^t = 250$**.
Gebruik inklemmen om de verdubbelingstijd te berekenen.

Uitwerking

a Het aantal schapen groeit elk jaar met 12%.
b Het dubbele van 125 is 125 × 2 = 250.
$t = 5 \rightarrow 125 \times 1{,}12^5 = 220{,}292...$ te weinig
$t = 6 \rightarrow 125 \times 1{,}12^6 = 246{,}727...$ te weinig
$t = 7 \rightarrow 125 \times 1{,}12^7 = 276{,}335...$ te veel
De verdubbelingstijd is 7 jaar.

Voorbeeld Halveringstijdtijd berekenen

Opgave
Het aantal olifanten in een natuurpark kun je berekenen met de formule **aantal = 350 × $0{,}92^t$**.
Hierin is *t* de *tijd* in jaren.
Bereken de halveringstijd in hele jaren.



Aanpak
Het begingetal is 350. De helft van 350 is 175.
Je krijgt de vergelijking **$350 \times 0{,}92^t = 175$**.
Gebruik inklemmen om de halveringstijd te berekenen.

Uitwerking

De helft van 350 is 350 : 2 = 175.
$t = 7 \rightarrow 350 \times 0{,}92^7 = 195{,}246...$ te veel
$t = 8 \rightarrow 350 \times 0{,}92^8 = 179{,}626...$ te veel
$t = 9 \rightarrow 350 \times 0{,}92^9 = 165{,}256...$ te weinig
De halveringstijdstijd is 9 jaar.

GT

Test opgave

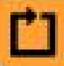
Dorp

Het aantal inwoners van een dorp nam vanaf 2014 sterk af doordat veel inwoners naar de stad verhuisden.
De formule die bij benadering hierbij hoort, is
aantal inwoners = 5600 × $0{,}89^t$.
Hierin is *t* de *tijd* in jaren.
Bereken de halveringstijd in hele jaren.



© Noordhoff Uitgevers bv

Kroos in de vijver

52 



Bij het kroos in de vijver van de familie De Winter hoort de formule
$O = 12 \times 1{,}23^t$.
Hierin is O de *oppervlakte* in m^2 en t de *tijd* in dagen.

a Hoeveel vierkante meter kroos is er bij het begin van de meting?
b En hoeveel vierkante meter als het verdubbeld is?
c Bij de verdubbelingstijd hoort de vergelijking $\mathbf{12 \times 1{,}23^t = 24}$.
Los deze vergelijking op met inklemmen en bereken de verdubbelingstijd in hele dagen.

Pythagorascollege

53 

Op het Pythagorascollege neemt het aantal leerlingen af.
Je kunt het aantal leerlingen bereken met de formule
aantal $= 1630 \times 0{,}96^t$.
Hierin is t de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2014.

a Hoeveel leerlingen zijn er op 1 januari 2014 op het Pythagorascollege?
b Hoeveel leerlingen zijn er als het aantal is gehalveerd?
c Bij de halveringstijd hoort de vergelijking $\mathbf{1630 \times 0{,}96^t = 815}$.
Los deze vergelijking op met inklemmen en bereken de halveringstijd. Rond af op hele jaren.

Vijver

54 



In de vijver van de familie Jansen zitten goudvissen. Het aantal vissen neemt exponentieel af.
Daarbij hoort de formule
aantal vissen $= 50 \times 0{,}86^t$.
Hierin is t de *tijd* in weken.
Bereken de halveringstijd. Rond af op hele weken.

© Noordhoff Uitgevers bv

Ratten



55 In een dorp in India is een rattenplaag. Ze eten alles op wat ze tegenkomen. De ratten eten ook de verbouwde gewassen op, zodat de inwoners vrezen voor een gebrek aan voedsel. Op 1 januari 2010 heeft men geschat dat er in het dorp ongeveer 4000 ratten leefden. Met de formule $A = 4000 \times 1{,}08^t$ kun je het aantal ratten berekenen. In de formule is *A* het geschatte *aantal* ratten en *t* de *tijd* in maanden na 1 januari 2010.



a Laat met een berekening zien dat er volgens de formule ongeveer 6350 ratten waren op 1 juli 2010.
b Bereken de verdubbelingstijd in hele maanden.
c In welke maand van 2010 is het aantal ratten verdubbeld?

Nieuwe fiets



56 Maroua gaat met de fiets naar haar werk. Ze heeft hiervoor een nieuwe fiets gekocht van € 2250. Maroua is van plan haar fiets na een aantal jaren in te ruilen. De fiets wordt elk jaar 12,5% minder waard.
Na hoeveel jaar is de waarde van de fiets gehalveerd?

Antilopen



57 In een wildpark is een besmettelijke ziekte uitgebroken. Daardoor neemt het aantal antilopen met 6,5% per maand af.
Na hoeveel maanden is het aantal antilopen gehalveerd?

> Je weet het aantal antilopen niet. Toch kun je de halveringstijd berekenen.
> Hoe?
> Stel het aantal antilopen op 100. Bereken na hoeveel maanden de helft nog over is.

GT

Rekenbreak



Bereken.

$0{,}5 \times 3{,}5$ $\qquad$ $\frac{1}{2} \times 45$

Woordenlijst

- exponentiële afname
- exponentiële toename
- halveringstijd
- verdubbelingstijd

© Noordhoff Uitgevers bv

2.5 Trainen op examenniveau

Snelwandelen

In 2006 kwam het wereldrecord snelwandelen op de 50 km op naam van de Australiër Nathan Deakes. Hij legde de 50 km af in 3 uur 35 minuten en 47 seconden.

58 Bereken de gemiddelde snelheid in m/s van Nathan Deakes bij dat wereldrecord snelwandelen.
Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op één decimaal.

Ook vrouwen doen aan snelwandelen. Onderstaande formule geeft het verband tussen de beenlengte en de maximale snelheid die een vrouw bij snelwandelen kan bereiken.
maximale snelheid = $\sqrt{(9{,}8 \times \text{beenlengte})}$
Hierin is maximale snelheid in m/s en beenlengte in meters.

59 Yasmina doet aan snelwandelen. Ze heeft een beenlengte van 0,9 meter.
Laat met een berekening zien dat zij volgens de formule een maximale snelheid van afgerond 2,97 m/s kan halen.

60 [▸ WERKBOEK] Beenlengtes onder 0,6 m en boven 1,4 m komen niet voor bij vrouwen die aan snelwandelen doen.
Teken de grafiek die bij de formule hoort. Je mag daarbij de tabel gebruiken.

61 Ook Elvira doet aan snelwandelen. Haar maximale snelheid is 3,2 m/s.
Bereken met behulp van de formule de beenlengte van Elvira.
Rond het antwoord af op hele centimeters.



© Noordhoff Uitgevers bv

Telecom

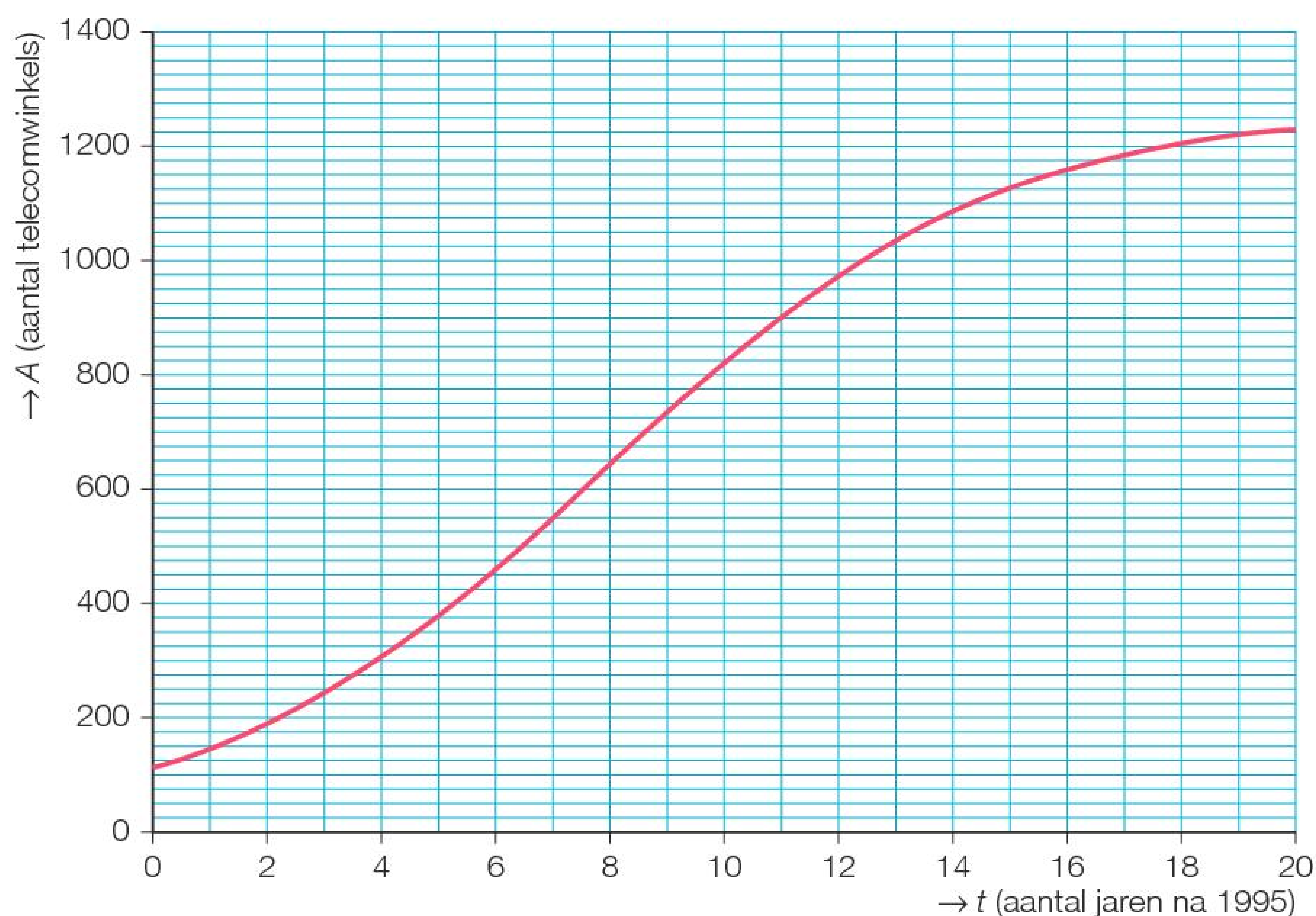
In de periode 1995 – 2002 is het aantal telecomwinkels in Nederland bij benadering exponentieel gestegen volgens de formule $A = 115 \times 1{,}27^t$.
Hierin is A het aantal telecomwinkels in Nederland en t het aantal jaren na 1995.
In 1995 waren er 115 telecomwinkels.

62 Laat door middel van een berekening zien dat er in 2000 volgens de formule afgerond 380 telecomwinkels in Nederland waren.

63 [WERKBOEK] Teken de grafiek die hoort bij bovenstaande formule voor de jaren 1995 tot en met 2002. Je mag daarbij gebruikmaken van de tabel.

64 Stel je voor dat de groei van het aantal telecomwinkels in Nederland na 2002 op dezelfde manier was doorgegaan. Bereken hoeveel jaar na 1995 het aantal telecomwinkels dan voor het eerst meer dan 1000 zou zijn geweest.

Vanaf 2001 groeide het aantal telecomwinkels minder snel.
Economen denken dat de groei ongeveer zou plaatsvinden zoals in de grafiek hieronder.



65 [WERKBOEK] In welk jaar zou volgens de grafiek het aantal telecomwinkels in Nederland voor het eerst meer dan tien keer zo groot zijn als in 1995? Laat in de grafiek zien hoe je aan je antwoord komt.

© Noordhoff Uitgevers bv

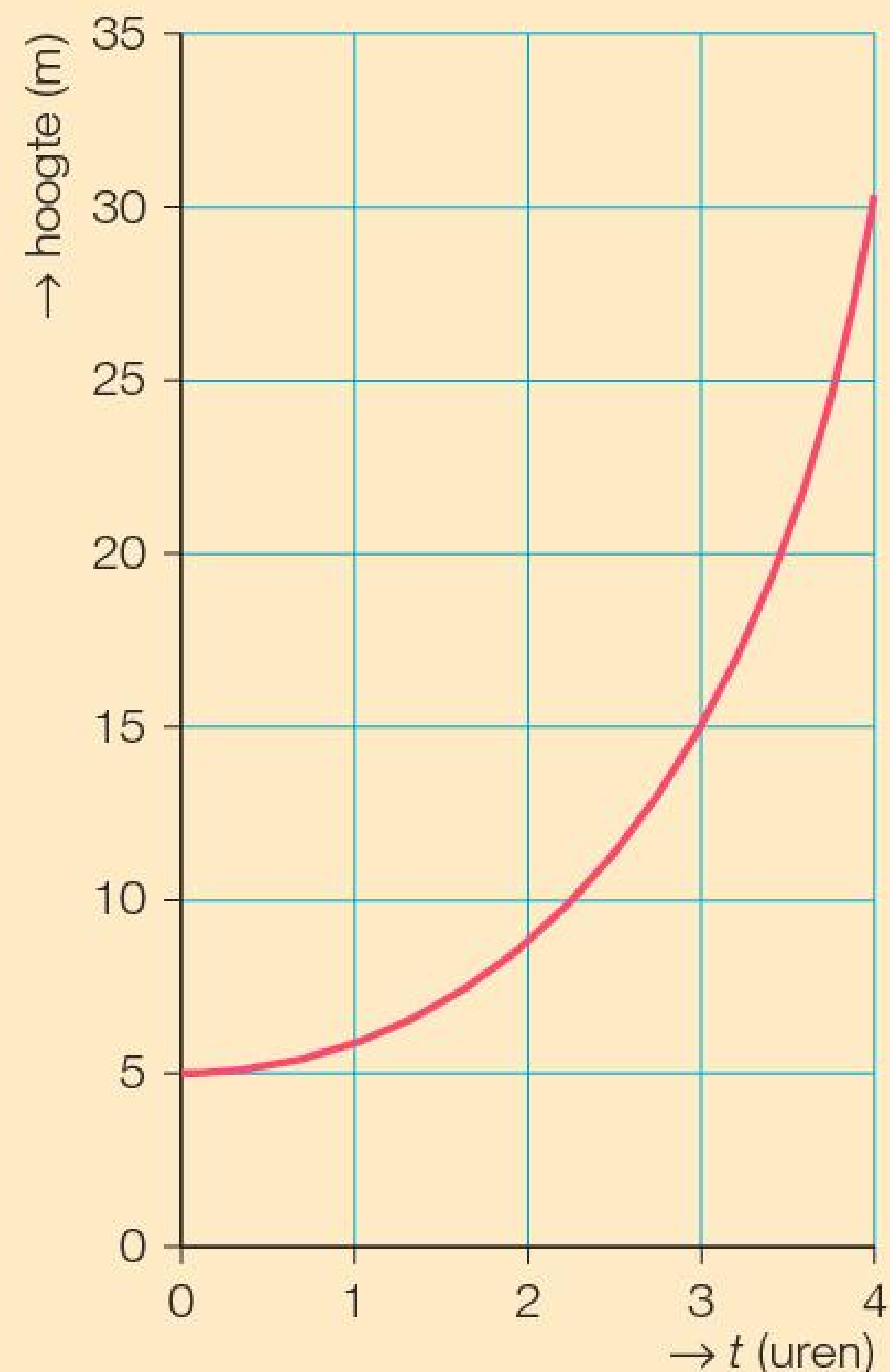
Samenvatting

2.1 Machtsverbanden

blz 68 In de formule **hoogte (m) = 5 + 0,4t^3** is
t de *tijd* in uren.
In de formule staat een macht bij de variabele *t*.
Daarom is het een machtsverband.

Bij de formule van een machtsverband kun je een grafiek tekenen.

t (uren)	0	1	2	3	4
hoogte (m)	5	5,4	8,2	15,8	30,6

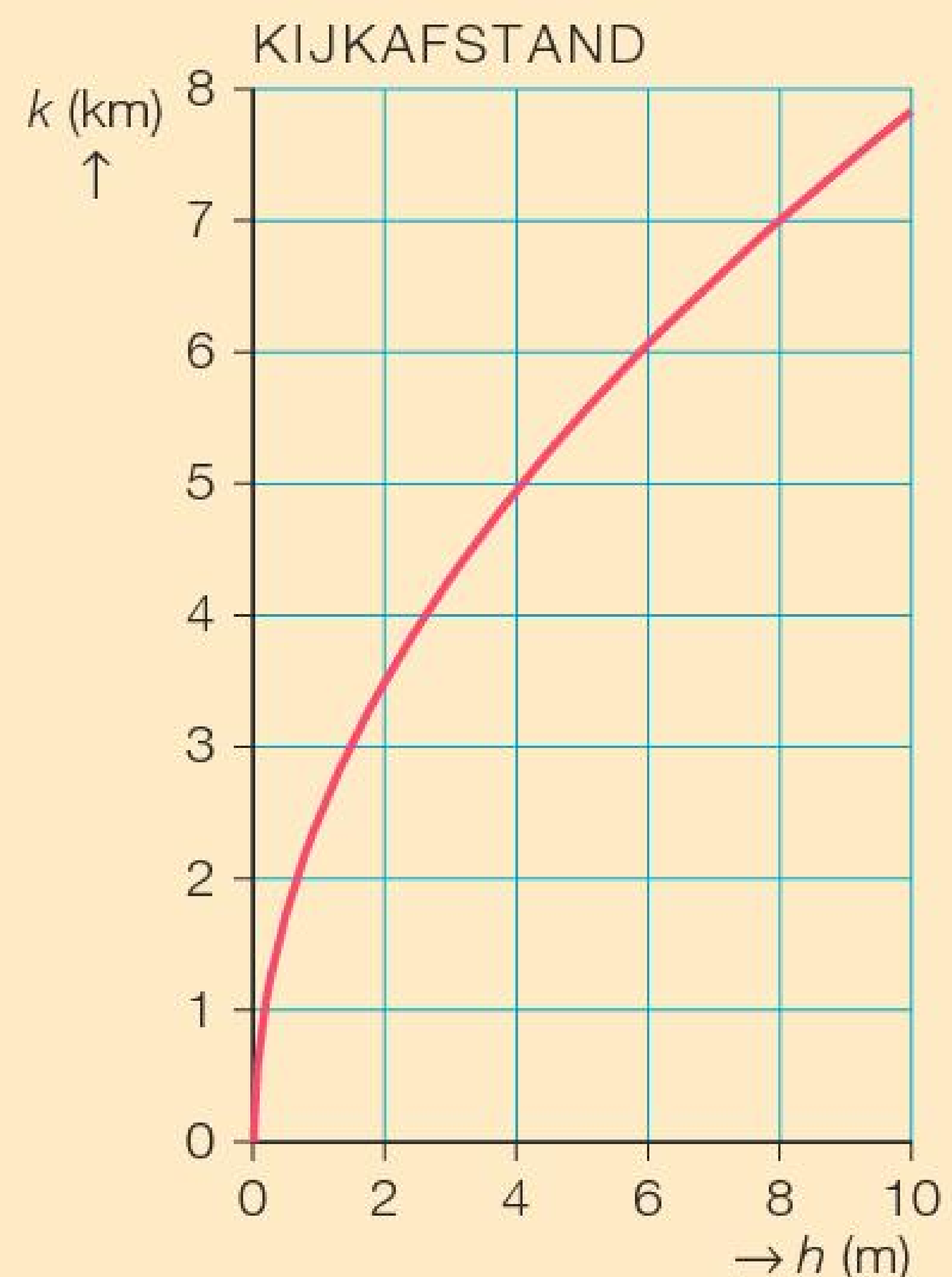


2.2 Wortelverbanden

blz 75 De kijkafstand kun je berekenen met de formule $k = 1{,}4 \times \sqrt{\pi \times h}$.
Hierin is *k* de *kijkafstand* in kilometers en *h* de *ooghoogte* in meters.
In de formule staat één van de variabelen onder het wortelteken. Daarom is het een wortelverband.
Bij een wortelverband kun je een grafiek tekenen. De grafiek is een vloeiende kromme.

UITKIJKTOREN

h	0	2	4	6	8	10
k	0	3,5	5,0	6,1	7,0	7,8



Je kunt met inklemmen je ooghoogte berekenen als je 6,8 km ver kunt kijken.

$k = 7 \rightarrow 1{,}4 \times \sqrt{\pi \times 7} = 6{,}565...$ te weinig
$k = 8 \rightarrow 1{,}4 \times \sqrt{\pi \times 8} = 7{,}018...$ te veel
$k = 7{,}5 \rightarrow 1{,}4 \times \sqrt{\pi \times 7{,}5} = 6{,}795...$ te weinig
$k = 7{,}6 \rightarrow 1{,}4 \times \sqrt{\pi \times 7{,}6} = 6{,}840...$ klopt

Je ooghoogte is 7,6 m als je 6,8 km ver kunt kijken.

© Noordhoff Uitgevers bv

2.3 Exponentiële verbanden

blz 82 De formule van een exponentieel verband ziet er zo uit:
aantal = begingetal × groeifactor^t.
De variabele t is een exponent.

In de tabel is t de *tijd* in dagen.
Je kunt onderzoeken of tussen de tijd en het aantal muggen een exponentieel verband is.
In de bovenste rij zie je steeds + 1. Om te onderzoeken of er een exponentieel verband is, maak je delingen met de getallen in de onderste rij. Krijg je telkens dezelfde uitkomst, dan is er een exponentieel verband.

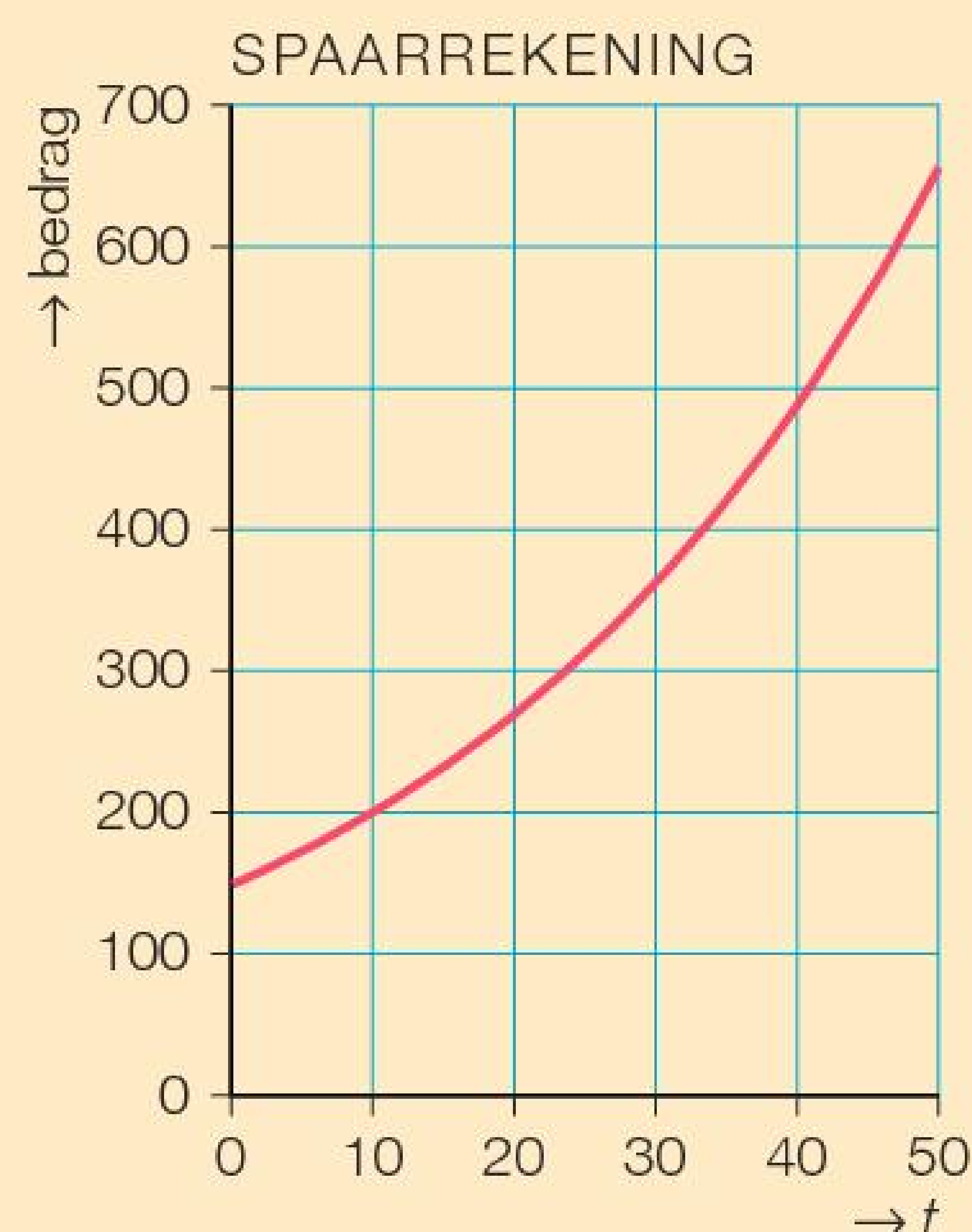
MUGGEN (+ 1, + 1, + 1)

t	0	1	2	3
aantal	40	60	90	135

× 1,5 × 1,5 × 1,5

60 : 40 = 1,5
90 : 60 = 1,5
135 : 90 = 1,5
Er is een exponentieel verband. De groeifactor is 1,5
De formule is **aantal = 40 × 1,5^t**.

blz 87 Mustaf heeft op 1 januari 2010 een bedrag op een spaarrekening gezet.
Het spaarbedrag neemt toe volgens de formule **bedrag = 150 × 1,03^t**.
Hierin is het *bedrag* in euro's en t de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2010.
Je kunt berekenen hoeveel het spaarbedrag in 2025 zal toenemen.
Het jaar 2025 loopt van 1 januari 2025 tot 1 januari 2026.
Op 1 januari 2025 is $t = 2025 - 2010 = 15$.
Op 1 januari 2026 is $t = 2026 - 2010 = 16$.
$t = 15 \rightarrow 150 \times 1{,}03^{15} = 233{,}695...$
$t = 16 \rightarrow 150 \times 1{,}03^{16} = 240{,}705...$
$240{,}71 - 233{,}70 = 7{,}01$
In 2025 zal het spaarbedrag toenemen met € 7,01.



Bij de formule kun je een grafiek tekenen.
De grafiek is een vloeiende kromme.

© Noordhoff Uitgevers bv

2.4 Exponentiële groei en procenten

blz 91 Als een hoeveelheid met 3,5% toeneemt, dan is de groeifactor 1,035.
Op 1 januari 2021 staat op de spaarrekening van Joost € 275. De jaarlijkse rente is 3,5%.
Hierbij hoort de formule

> 100% + 3,5% = 103,5%
> 103,5 : 100 = 1,035

spaarbedrag = 275 × 1,035^t

begingetal (275) — groeifactor (1,035)

Hierin is het *spaarbedrag* in euro's en de *t* de *tijd* in jaren.
Je kunt berekenen in welk jaar er voor het eerst meer dan € 350 op de spaarrekening van Joost staat.
Daarvoor gebruik je inklemmen.

$t = 7 \rightarrow 275 \times 1{,}035^7 = 349{,}876...$

$t = 8 \rightarrow 275 \times 1{,}035^8 = 362{,}122...$

2021 + 7 = 2028

Op 1 januari 2028 staat er € 349,88 op de spaarrekening.
Op 1 januari 2029 staat er € 362,12 op de spaarrekening, dus in de loop van 2028 staat er voor het eerst meer dan € 350 op de spaarrekening van Joost.

blz 96 Als een hoeveelheid met 12% afneemt, dan is de groeifactor 0,88.

> 100% − 12% = 88%
> 88 : 100 = 0,88

blz 99 [VMBO-GT] De tijd die nodig is om het begingetal te verdubbelen is de verdubbelingstijd.

De tijd die nodig is om het begingetal te halveren is de halveringstijd.

D-toets

2.1 Machtsverbanden

1 Theorie A

[▸ WERKBOEK] Bij een tropische vissensoort bestaat er een verband tussen lengte en gewicht. Bij dat verband hoort de formule $G = 0{,}2L^3$. Hierin is G het *gewicht* in grammen en L de *lengte* in centimeters.

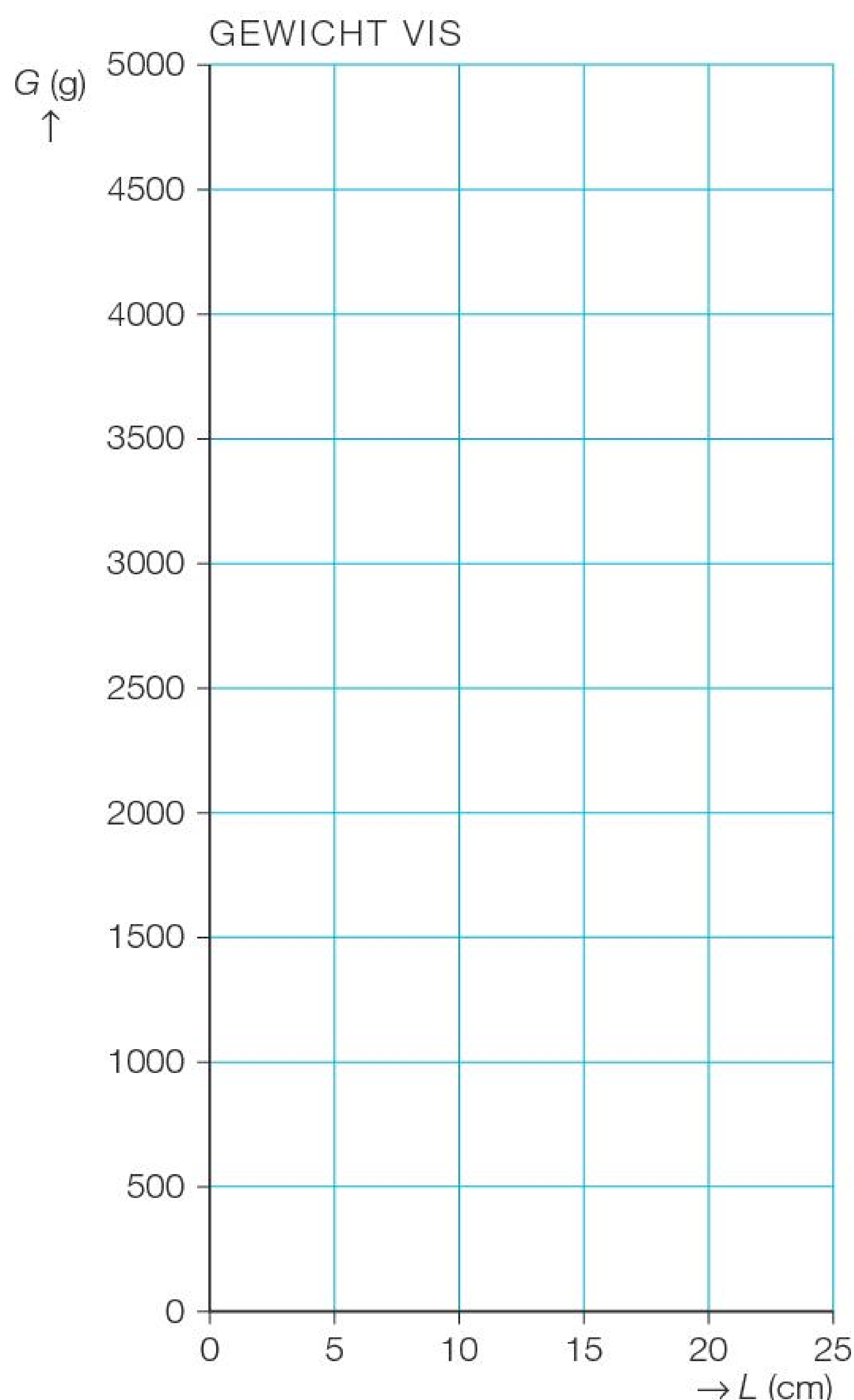


a Bereken het gewicht van een vis die 12 cm lang is.
b Hoeveel weegt een vis met een lengte van 25 cm?
c Vul de tabel in.

GEWICHT VIS

L (cm)	0	5	10	15	20	25
G (g)						

d Teken de grafiek.
e Lees de lengte van een vis van 2,5 kg af uit de grafiek.



© Noordhoff Uitgevers bv

2.2 Wortelverbanden

2 Theorie B

[▸📖 WERKBOEK] De groei van bacteriën wordt afgeremd door een lage temperatuur. Daarom worden etenswaren in een koelkast bewaard. De temperatuur hoort daar ongeveer 4 °C te zijn. De koelkast van een verzorgingshuis is stuk. Daardoor stijgt de temperatuur. De formule die bij het opwarmen hoort is $T = 3 + 2\sqrt{t}$.
Hierin is T de *temperatuur* in °C en t de *tijd* in uren.

a Bereken de temperatuur in de koelkast na 2 uur. Rond af op één decimaal.
b Bereken de temperatuur in de koelkast na 5 uur. Rond af op één decimaal.
c Vul de tabel in. Rond zo nodig af op één decimaal.
d Teken de grafiek.
e Als de temperatuur van de etenswaren hoger wordt dan 15 °C moeten ze worden weggegooid. Het gevaar voor te veel bacteriën wordt dan te groot.
Bereken na hoeveel uur de temperatuur voor het eerst meer dan 15 °C is?

KOELKAST

t	0	5	10	15	20	25
T						

2.3 Exponentiële verbanden

3 Theorie C

De tabel gaat over het aantal kikkers in een vijver. In de tabel is t de *tijd* in jaren.
Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen de tijd en het aantal kikkers.
Zo ja, welke formule hoort bij de tabel?



KIKKERS

t	0	1	2	3
aantal	4	12	36	108

4 Theorie D

[▸📖 WERKBOEK] Salmonellabacteriën groeien exponentieel.
Hierbij hoort de formule
aantal bacteriën = 4000 × $1{,}8^t$.
Hierin is t de *tijd* in uren met $t = 0$ om 8 uur 's morgens.

a Bereken hoeveel bacteriën er zijn om 12 uur.
b Schrijf de groeifactor op.
c Hoeveel bacteriën zijn er in het 8e uur bijgekomen?
d Vul de tabel in.
e Teken de grafiek.

SALMONELLA

t	0	1	2	3	4	5
aantal	4000					

© Noordhoff Uitgevers bv

2.4 Exponentiële groei en procenten

5 Theorie E

Chantal heeft een forum geopend op internet. Ze begint op 1 januari met 25 leden. Het aantal leden neemt met 16% per maand toe.

a Schrijf de formule op die bij dit verband hoort. Gebruik de variabele a voor het *aantal* leden en t voor de *tijd* in maanden met $t = 0$ op 1 januari.

b Hoeveel leden heeft Chantal op 1april?

c Hoeveel leden zijn er na een half jaar?

d Hoeveel leden zijn er in mei bijgekomen?

e In welke maand zijn er voor het eerst meer dan 100 leden?

6 Theorie F



Fatima is schoonheidsspecialiste. Het gaat niet goed met haar bedrijf. Het aantal klanten neemt per jaar met 15% af. De terugloop begint in 2014. Op 1 januari 2014 had zij 180 klanten.

a Schrijf de formule op die bij dit verband hoort. Gebruik de variabele a voor het *aantal* klanten en t voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2014.

b Hoeveel klanten heeft Fatima op 1 januari 2019?

c In welk jaar is het aantal klanten voor het eerst minder dan 50?

GT

7 Theorie G

Het aantal inwoners van een stad neemt sinds 2015 sterk toe. De formule die bij de groei hoort, is

aantal inwoners = 156 000 × 1,055*^t^*.

Hierin is t de *tijd* in jaren en $t = 0$ op 1 januari 2015.
Bereken de verdubbelingstijd in hele jaren.

8 Theorie G



In een bosperceel staan 125 000 bomen. Elk jaar wordt 12,5% van de bomen gekapt.

a Schrijf de formule op die hierbij hoort. Gebruik de variabele a voor het *aantal* bomen en t voor de *tijd* in jaren.

b Bereken de halveringstijd.

GT

© Noordhoff Uitgevers bv

Onderzoeksopdracht
Spaarrekening



Voorbereiding

- Verdeel de klas in groepjes van twee leerlingen.
- Lees de onderzoeksopdracht eerst helemaal door.
- Spreek met elkaar af hoe je de opdracht gaat uitvoeren.

Opdracht

Onderzoek welke bank voor jou de beste spaarrekening heeft.

Aanpak

- Zoek twee banken met spaarrekeningen voor jongeren. Zoek naar informatie over deze rekeningen. Let daarbij op:
  - spaarpremies
  - rentepercentages
  - voorwaarden.
- Doe net alsof je € 2000 spaartegoed hebt.
- Maak berekeningen voor je spaartegoed als je het op de door jou gekozen banken zou zetten.
- Schrijf voor- en nadelen van beide banken op.
- Welke bank heeft jouw voorkeur en waarom?
- Ga jij je geld bij deze bank onderbrengen?

Op internet is veel informatie te vinden. Je kunt natuurlijk ook naar banken toegaan om informatie in te winnen.

Presentatie

Je mag zelf de vorm van de presentatie kiezen. Vergelijk jullie uitkomsten met die van je klasgenoten



© Noordhoff Uitgevers bv

3 Drie dimensies, afstanden en hoeken

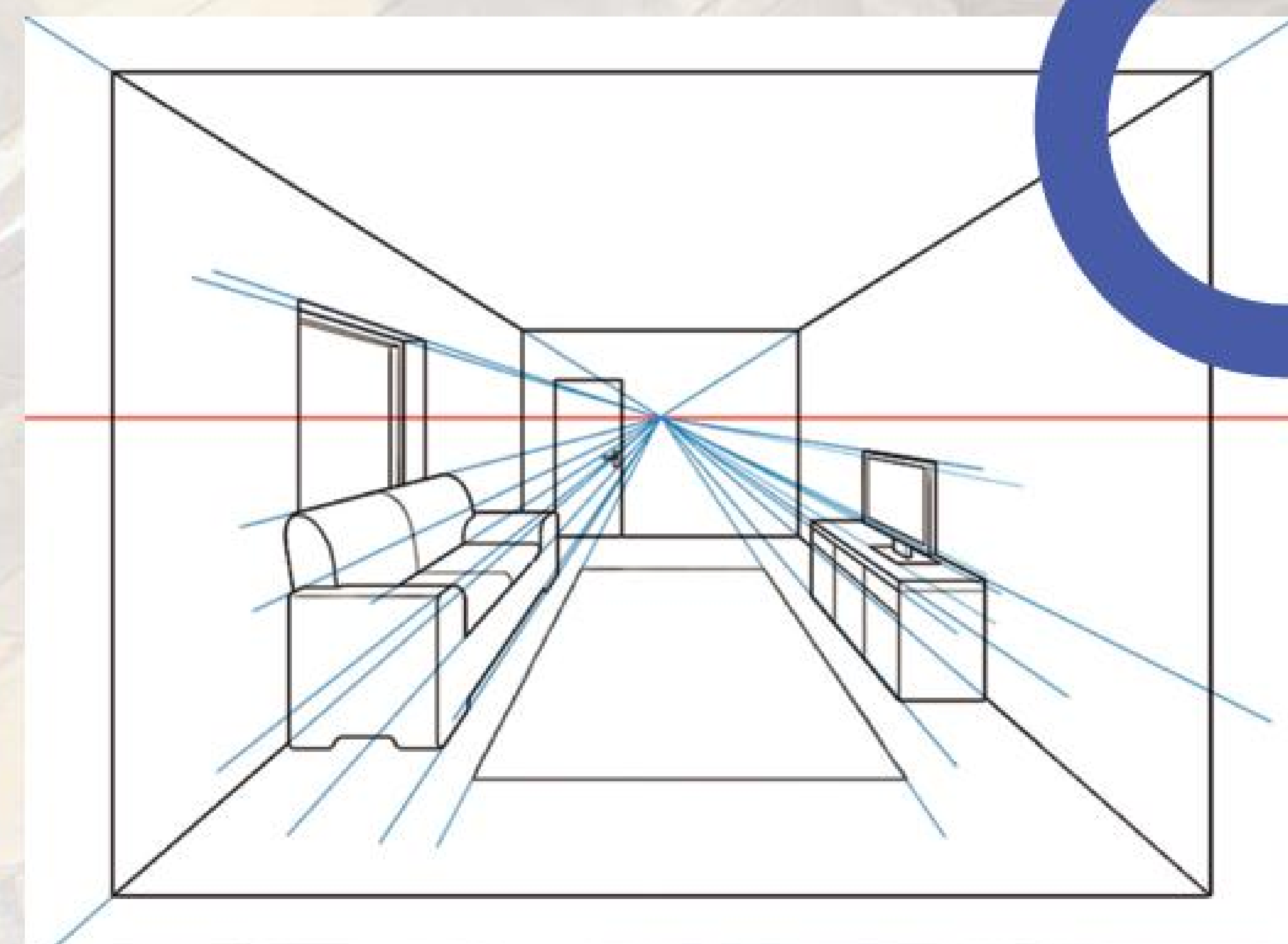
Perspectief

De straattekening op de foto is een voorbeeld van een anamorfose. De tekening is zo gemaakt dat vanaf een bepaald punt het lijkt alsof er een gat in het trottoir zit. Zo'n tekening maken is nog niet zo eenvoudig. Je maakt gebruik van de regels van perspectieftekenen, maar dan net even anders.
In de onderzoeksopdracht ga je zelf een tekening met perspectief maken.
In dit hoofdstuk leer je werken met perspectief. Daarom is het belangrijk dat je eerst het hoofdstuk leert en maakt.

Wat leer je?

- Tekenen in perspectief.
- Werken in een driedimensionaal assenstelsel.
- Zijden en hoeken berekenen met symmetrie, goniometrie en Pythagoras.
- [VMBO-GT] Lichaamsdiagonaal berekenen.
- Hellingspercentage berekenen.

3



© Noordhoff Uitgevers bv

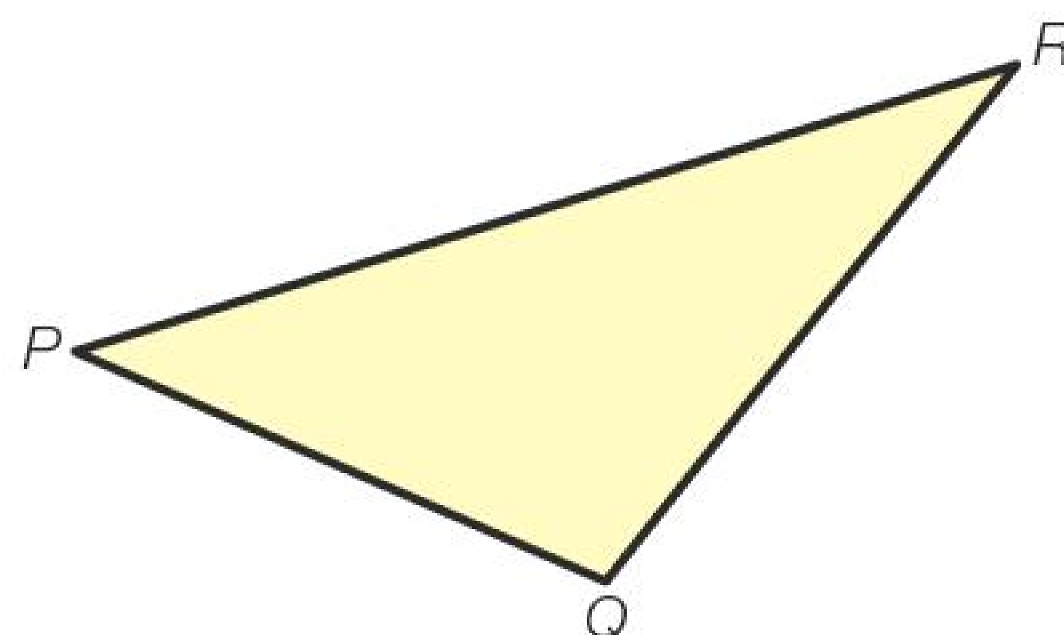


© Noordhoff Uitgevers bv

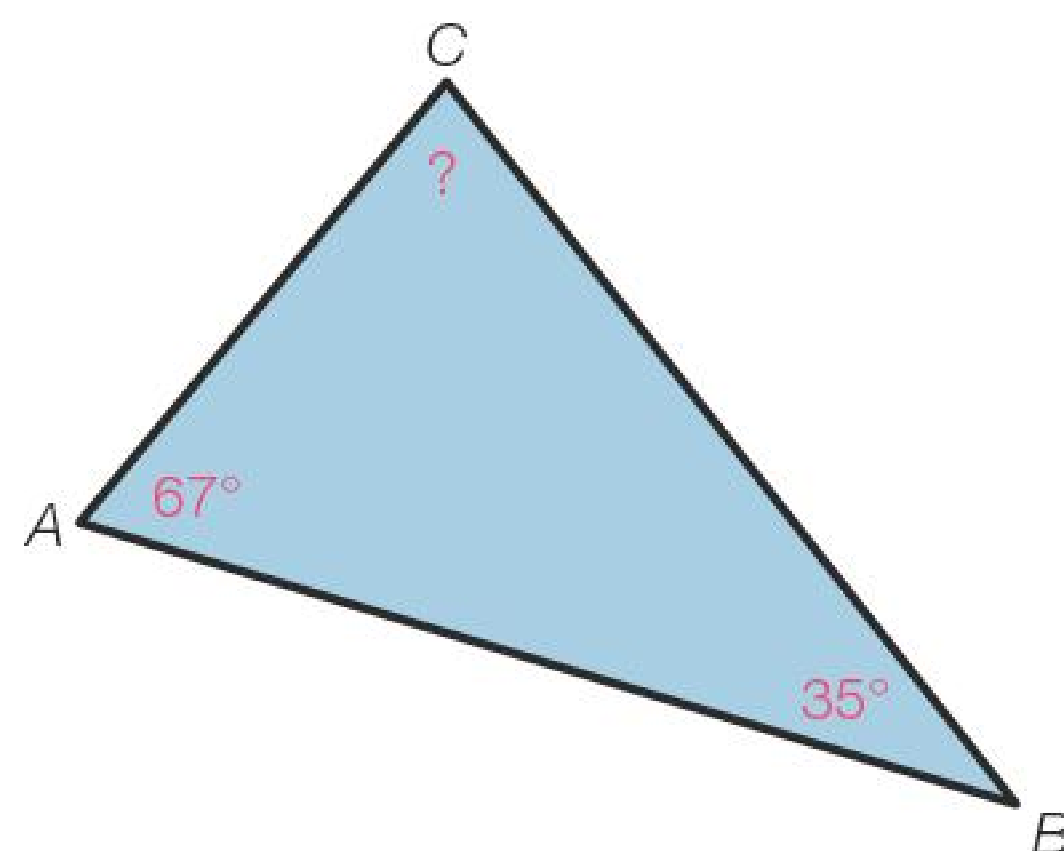
Voorkennis Hoeken en goniometrie

Hoeken berekenen in driehoeken

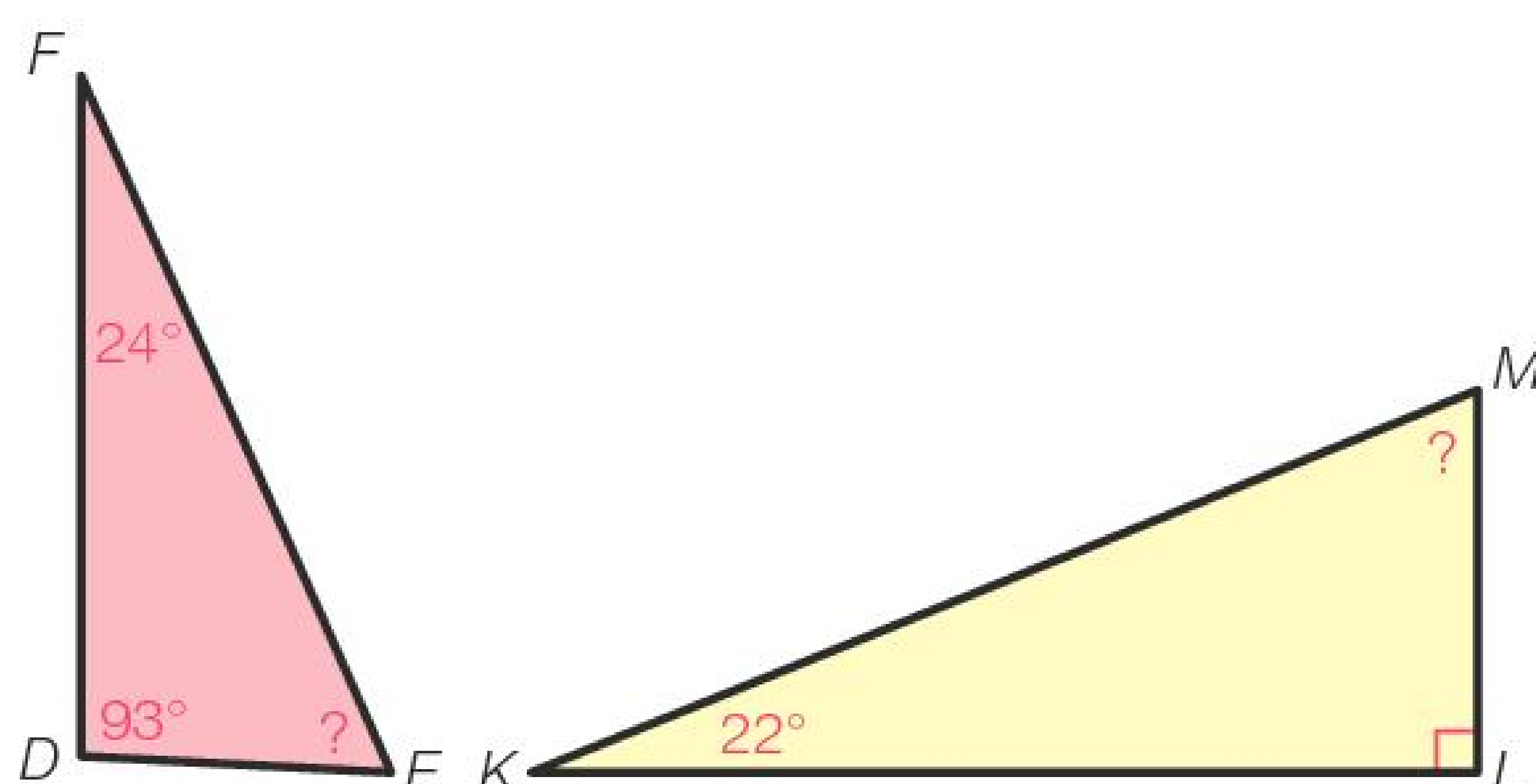
1 **a** Meet de hoeken van $\triangle PQR$.
b Tel de hoeken bij elkaar op. Zijn ze samen 180°? Dan heb je goed gemeten.



2 De drie hoeken van een driehoek zijn samen altijd 180°.
Vul in en bereken.
$\angle C = 180 - ... - ... = ...°$

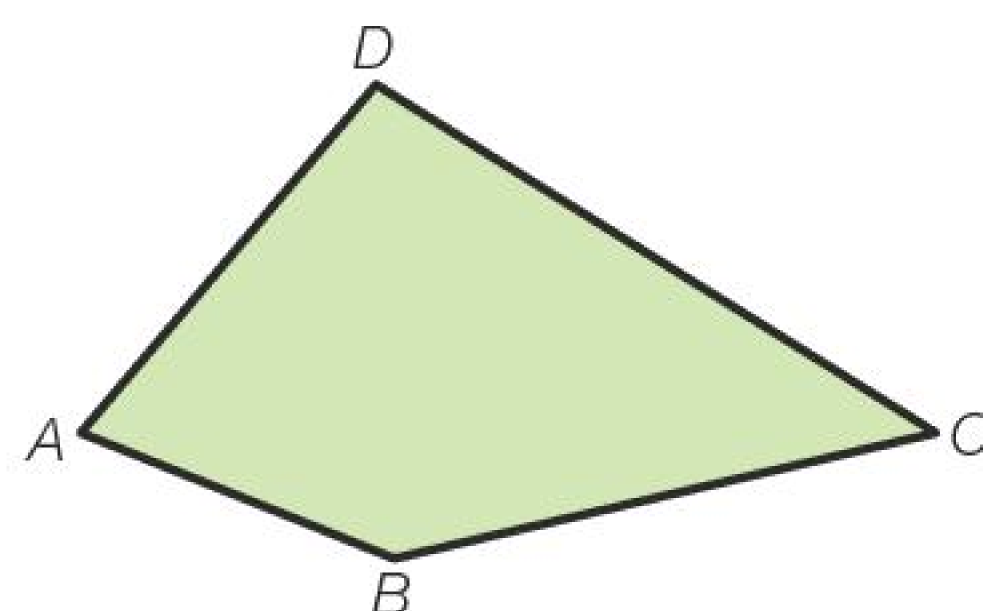


3 Bereken de hoeken met het vraagteken.
Schrijf de berekeningen op.



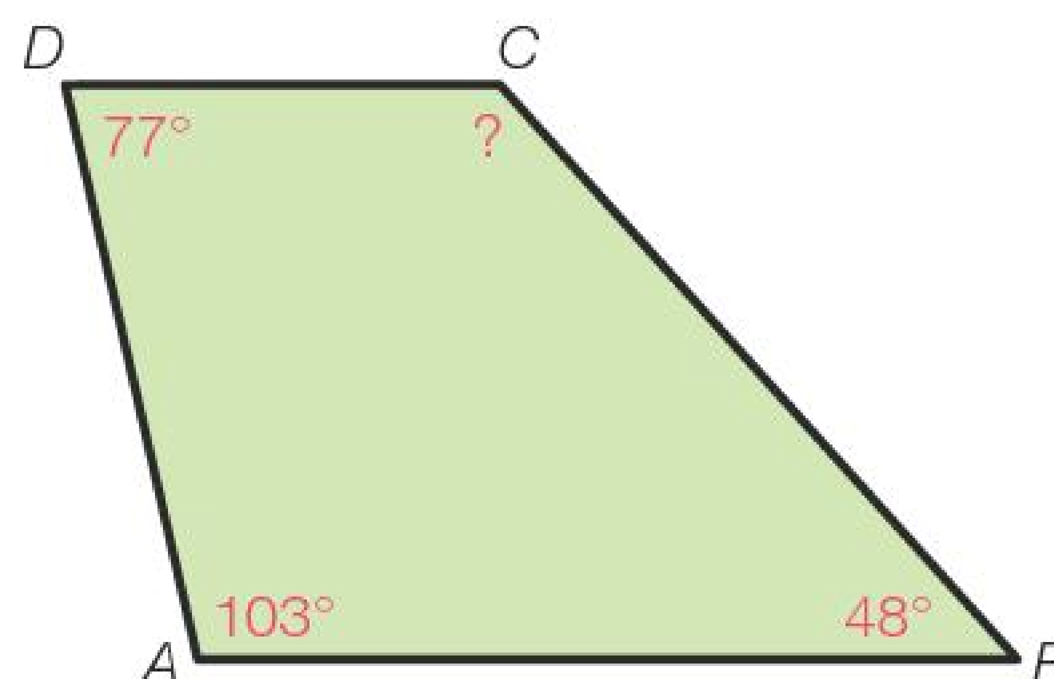
Hoeken berekenen in vierhoeken

4 [WERKBOEK] Hiernaast zie je vierhoek *ABCD*.
a Teken diagonaal *AC*. Je krijgt nu twee driehoeken.
b Hoeveel graden zijn de hoeken van $\triangle ABC$ samen? En hoeveel graden zijn de hoeken van $\triangle ACD$ samen?
c Hoeveel graden zijn de hoeken van de twee driehoeken samen?
d Hoeveel graden zijn de hoeken van de vierhoek *ABCD* samen?

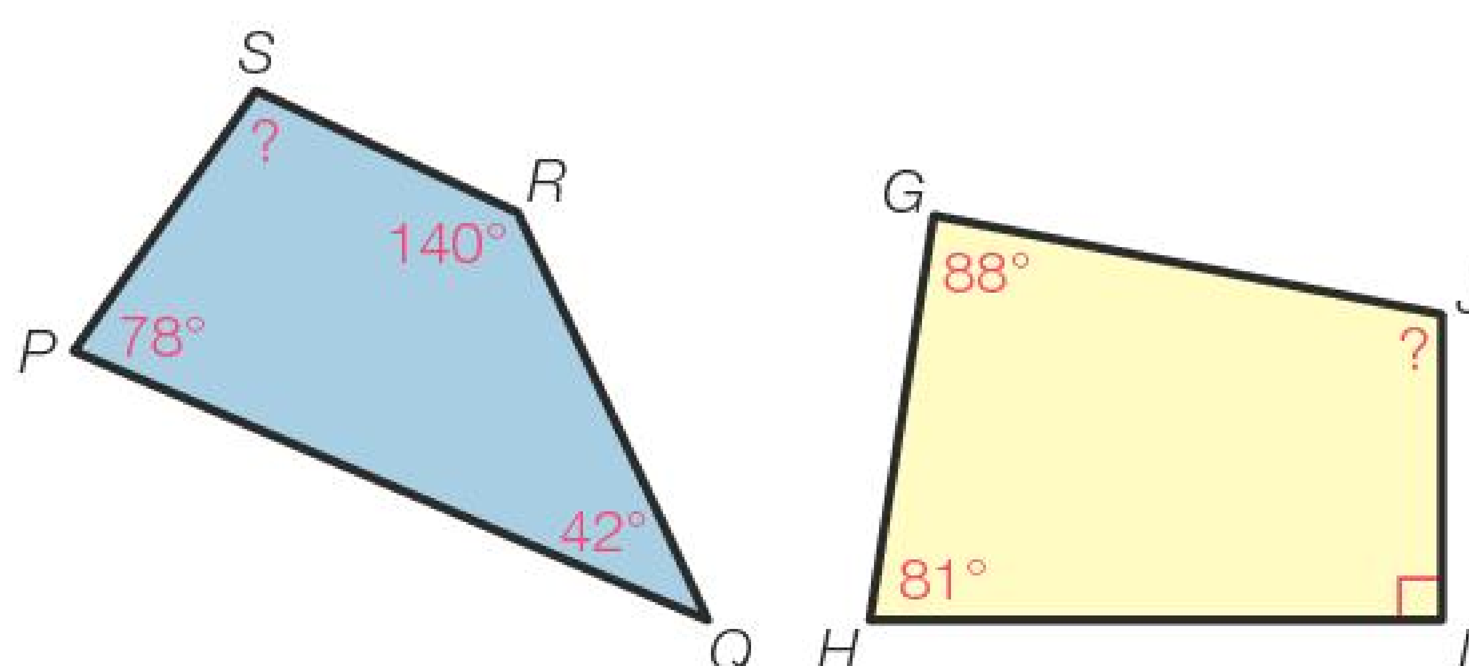


© Noordhoff Uitgevers bv

5 De hoeken van een vierhoek zijn samen altijd 360°.
Vul in en bereken.
$\angle C = 360 - ... - ... - ... = ...°$



6 Bereken de hoeken met het vraagteken.
Schrijf de berekeningen op.



Goniometrie

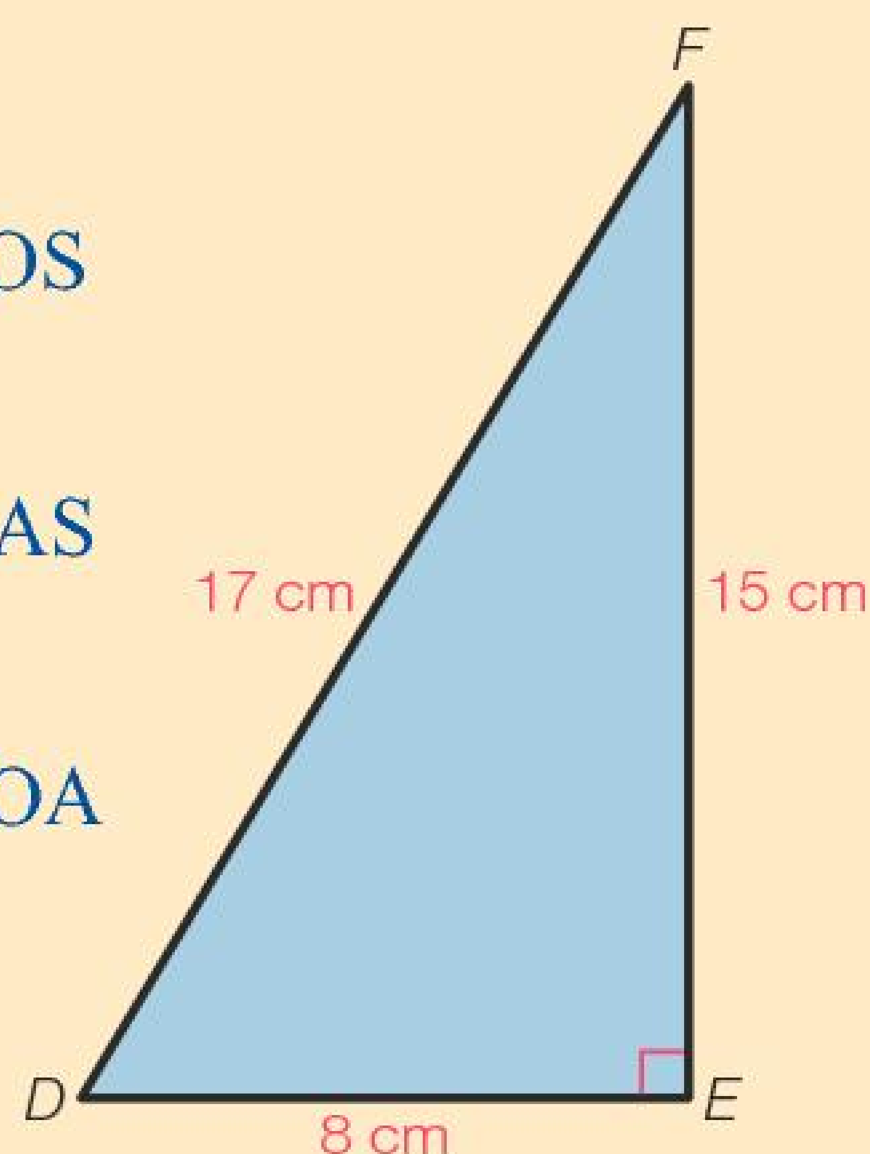
Met sinus, cosinus en tangens kun je zijden en hoeken berekenen in een rechthoekige driehoek.
Bij $\angle D$ in driehoek DEF horen drie verhoudingen.

$$\text{Sin}\angle D = \frac{\text{Overstaande rechthoekszijde}}{\text{Schuine zijde}} = \frac{EF}{DF} = \frac{15}{17} \quad \text{SOS}$$

$$\text{Cos}\angle D = \frac{\text{Aanliggende rechthoekszijde}}{\text{Schuine zijde}} = \frac{DE}{DF} = \frac{8}{17} \quad \text{CAS}$$

$$\text{Tan}\angle D = \frac{\text{Overstaande rechthoekszijde}}{\text{Aanliggende rechthoekszijde}} = \frac{EF}{DE} = \frac{15}{8} \quad \text{TOA}$$

Dit kun je onthouden met het ezelsbruggetje SOSCASTOA.



7 [WERKBOEK] Vul de juiste woorden achter de letters van SOSCASTOA in.

8 Vul in.

a $\tan\angle K = \frac{LM}{KM} = \frac{12}{...}$

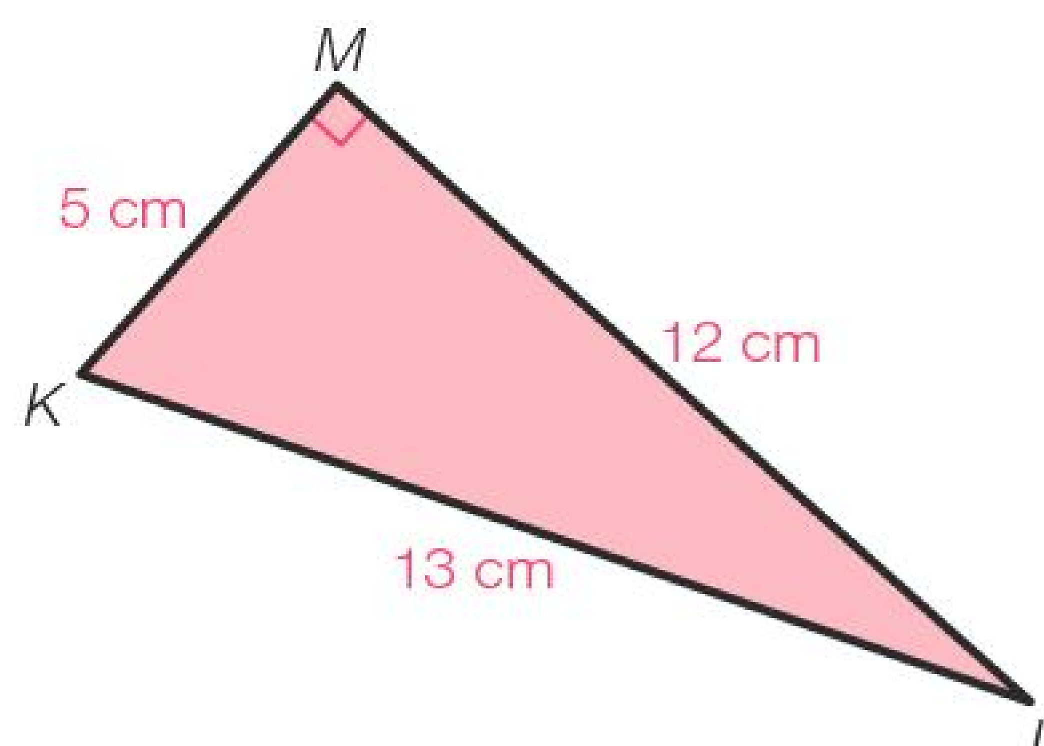
b $\sin\angle K = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$

c $\cos\angle K = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$

d $\tan\angle L = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$

e $\sin\angle L = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$

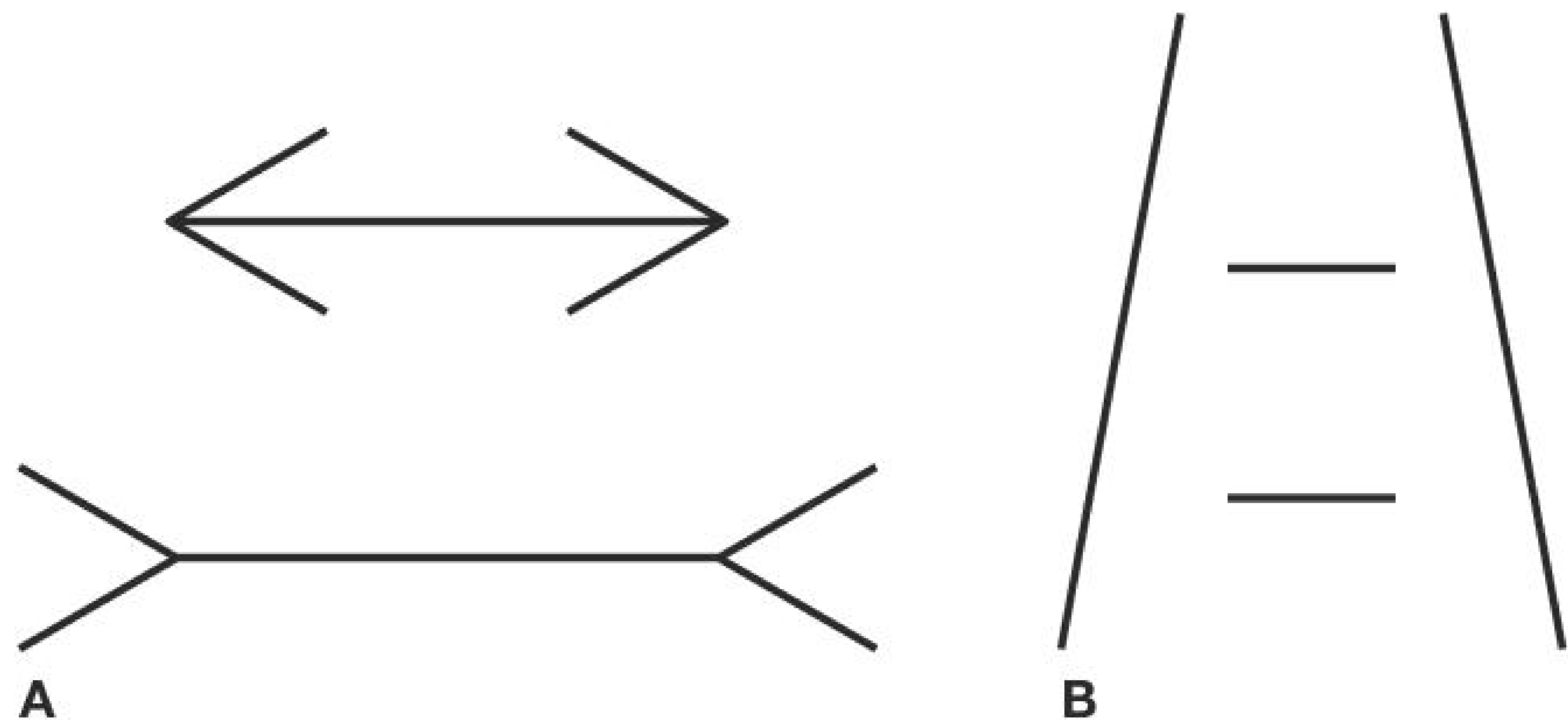
f $\cos\angle L = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$



3.1 Tekenen in perspectief

Langer en korter

1
a Bekijk de twee horizontale lijnstukken van tekening A.
Welke lijkt het langst?
b Bekijk de horizontale lijnstukken van tekening B.
Welke lijkt het langst?



c Meet de horizontale lijnstukken van tekening A.
Welke is langer?
d Meet de horizontale lijnstukken van tekening B.
Welke is langer?

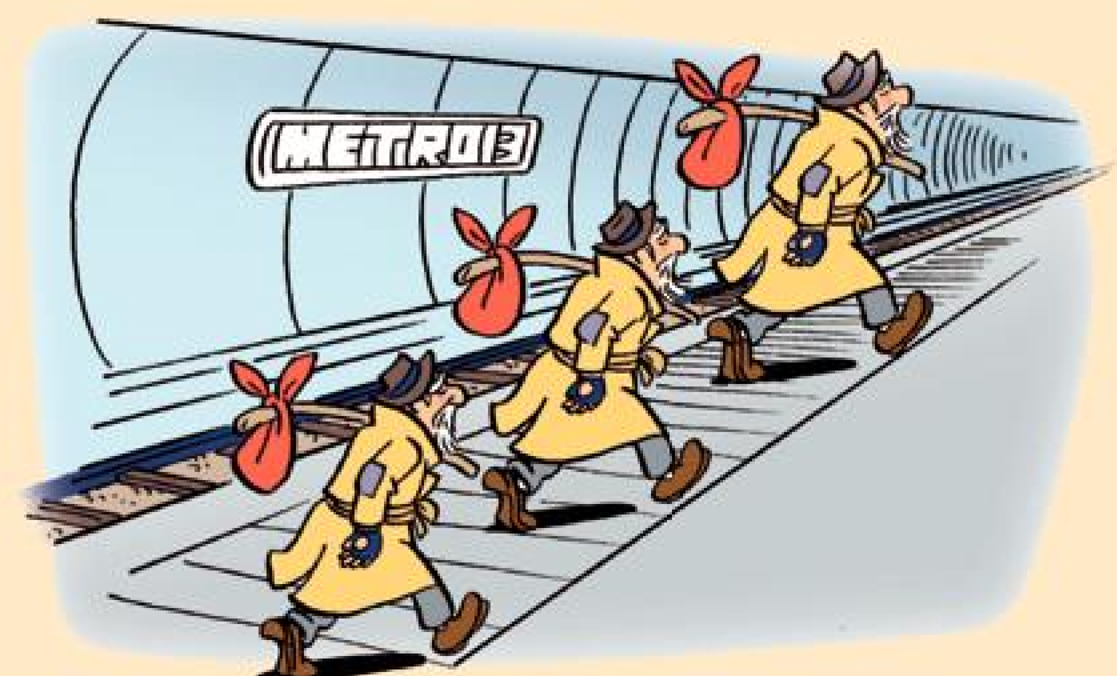
Groter en kleiner

2
a Op de weg lopen twee mannen.
Welke lijkt het grootst?
b Meet de mannen op.
Welke is het grootst?



Theorie A Tekenen in perspectief

Als je de personen op de tekening meet, zijn ze even groot. Toch ervaar je ze niet als even groot. Dat komt omdat je door de getekende omgeving de indruk krijgt, dat de één verder weg is dan de ander.



Bij tekeningen in **perspectief** wordt alles wat verder weg is kleiner getekend. Daardoor lijkt zo'n tekening veel op de werkelijkheid. De weg waarop de personen lopen is in perspectief getekend, maar de personen niet. Daardoor lijkt het alsof de persoon rechts groter is dan de andere twee.

© Noordhoff Uitgevers bv

De zijkanten en de middenstreep van de weg hiernaast zijn in werkelijkheid evenwijdig aan elkaar. Op de tekening zijn ze dat niet. Ze snijden elkaar in punt V. Dat punt V ligt op de horizontale blauwe lijn. Die lijn is de **horizon**. De weg verdwijnt achter de horizon bij dat punt V. Daarom heet dat punt het **verdwijnpunt**.



De weg is op de tekening achteraan smaller dan op de voorgrond. Uit ervaring weten we dat een weg overal even breed is. Daarom zien we die ook zo.
Perspectieftekeningen met één verdwijnpunt noemen we **éénpuntsperspectief**.

Misschien leerde je in de tekenlessen wel tekenen in tweepuntsperspectief.

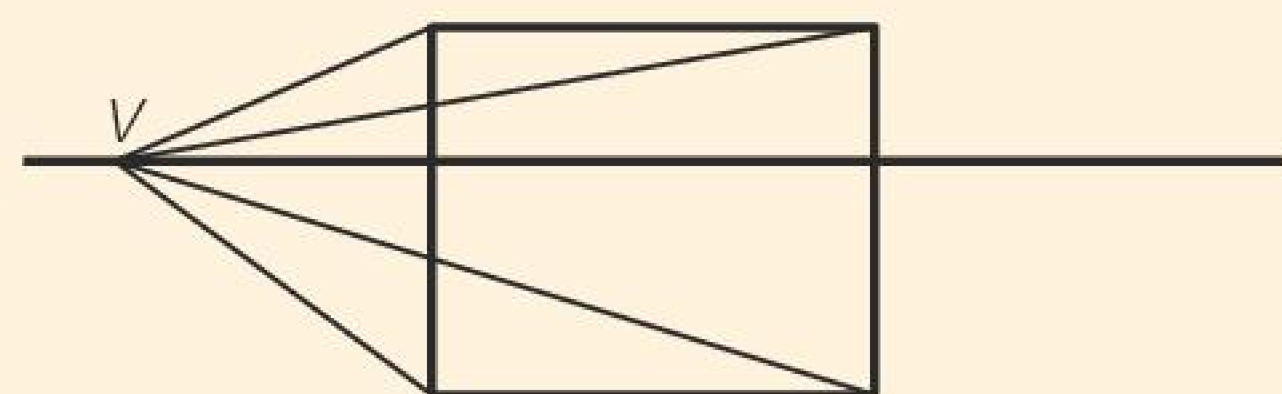


Tekenen in perspectief:
perspectiefregel 1
Evenwijdige lijnen die van je af lopen snijden elkaar in het verdwijnpunt op de horizon.
perspectiefregel 2
Verticale lijnen zijn ook in de tekening verticaal.

Voorbeeld Balk in perspectief tekenen

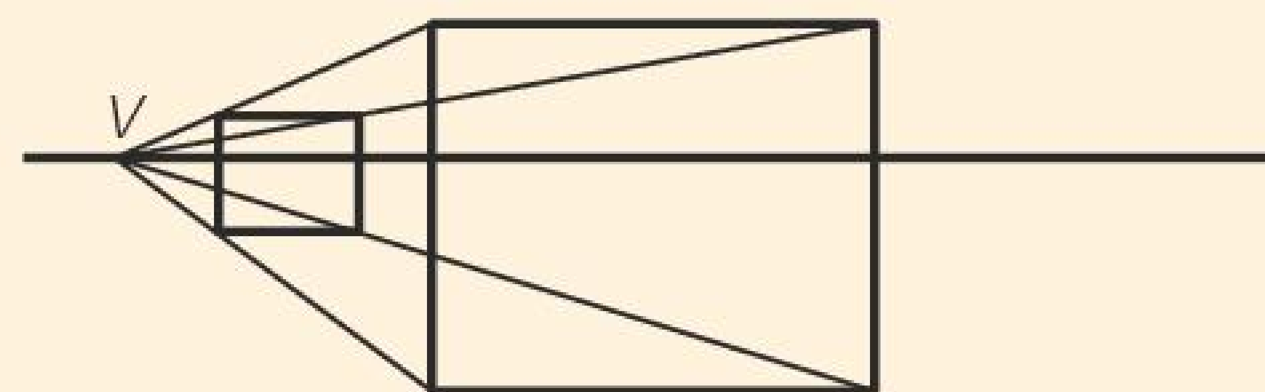
Opgave
Teken een balk in perspectief.

Aanpak
- Begin met het tekenen van een horizon met daarop een verdwijnpunt.
- Teken door de horizon de voorkant van de balk als rechthoek.
- Trek vanaf elk hoekpunt dunne lijnen naar het verdwijnpunt. Dit zijn de **vluchtlijnen**.

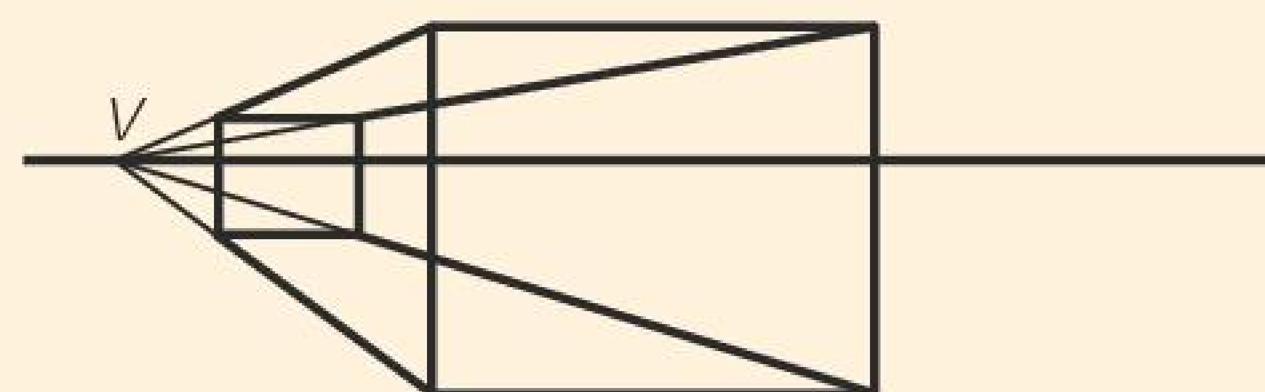


© Noordhoff Uitgevers bv

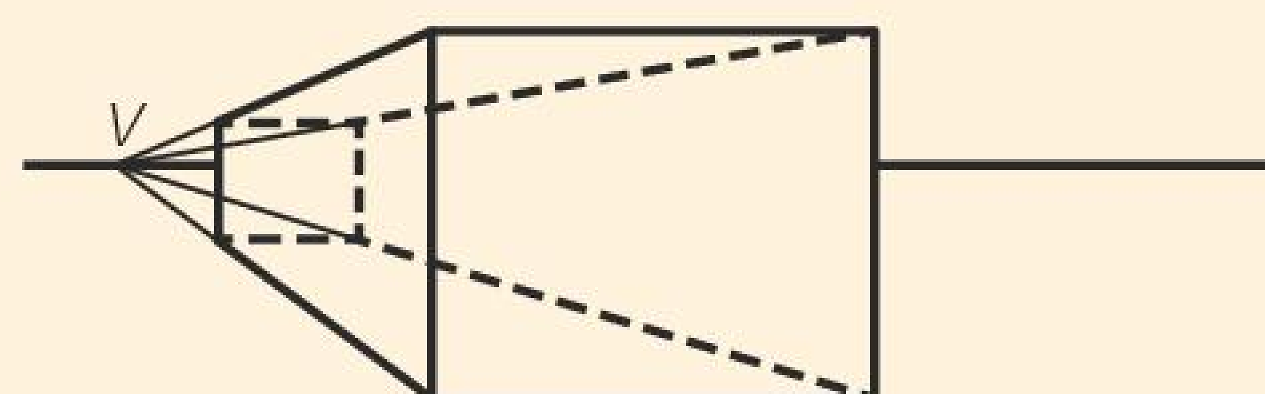
- Teken verder naar de horizon de achterkant van de balk. Teken de hoekpunten op de vier vluchtlijnen. De achterkant wordt daardoor kleiner dan de voorkant.



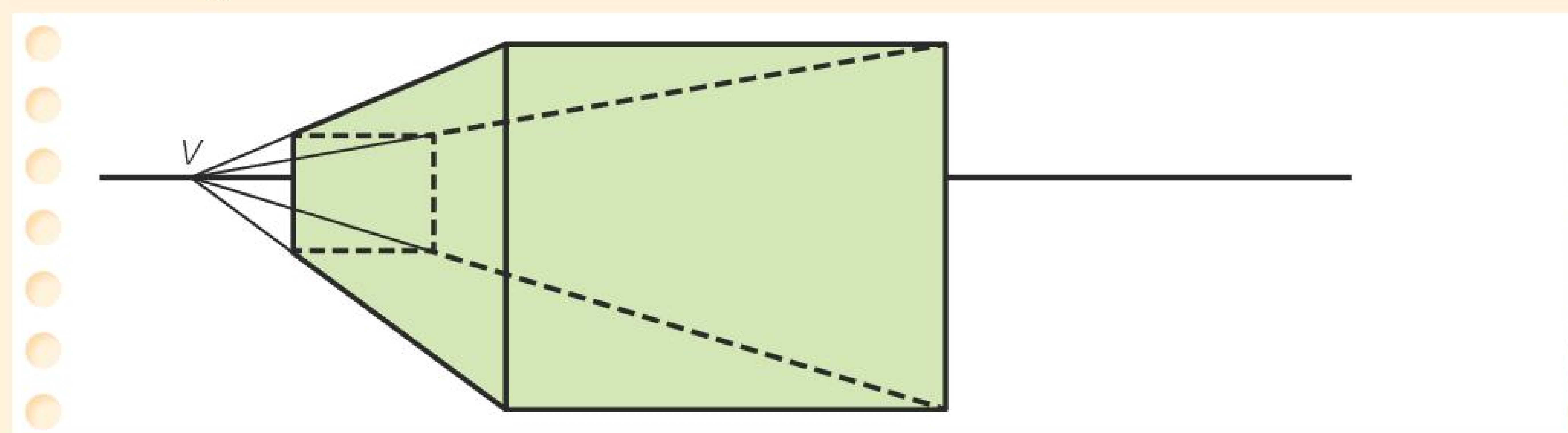
- Verbind de voorkant en de achterkant met elkaar door de vluchtlijnen gedeeltelijk dikker te maken.



- Je hebt nu een balk in perspectief getekend.
- Maak van de lijnen die je niet ziet als de balk ondoorzichtig zou zijn stippellijnen.
- Gum het gedeelte van de horizon dat achter de balk ligt uit.
- Kleur de balk licht in.



Uitwerking



Kubus in perspectief

Test opgave Teken een kubus in perspectief.

Weg

3 [▸ WERKBOEK] In je werkboek is het begin van een weg getekend. Je vindt het verdwijnpunt door de zijkanten langer te maken.

a Teken de zijkanten van de weg.

b Zet de letter V bij het snijpunt van de twee lijnen.

c Teken een horizontale lijn door het punt V. Zet erbij *horizon*.

© Noordhoff Uitgevers bv

4 [▶ 📖 WERKBOEK] Je gaat een weg tekenen in perspectief.

a Teken de rechterkant van de weg, dus een lijn naar *V*.

b Teken de linkerkant van de weg, ook naar *V*.
Lijkt het op een weg?

c Rechts van de weg staat een geluidsscherm.
Teken van de bovenkant en de onderkant van het geluidsscherm een lijn naar het verdwijnpunt.

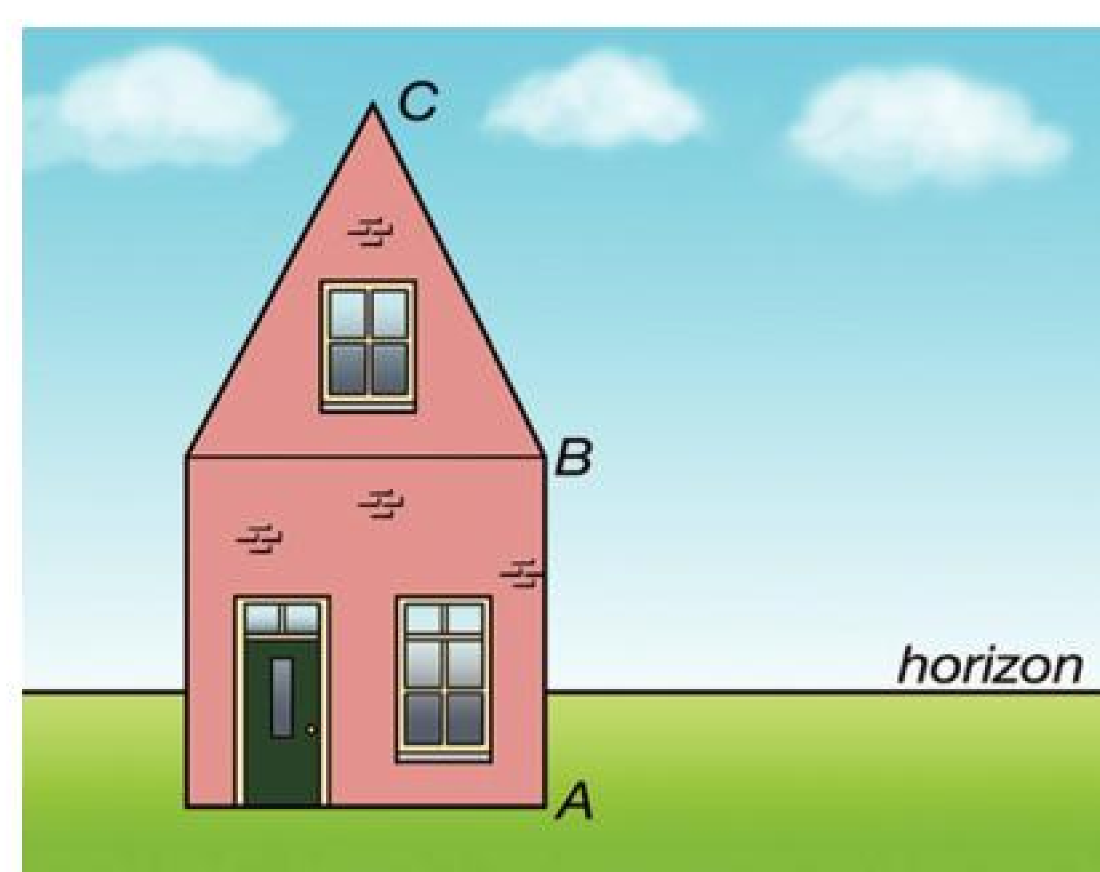
d Je kunt niet door het geluidsscherm heen kijken. Gum het gedeelte van de tekening dat je niet kunt zien weg.

e Kleur het geluidsscherm.

f Teken de middenstreep op de weg.

Huis

5 [▶ 📖 WERKBOEK] Je ziet de voorgevel van een huis en de horizon. Je gaat het huis afmaken in perspectief. Volg het stappenplan hieronder:



a Kies een verdwijnpunt op de horizon, 4 cm rechts van punt *A*.

b Trek vanuit *A, B* en *C* vluchtlijnen naar het verdwijnpunt.

c Teken nu de zijkant van het huis tussen de vluchtlijnen. De daklijnen lopen evenwijdig aan elkaar.

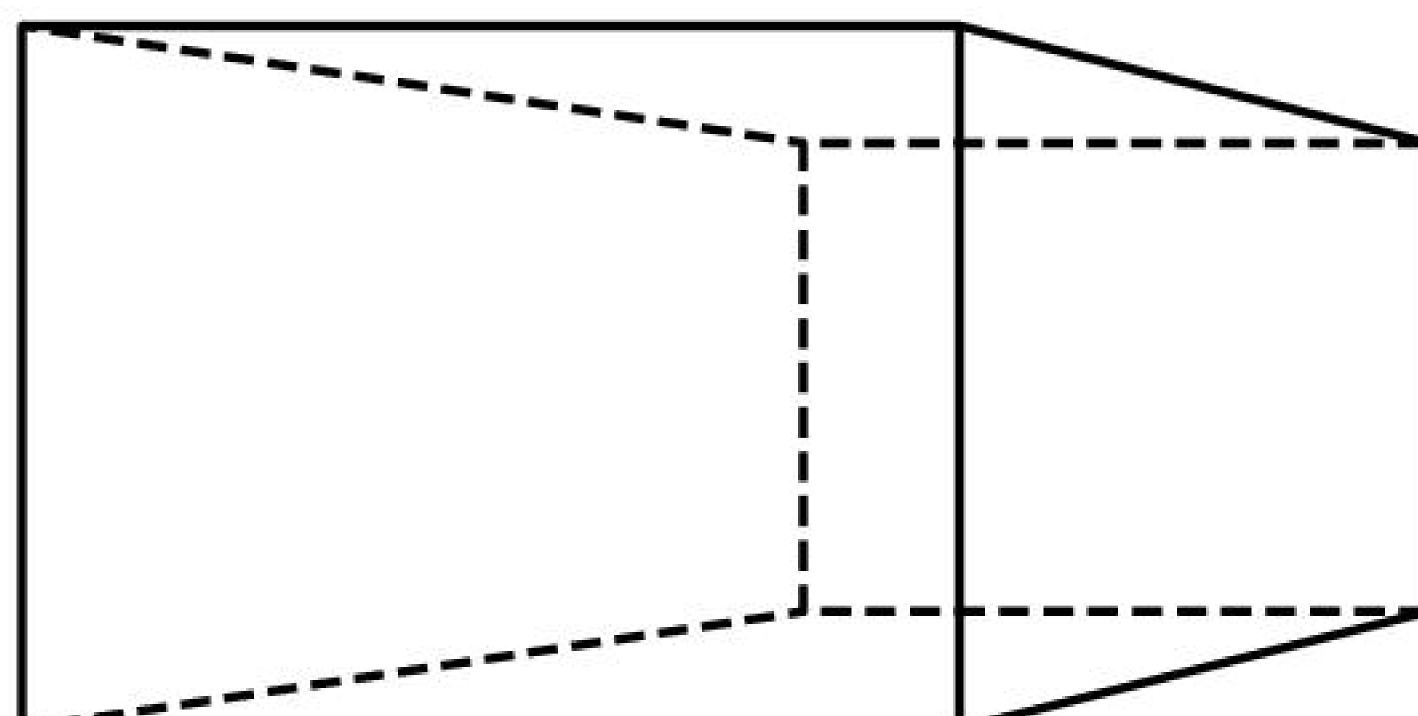
6 De bewoners van dit huis hebben een garage met auto op hun muur geschilderd. Op het eerste gezicht lijkt het net echt. Welke wanden van de garage zie je? Kies uit: *linkerzijwand*, *rechterzijwand*, *achterwand*, *vloer*, *plafond*, *garagedeur*.



Balk

7 **a** [▶ 📖 WERKBOEK] Teken de vluchtlijnen en vind zo het verdwijnpunt.

b Teken de horizon.



8 Teken een balk waarvan de hoogte groter is dan de lengte en de breedte. Zorg voor perspectief. Gum als de balk af is alle vluchtlijnen en de horizon weg.

ARTIKEL | BEROEP | GESCHIEDENIS | **INFORMATIEF**

Soorten perspectief

Landschappen en gebouwen teken je in perspectief. De horizon is dan op ooghoogte. Als je staat is je ooghoogte op ongeveer 1,50 m. Dat zie je in de bovenste tekening. Dat is het **normale perspectief**.

Als je ogen hoger zijn, bijvoorbeeld als je op een trap staat of op een toren, krijg je een tekening in **vogelperspectief**.

Als je door de knieën zakt of op je buik gaat liggen, zijn je ogen lager. Je krijgt een tekening in **kikkerperspectief**.







Theorie B Hoogte berekenen in normale perspectieftekening

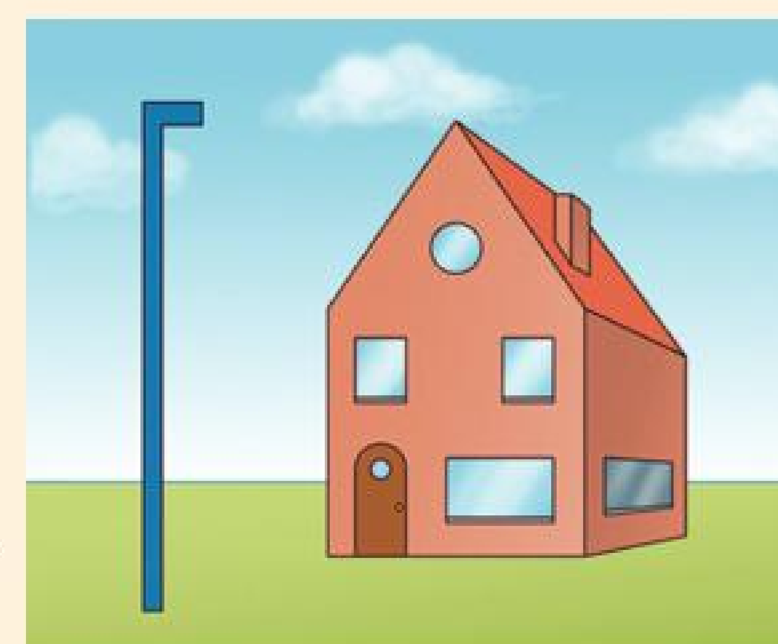
Perspectiefregel 3
De horizon is op ooghoogte, dus op ongeveer 1,50 m hoogte.

Perspectiefregel 4
In een perspectieftekening mag je alleen verticale afstanden meten.

Voorbeeld Hoogte berekenen in perspectieftekening

Opgave

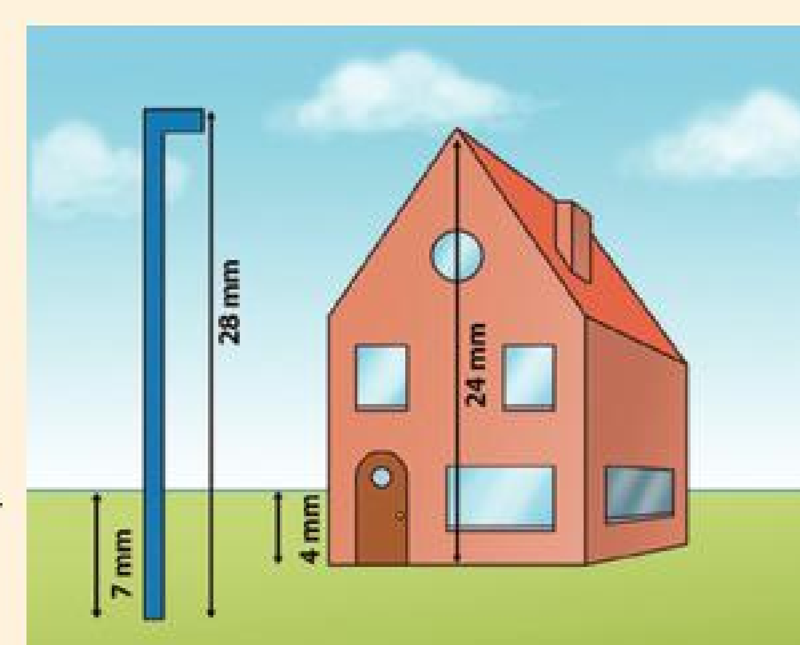
a Bereken de hoogte van het huis.
b Bereken de hoogte van de lantaarnpaal.



Aanpak

a De ooghoogte is op ongeveer 1,50 m.
Van de onderkant van het huis naar de horizon is 4 mm.
Van de onderkant van het huis naar de punt van het huis is 24 mm.
24 : 4 = 6, dus de hoogte van het huis is 6 keer ooghoogte.

b Van de onderkant lantaarnpaal tot de horizon is 7 mm.
Van de onderkant lantaarnpaal tot de bovenkant is 28 mm.
28 : 7 = 4, dus de hoogte van de lantaarnpaal is 4 keer ooghoogte.



© Noordhoff Uitgevers bv

Uitwerking

a 24 : 4 = 6, dus de hoogte van het huis is 6 keer ooghoogte.
Het huis is ongeveer 6 × 1,50 = 9 m hoog.

b 28 : 7 = 4, dus de hoogte van de lantaarnpaal is 4 keer ooghoogte.
De lantaarnpaal is ongeveer 4 × 1,50 = 6 m hoog.

Hoogte

Test opgave

[▶ WERKBOEK]

a Bereken de hoogte van de boom. Gebruik de afbeelding in het werkboek om de maten te meten.

b Teken bij *A* en *B* een lantaarnpaal van 3 m hoog.



Zendmast

9

a De horizon is op ooghoogte, dus 1,50 m.
Om de hoogte van de zendmast te berekenen, meet je het stukje van de mast onder de horizon.
Hoeveel mm is dat?

b Hoeveel mm is de hele zendmast?

c Laat met een berekening zien dat de zendmast 16 keer zo hoog is als het stukje tot de horizon.
De zendmast is dus 16 × 1,50 m hoog.

d Bereken de hoogte van de zendmast.



Lantaarnpalen

10

[▶ WERKBOEK] Gebruik de tekening van de vorige opgave.

a Laat met een berekening zien dat de lantaarnpaal 2,5 keer zo hoog is als het stukje tot de horizon.
De lantaarnpaal is dus 2,5 × 1,50 m hoog.

b Bereken de hoogte van de lantaarnpaal.

c Teken bij *B* nog een lantaarnpaal die even hoog is.

© Noordhoff Uitgevers bv

Amsterdam

11

[▶ 📖 WERKBOEK]

a Zoek het verdwijnpunt en teken de horizon.

b Hoe hoog zijn de bomen in het midden van de tekening?

c Hoe hoog is de top van de vlaggenmast?

d Teken een mens bij punt B. Gebruik de vuistregel.



New York

12

[▶ 📖 WERKBOEK]



a Vind in de tekening van New York het verdwijnpunt door twee vluchtlijnen door te trekken. Teken de horizon.

b Vooraan rechts bij A staat een paal. Hoe hoog is die paal?

c Hoe hoog is het gele gebouw aan de linkerkant van de weg?

d Voor de finish van de marathon komt er een boog van 3 m hoog. De boog loopt vanaf de paal rechts over de hele breedte van de weg. Teken die boog.

© Noordhoff Uitgevers bv

Schuur

13 * [▸ WERKBOEK] Je ziet dat geen van de wanden van de schuur evenwijdig staat met de horizon. Dat komt doordat de schuur is getekend in tweepuntsperspectief.
Om te weten hoe hoog de schuur is ga je uitzoeken waar de horizon ligt.



a Teken de vluchtlijn door de bovenkant van het dak naar rechts.
b Evenwijdig aan de bovenkant van het dak loopt de onderkant van de muur met het raam. Teken de vluchtlijn door de onderkant van de schuur naar rechts.
c Waar de twee vluchtlijnen elkaar snijden zet je V. Dat is het eerste verdwijnpunt.
d Teken de vluchtlijn langs de onderkant van de deuren naar links.
e Evenwijdig aan de onderkant van de deuren loopt de bovenkant van de deuren. Teken die vluchtlijn.
f Het snijpunt van de twee vluchtlijnen is het tweede verdwijnpunt.
g Teken de horizon door de twee verdwijnpunten.
h Hoe hoog is de schuur?

Rekenbreak



Vul in.
€ 240 000 + € 90 000 = € ...
2300 kg + 700 kg = ... ton



De vrachtauto van Ron kan 28 ton vervoeren. Hoeveel kilogram is dat?

Het huis van Ron kostte $2\frac{1}{2}$ ton.
Hoeveel euro is dat?



Woordenlijst

- éénpuntsperspectief
- horizon
- kikkerperspectief
- normaal perspectief
- perspectief
- tweepuntsperspectief
- verdwijnpunt
- vluchtlijn
- vogelperspectief

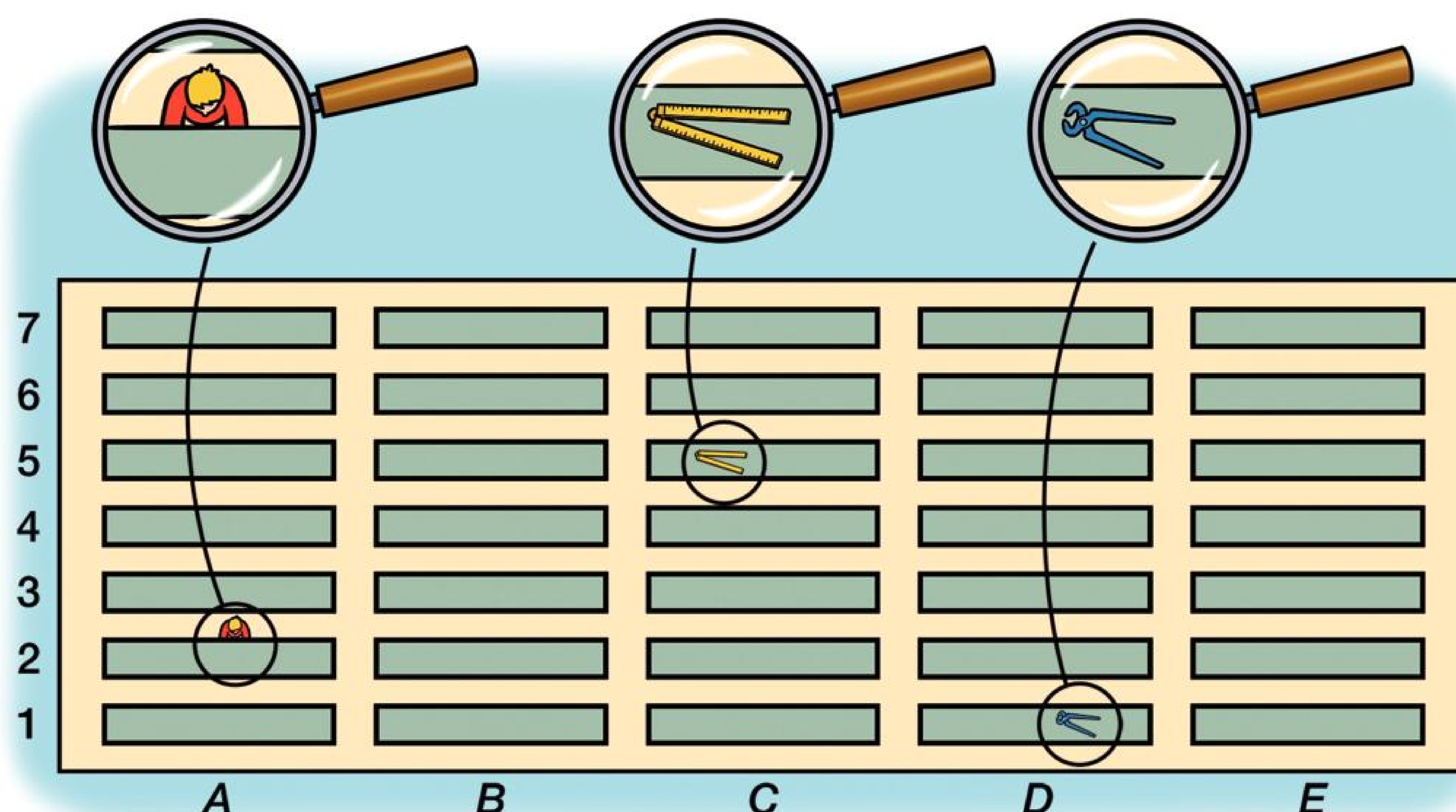
3.2 Coördinaten in de ruimte

Zweedse woonwinkel

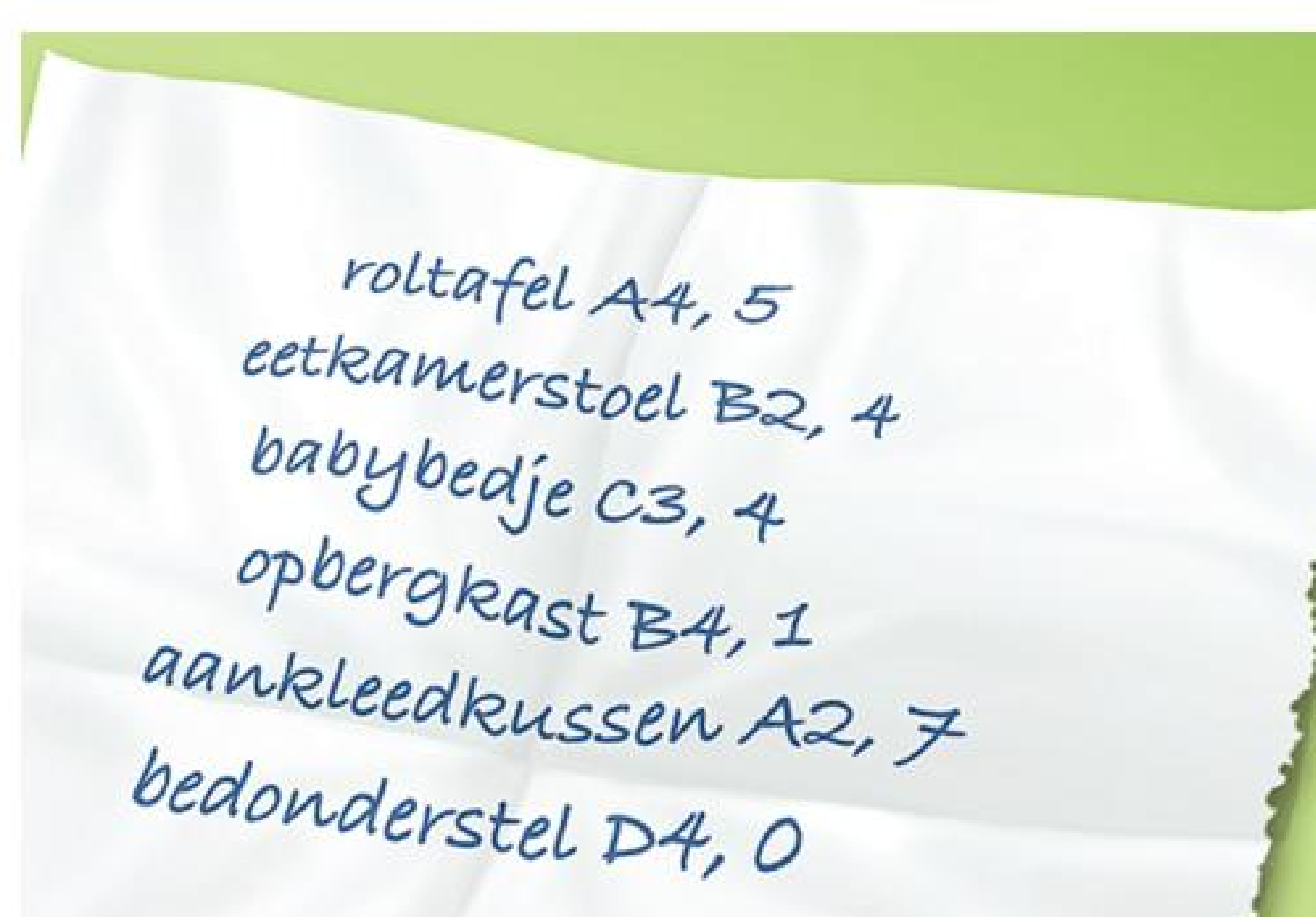
14 In het magazijn van een Zweedse woonwinkel ligt alles in stellingkasten. In de tekening zie je een bovenaanzicht van een deel van het magazijn met de stellingkasten.
Alle stellingen zijn genummerd: *A*1, *A*2, ... *B*1, ... enzovoort.



a Op welke stelling ligt een duimstok?
b Bij welke stelling staat Jody?
c Op welke stelling ligt een nijptang?



15 Jasmin heeft een aantal meubels uitgezocht in de winkel. Ze heeft een briefje gemaakt waarop staat waar in het magazijn haar meubels te vinden zijn.
Op het briefje zie je *roltafel A4,5*.
Dat betekent:
op stelling *A*4 op de vijfde plank van onderen liggen roltafels.



a Wat betekent *eetkamerstoel B2,4*?
b Welk onderdeel ligt het hoogst?
c Wat betekent *bedonderstel D4,0*?

 © Noordhoff Uitgevers bv

Theorie C Coördinaten in de ruimte

De parasol is 200 cm hoog.
Vanaf de paal naar de top van de parasol ga je:

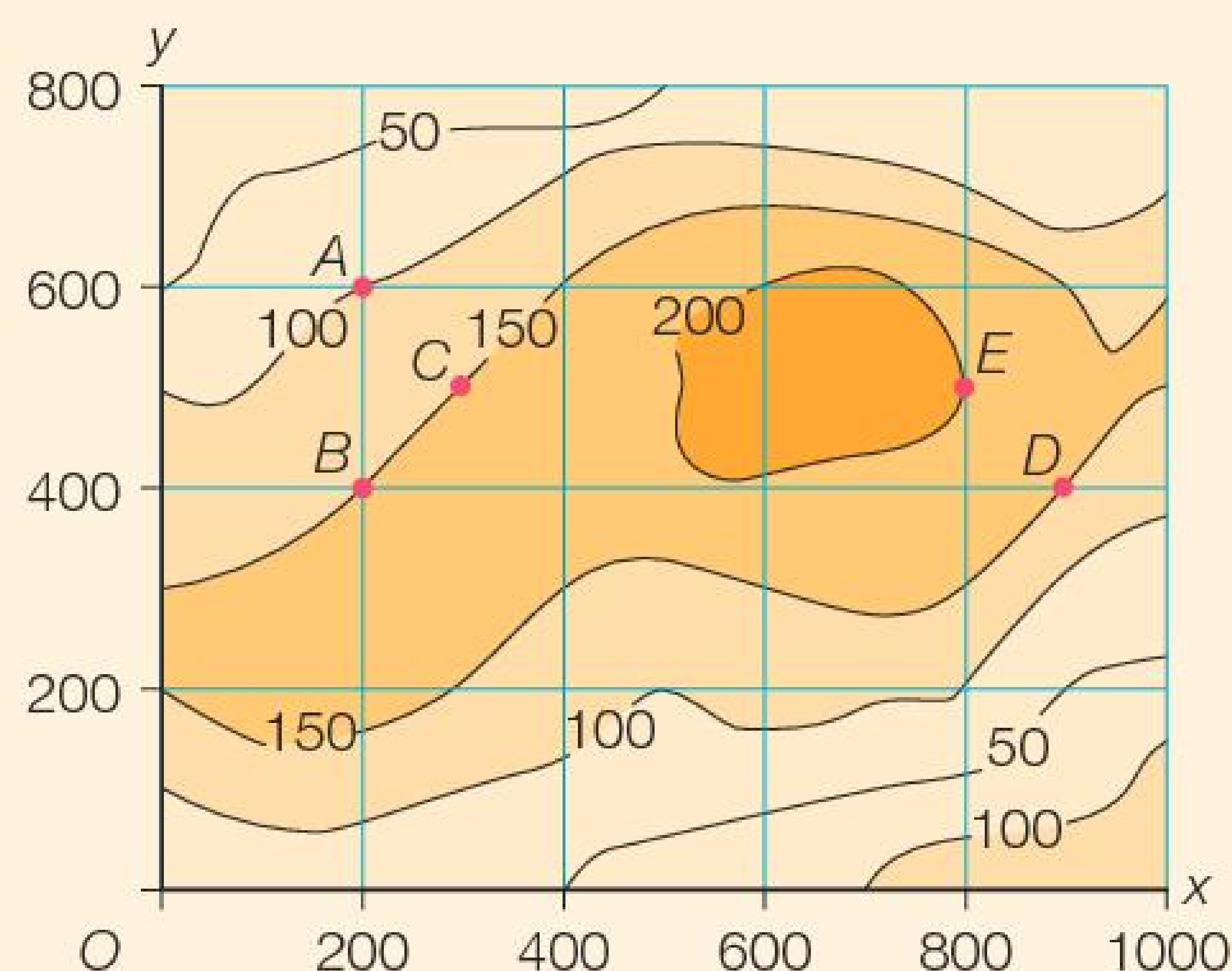
- 500 cm in de *x*-richting
- 225 cm in de *y*-richting
- 200 cm in de *z*-richting.

De top van de parasol heeft dus de coördinaten (500, 225, 200).



Coördinaten in de ruimte

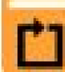
Test opgave Hiernaast zie je een hoogtekaartje. In het kaartje is een rooster getekend. Het punt *A* ligt 100 m hoog. De coördinaten van *A* zijn dus (200, 600, 100).



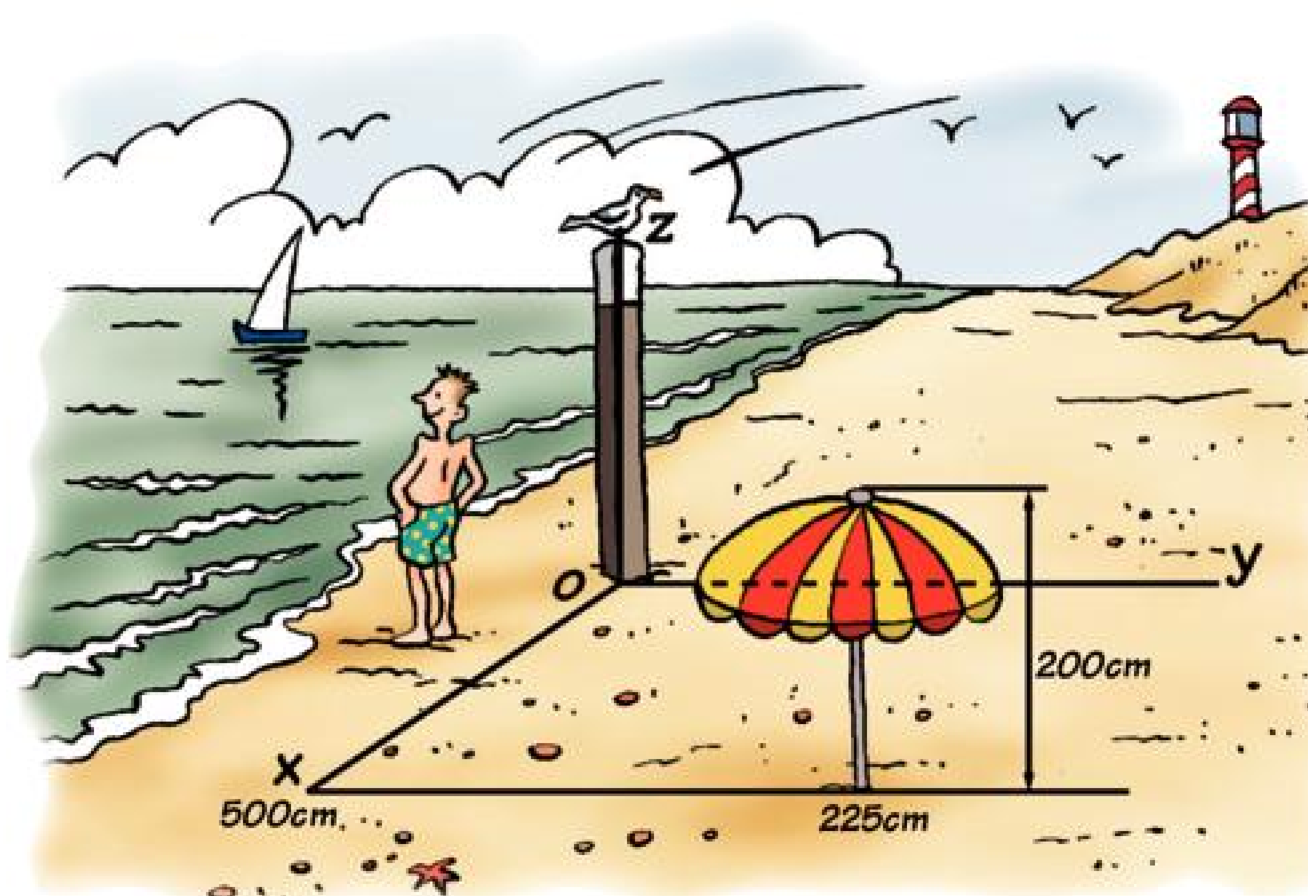
a Schrijf de coördinaten van de punten *B* tot en met *E* op.

b Van een punt *P* zijn twee coördinaten gegeven.
Vul de ontbrekende coördinaten in.
Geef alle drie de mogelijkheden.
P(800, ..., 100) of *P*(800, ..., 100) of *P*(800, ..., 100).

Schatgraven

16  [▸📖 WERKBOEK] Camping De Vuurtoren organiseert een spel op het strand. Rudi verstopt van tevoren vijf ‘schatten’ in het zand. Hij wil ze later zelf nog terug kunnen vinden. Daarom schrijft hij van elke schat precies de plaats op. Zie het lijstje hieronder. Hij gebruikt de strandpaal om te beginnen met tellen.

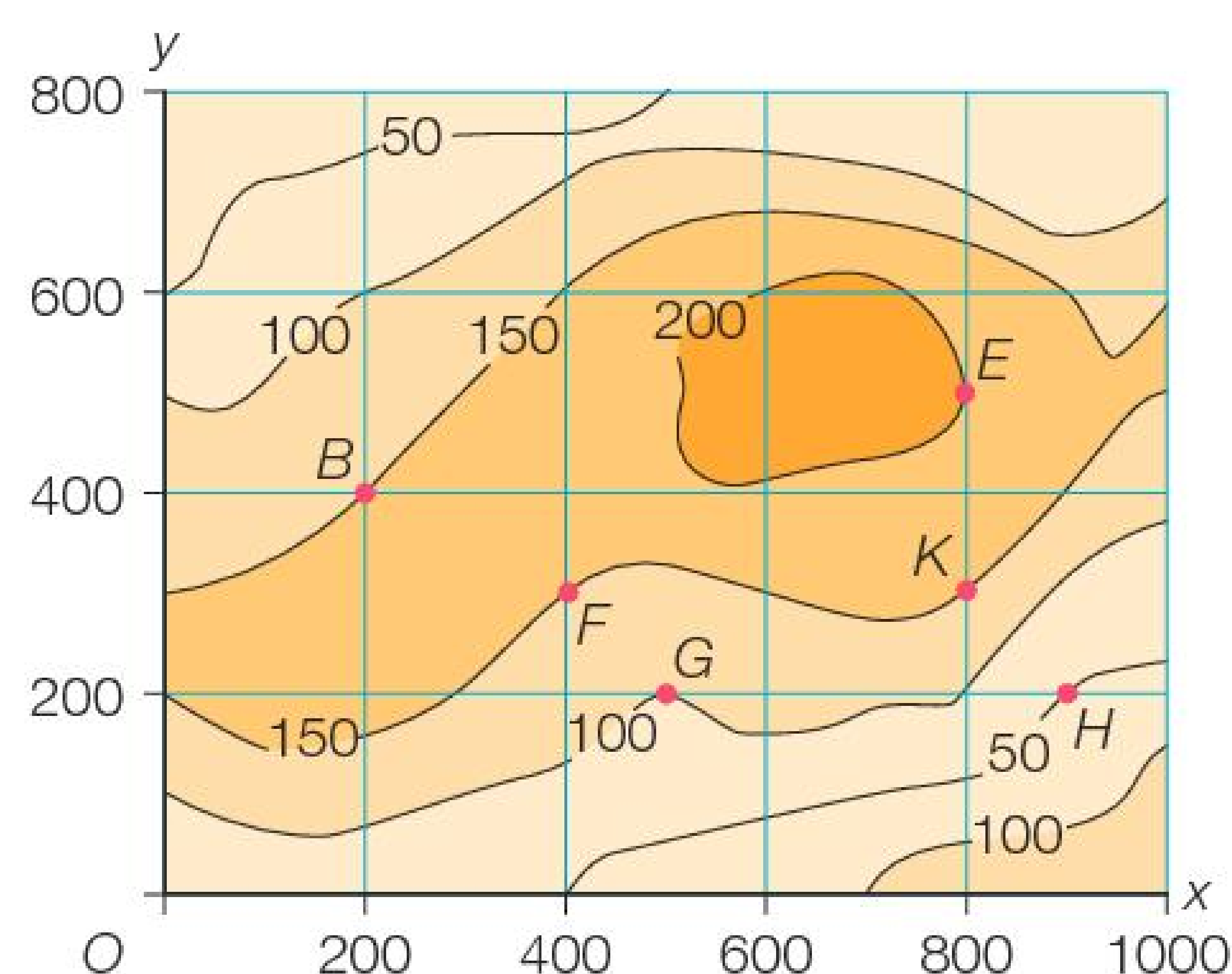




a Bij goudstuk staat (300, 200, −20). Dat betekent dat de munt verstopt ligt bij het punt (300, 200) op een diepte van 20 cm. In het assenstelsel in je werkboek is op die plaats een munt getekend. Schrijf er de diepte −20 bij.
b Geef op die manier ook de plaats van de andere vier schatten aan.
c Welke schat ligt het diepst?

Hoogtekaartje

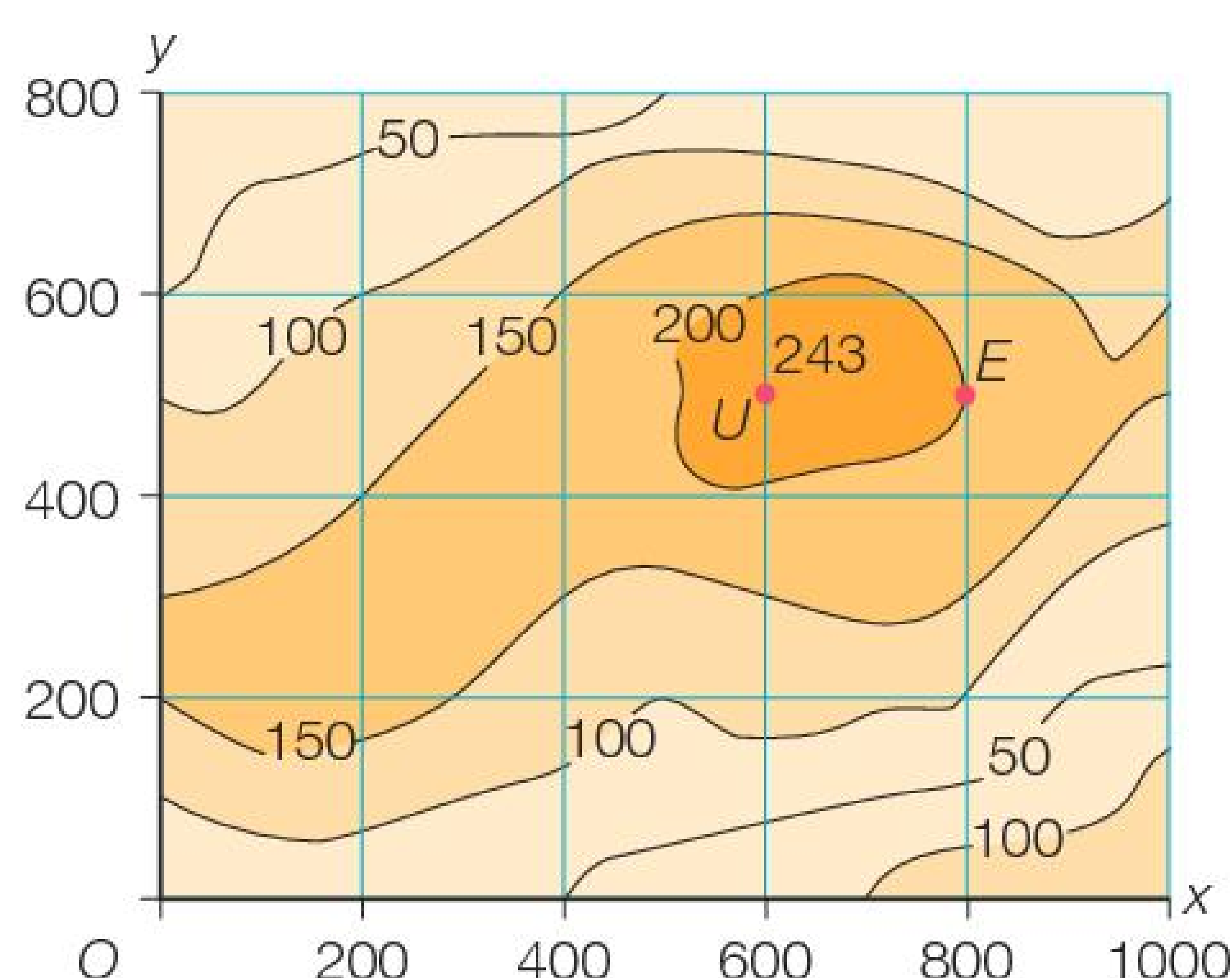
17 Hiernaast zie je een hoogtekaartje. In het kaartje is een rooster getekend. Het punt *B* ligt 150 m hoog. De coördinaten van *B* zijn dus (200, 400, 150).



a Schrijf de coördinaten van de punten *F*, *G*, *H* en *K* op.
b Van punt *Q* zijn twee coördinaten gegeven. *Q*(..., 600, 150). Je weet dus de eerste coördinaat niet. Er zijn twee punten waar *Q* kan liggen. Het eerste punt is (400, 600, 150).
Welk is het andere punt waar *Q* kan liggen?
Kies uit *Q*(800, 600, 150) of *Q* (900, 600, 150).
c Van punt *R* zijn twee coördinaten gegeven.
Vul de ontbrekende coördinaat in. *R*(0, ..., 50).

Echoput

18 **a** Punt *U* is het hoogste punt van het kaartje. Daar staat een uitkijktoren van 15 m hoog.
Schrijf de coördinaten op van de top van de uitkijktoren.
b In *E* is een echoput van 47 m diep.
Schrijf de coördinaten op van de bodem.



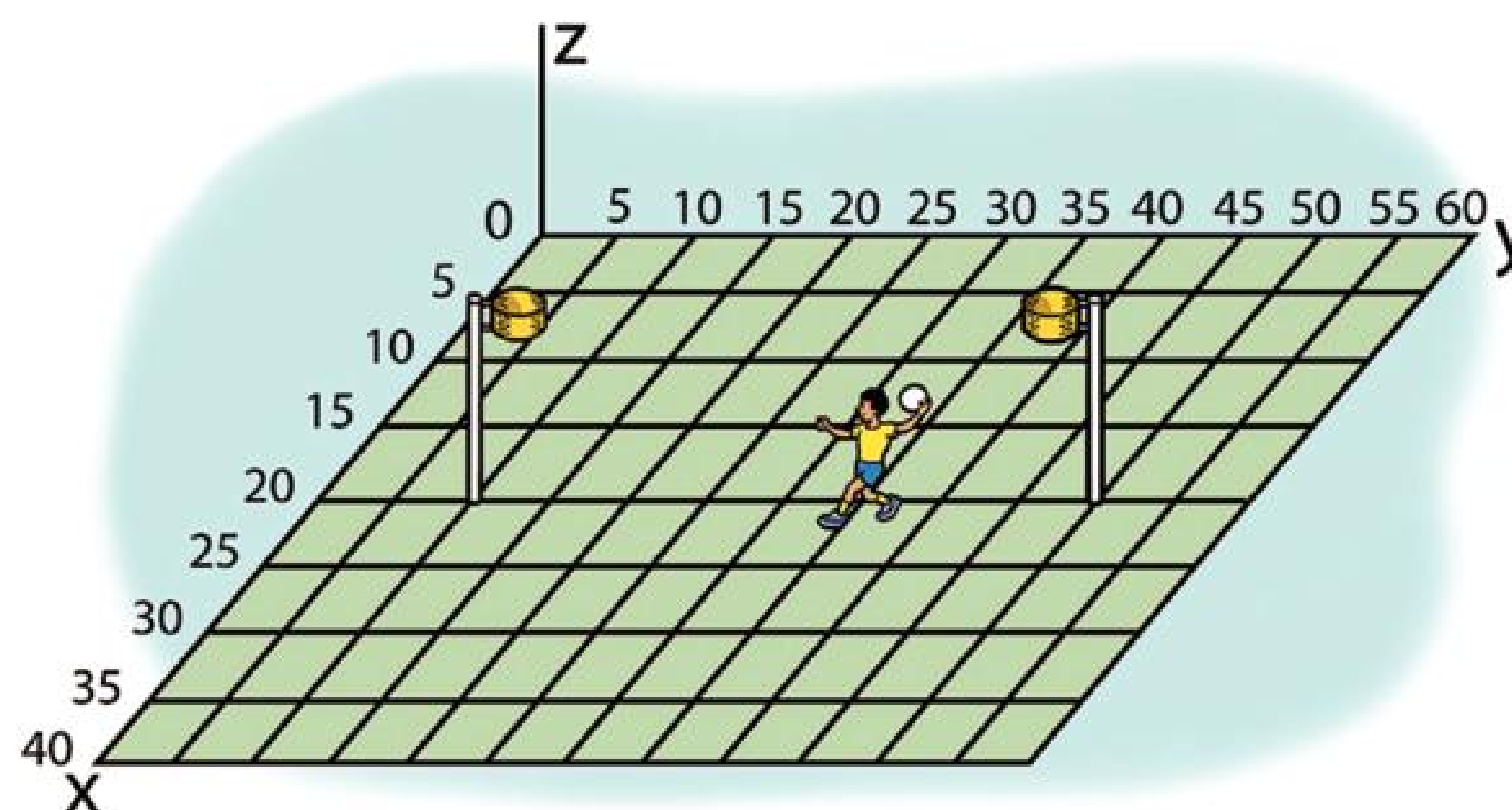


© Noordhoff Uitgevers bv

Korfbalveld


19

Over het korfbalveld is een rooster getekend. De oorsprong ligt in een hoek van het veld. De paal met de korf is 3,5 m hoog.



a Van de oorsprong naar de top van de linkerpaal is het
... meter in de *x*-richting
... meter in de *y*-richting
... meter in de *z*-richting.

b De top van de linkerpaal heeft dus de coördinaten (..., ..., ...).

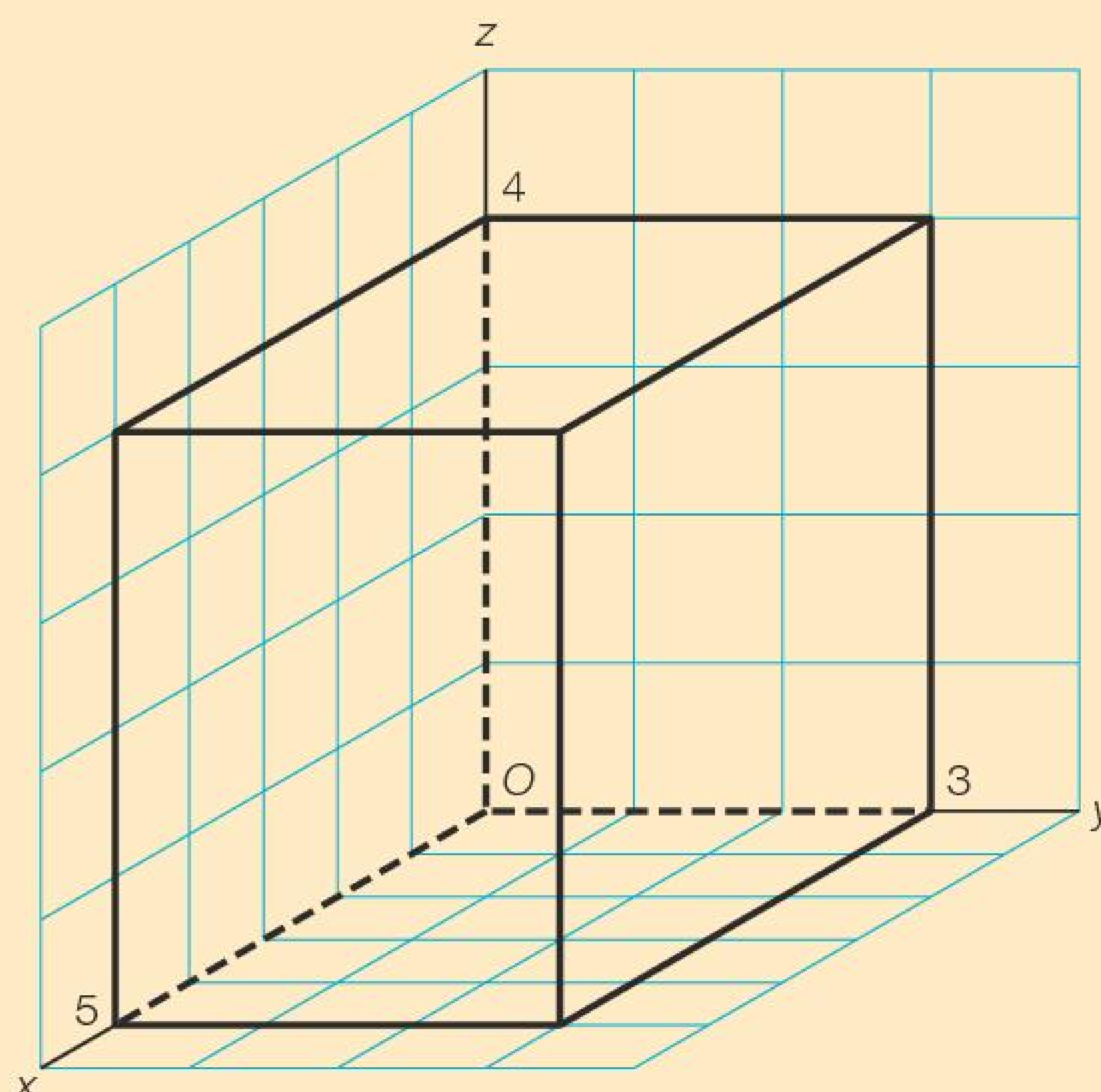

20

a Schrijf de coördinaten van de top van de rechterpaal op.

b Dorien staat precies in het midden tussen de twee palen. Zij houdt de bal vast op 2 m hoogte. Schrijf de coördinaten van de bal op.

Theorie D [VMBO-GT] Driedimensionaal assenstelsel

Ruimte heeft drie dimensies, een lengte een breedte en een hoogte. Daarom heb je in de ruimte drie assen nodig, de *x*-as, de *y*-as en de *z*-as.
Om een punt in de ruimte aan te geven gebruik je drie coördinaten, de *x*-coördinaat, de *y*-coördinaat en de *z*-coördinaat.
Een assenstelsel in de ruimte heet een **driedimensionaal assenstelsel**.

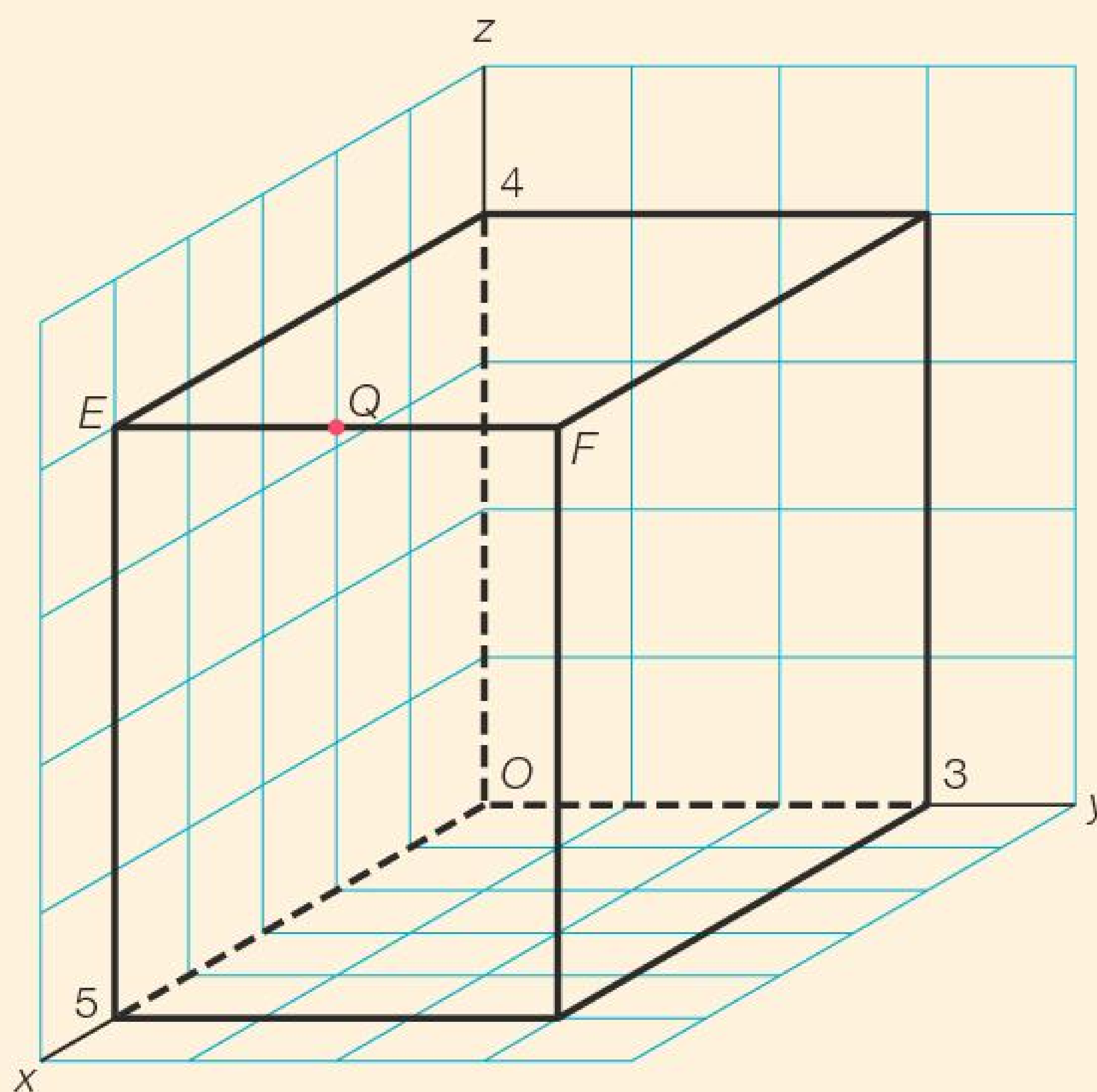


Voorbeeld Coördinaten in de ruimte

Opgave

a Welke coördinaten horen bij punt F?

b Punt Q is het midden van EF. Welke coördinaten horen bij punt Q?



Aanpak

a Voor punt F ga je vanuit de oorsprong 5 stappen in de x-richting 3 stappen in de y-richting 4 stappen in de z-richting.

b Voor punt Q ga je vanuit de oorsprong 5 stappen in de x-richting 1,5 stap in de y-richting 4 stappen in de z-richting.

Uitwerking

a De coördinaten van punt F zijn (5, 3, 4).

b De coördinaten van punt Q zijn (5; 1,5; 4)

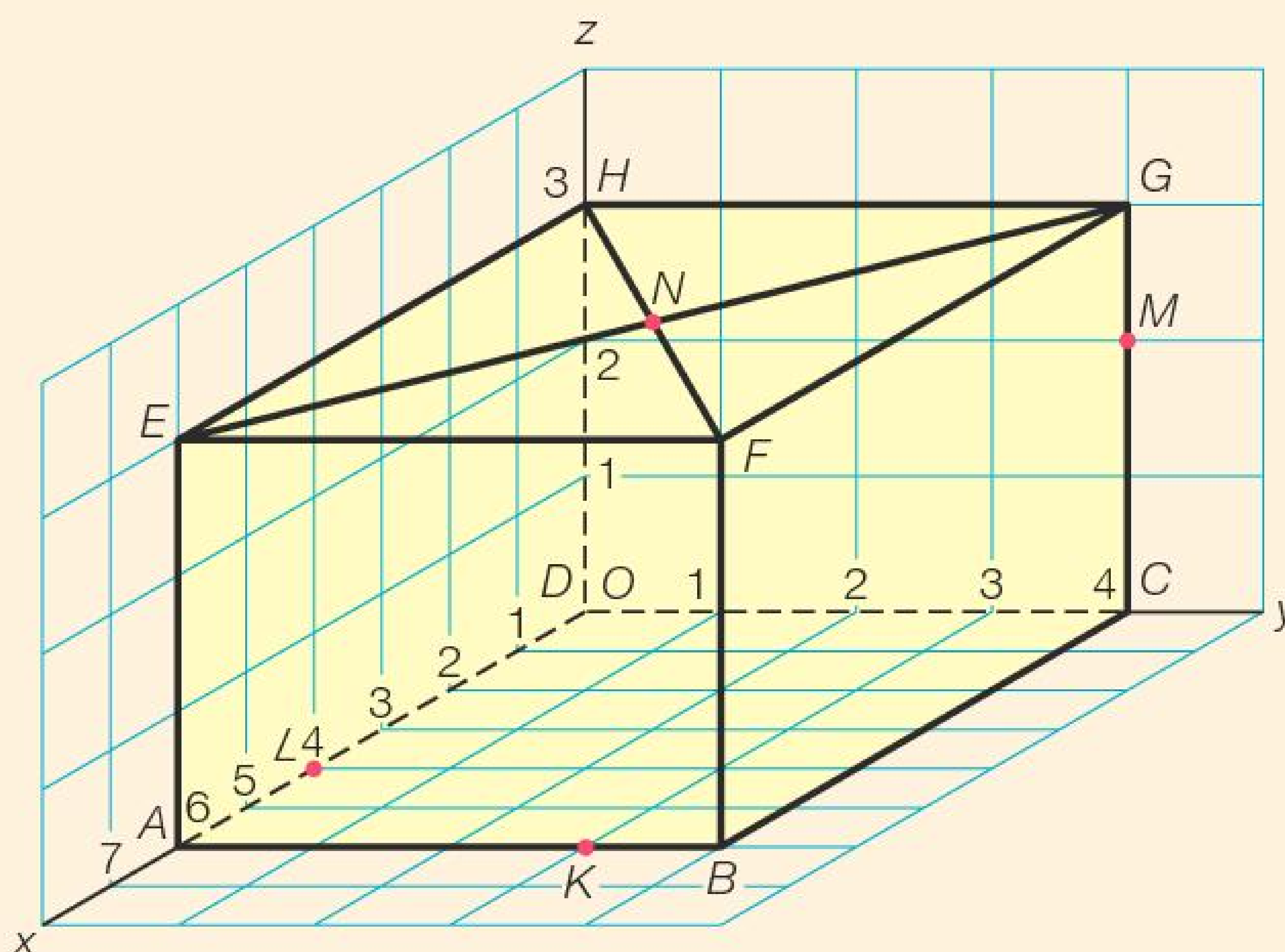
GT

Test opgave

Balk

a Schrijf de coördinaten van de punten K, L en M op.

b Punt N is het snijpunt van de diagonalen EG en FH. Schrijf de coördinaten van punt N op.



© Noordhoff Uitgevers bv

Drie dimensies

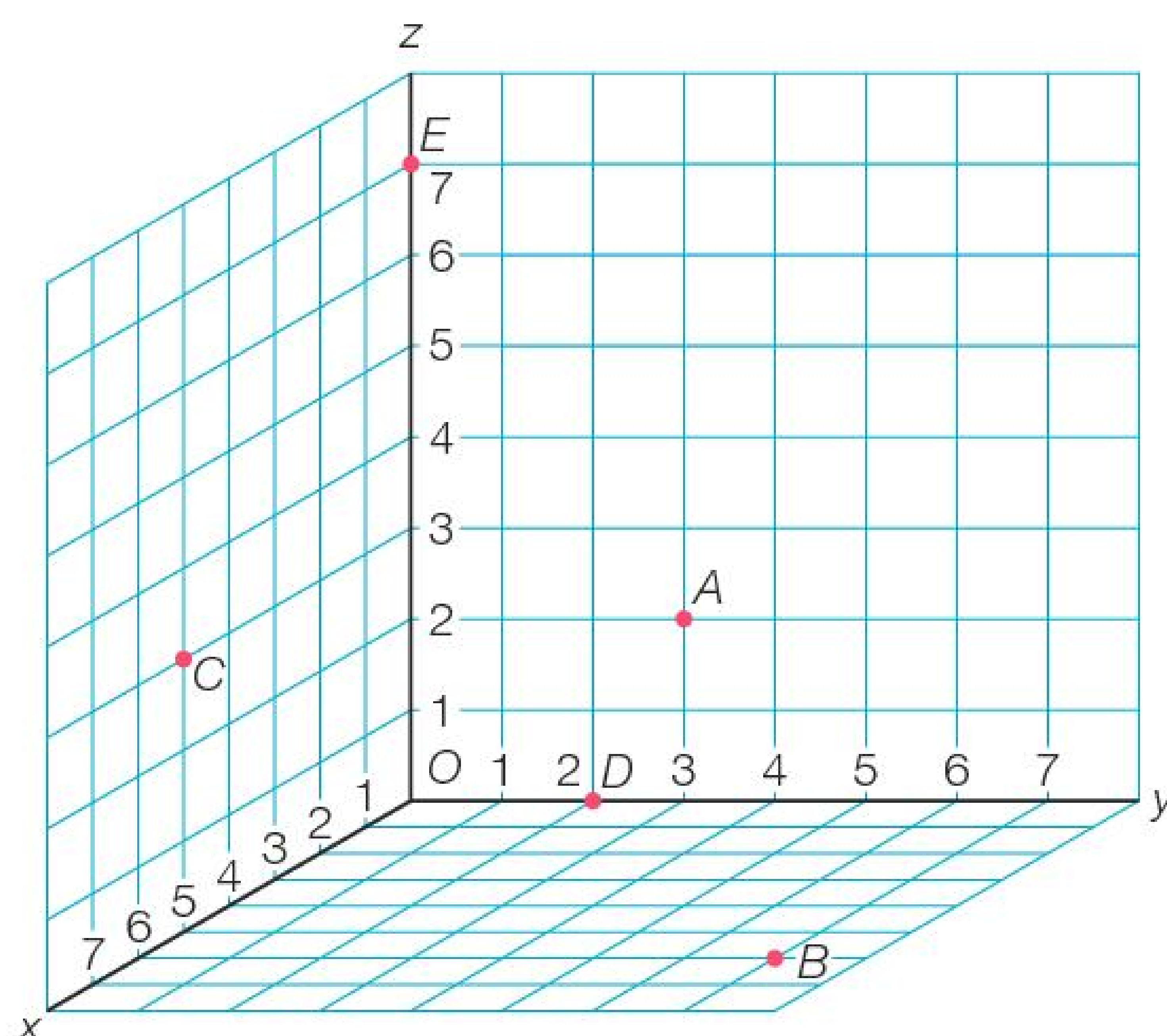


21

a In de figuur zie je drie assen.
Schrijf de namen van de assen op.

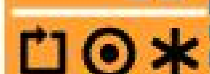
b Leg uit dat het punt A als coördinaten heeft (0, 3, 2).

c Schrijf de coördinaten van de punten B, C, D en E op.

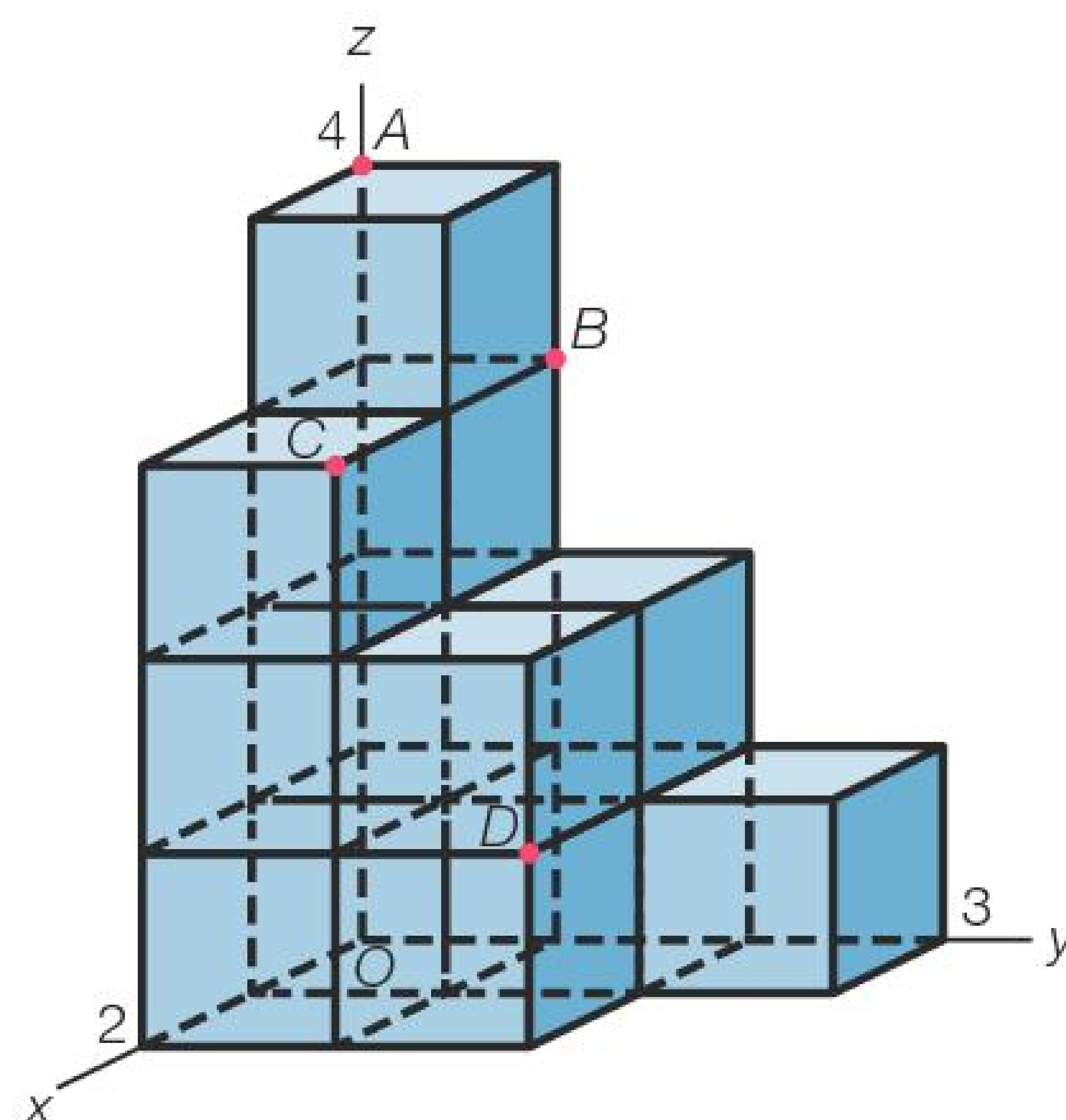


Blokkentoren

22



Vanuit O naar C is:
2 stappen in de x-richting
1 stap in de y-richting
3 stappen in de z-richting.
De coördinaten van punt C zijn dus (2, 1, 3).
Schrijf de coördinaten op van de punten A, B en D.



Balken

23



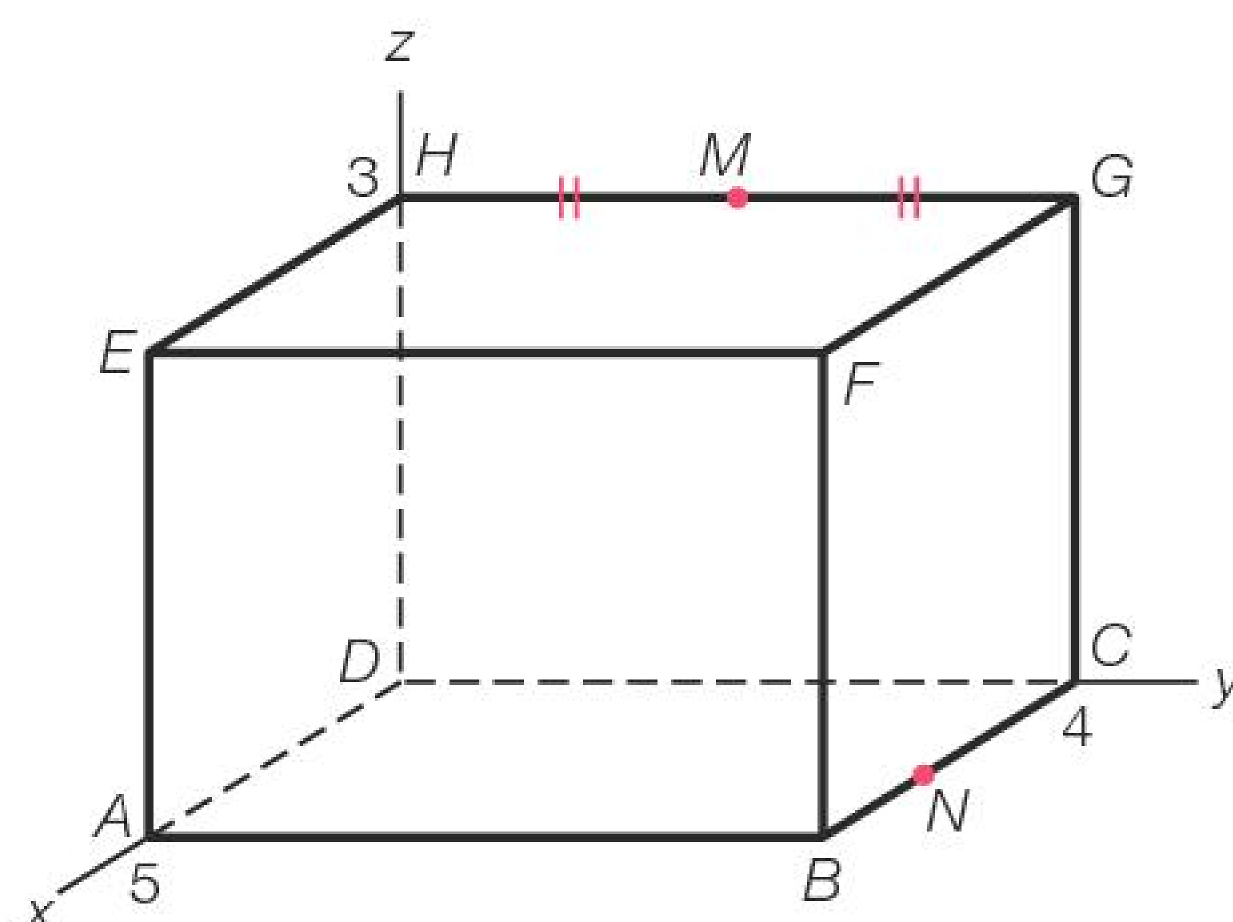
Bij hoekpunt H van de balk horen de coördinaten (0, 0, 3).

a Vul in: Voor punt A ga je vanuit de oorsprong ... in de x-richting, ... in de y-richting en ... in de z-richting.
Welke coördinaten horen bij hoekpunt A?

b Welke coördinaten horen bij hoekpunt C?

c Punt M is het midden van ribbe GH.
Welke coördinaten horen bij punt M?

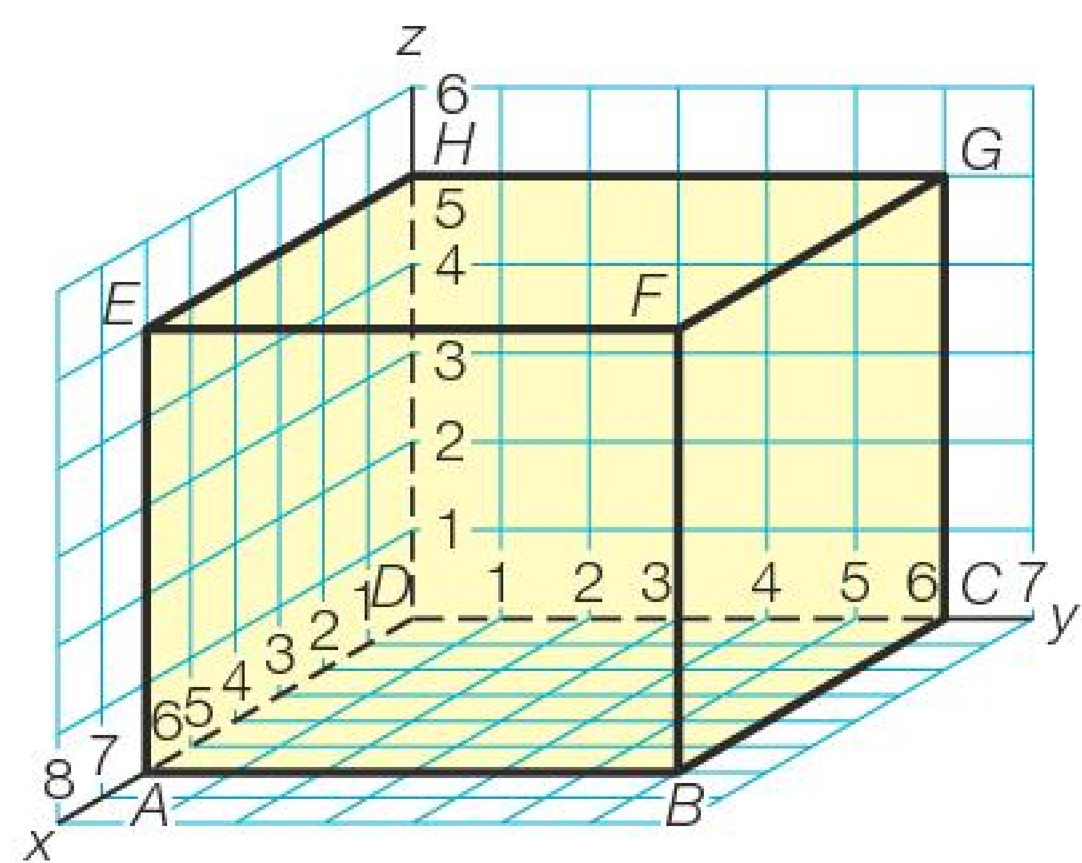
d De x-coördinaat van punt N is 4.
Schrijf de coördinaten van punt N op.



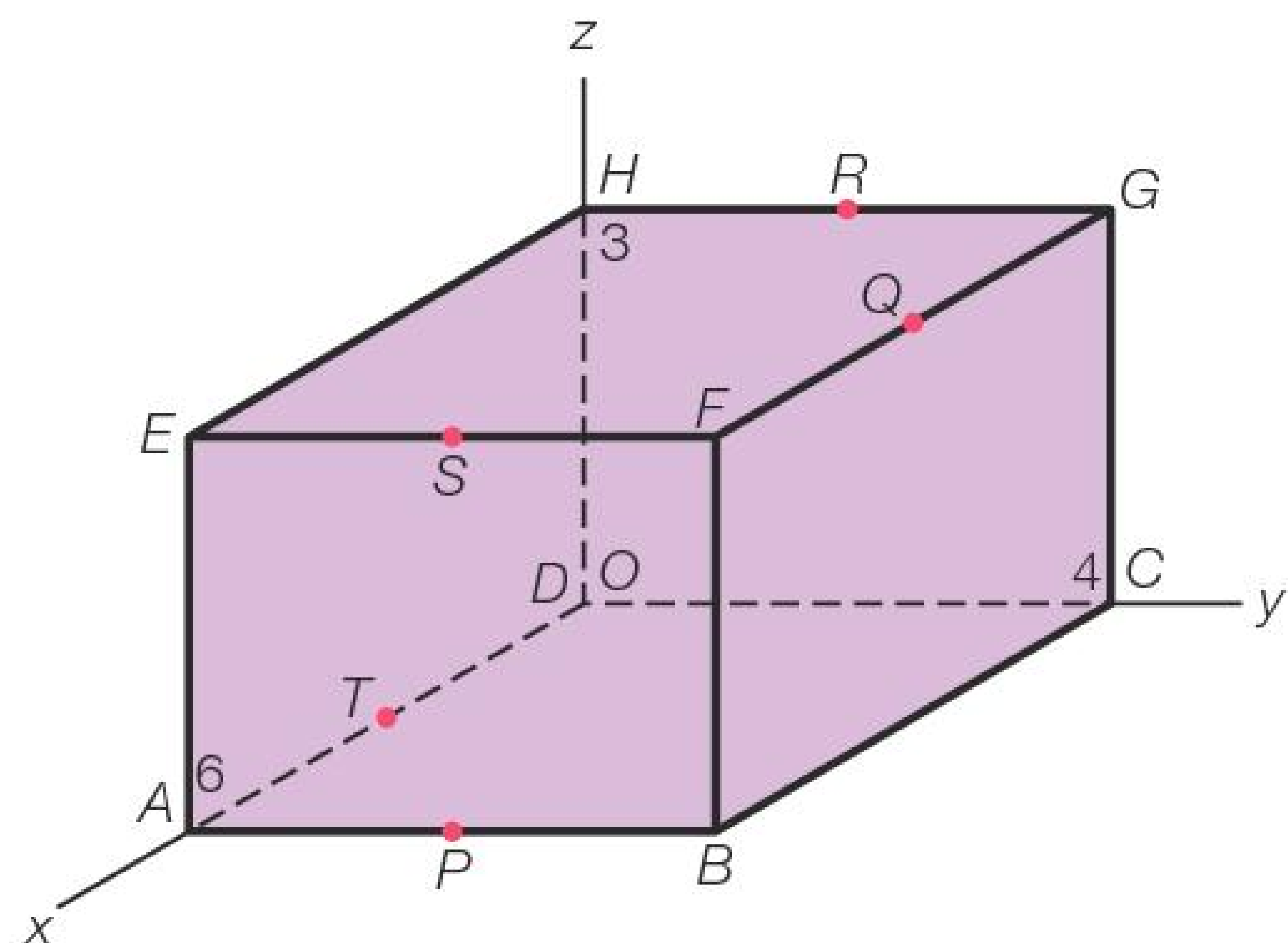
© Noordhoff Uitgevers bv

24 [▸ WERKBOEK] In het assenstelsel is een balk getekend. Punt D staat in de oorsprong. Daarom heeft D de coördinaten (0, 0, 0).

a Schrijf de coördinaten op van de andere hoekpunten van de balk.
b Teken het punt $Q(0, 6, 2)$.
c Op welke ribbe ligt Q?

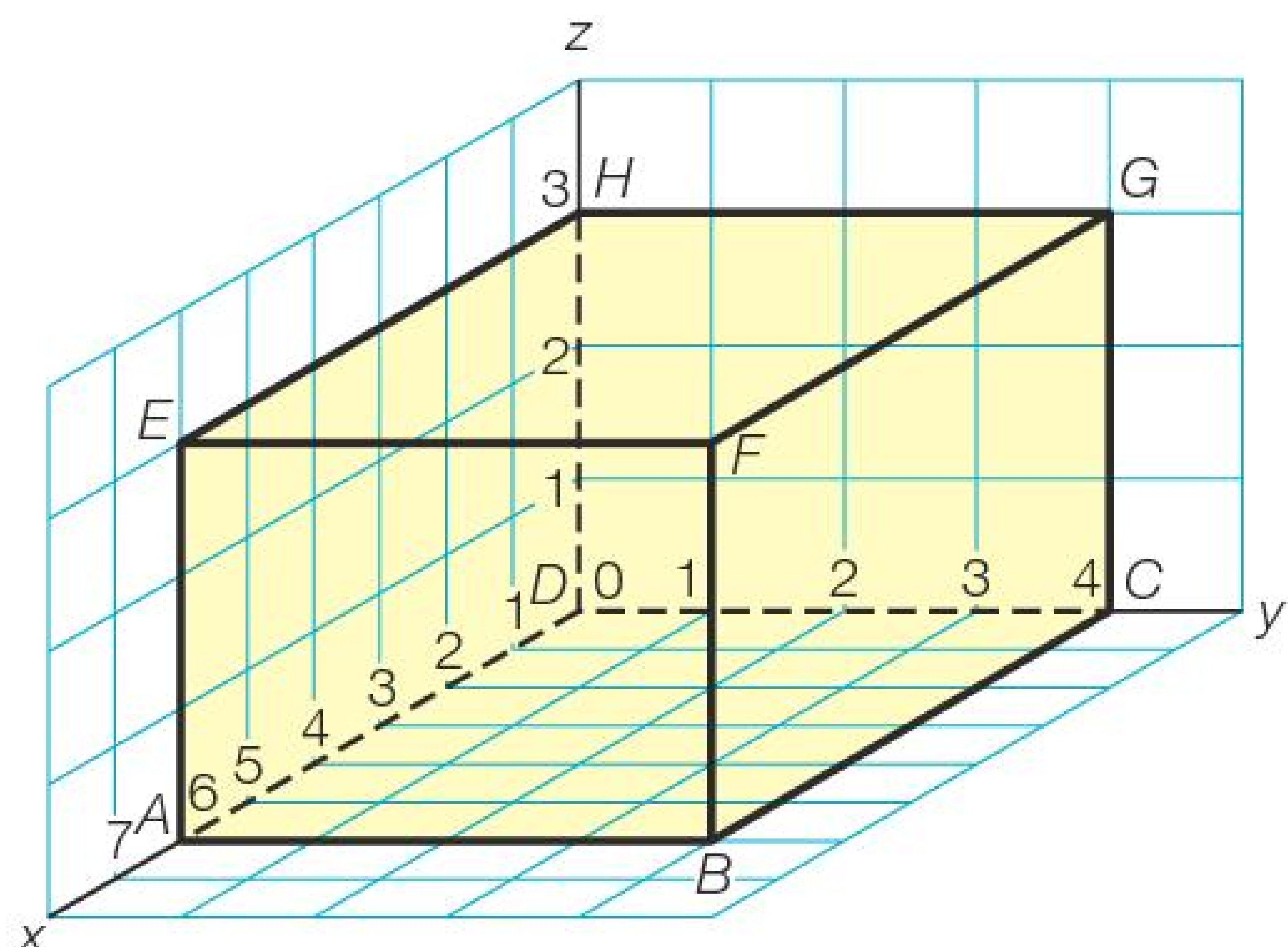


25 De punten P, Q, R, S en T zijn steeds de middens van een ribbe van de balk hiernaast.
Schrijf de coördinaten van die punten op.



26 [▸ WERKBOEK]

a Teken het punt $P(5, 0, 1)$.
b In welk vlak ligt punt P?
c In welk vlak ligt het punt $Q(3, 4, 2)$?



27 Zeg van de volgende punten of ze binnen de balk, buiten de balk, of op een van de zijvlakken van de balk liggen.

a (2, 2, 1)
b (2, 4, 1)
c (6, 2, 4)
d (0, 2, 5)

GT

Rekenbreak



Bereken. Maak eerst een schatting.
$20 \times 1{,}52$
$300 \times 2{,}84$

Woordenlijst

- coördinaten in de ruimte
- driedimensionaal assenstelsel

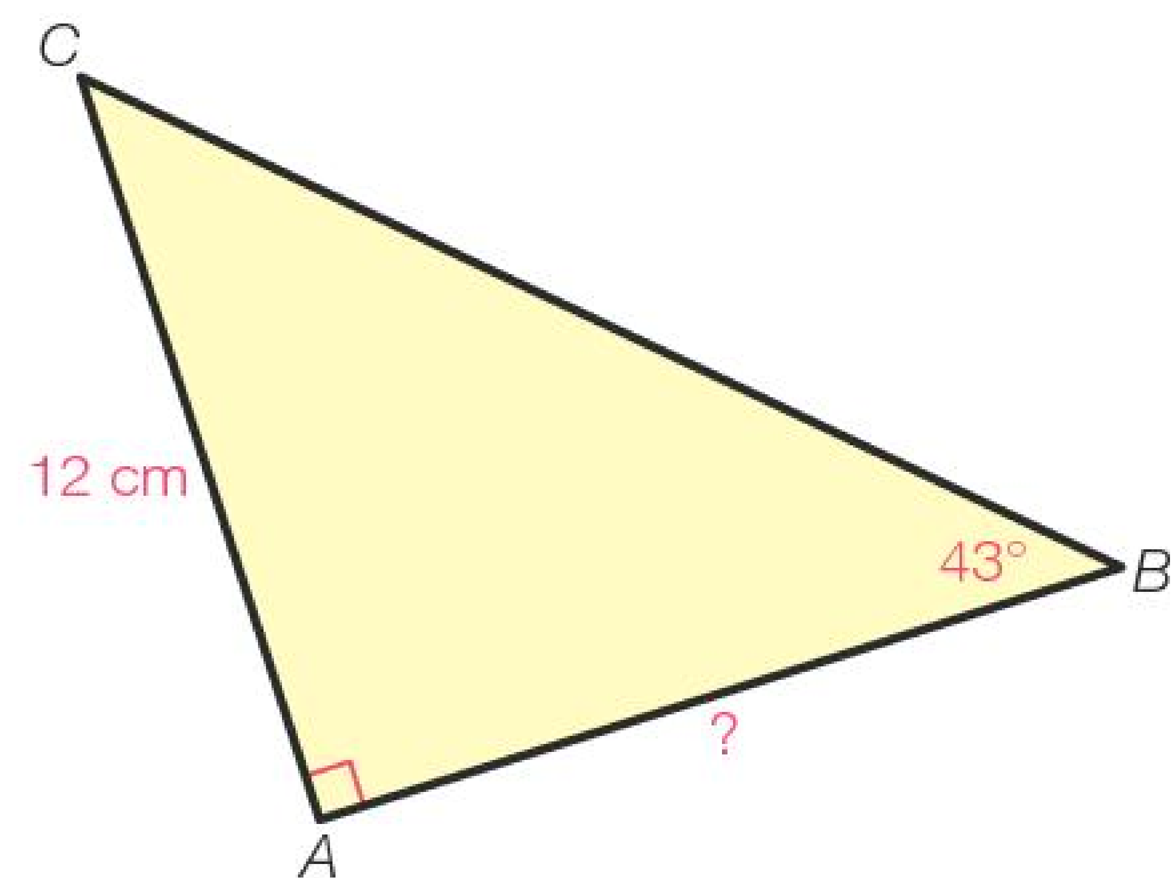
© Noordhoff Uitgevers bv

3.3 Zijden berekenen in een driehoek

Driehoek *ABC*

28

Tinka wil zijde AB berekenen.
Waarom lukt dat niet met de stelling van Pythagoras?



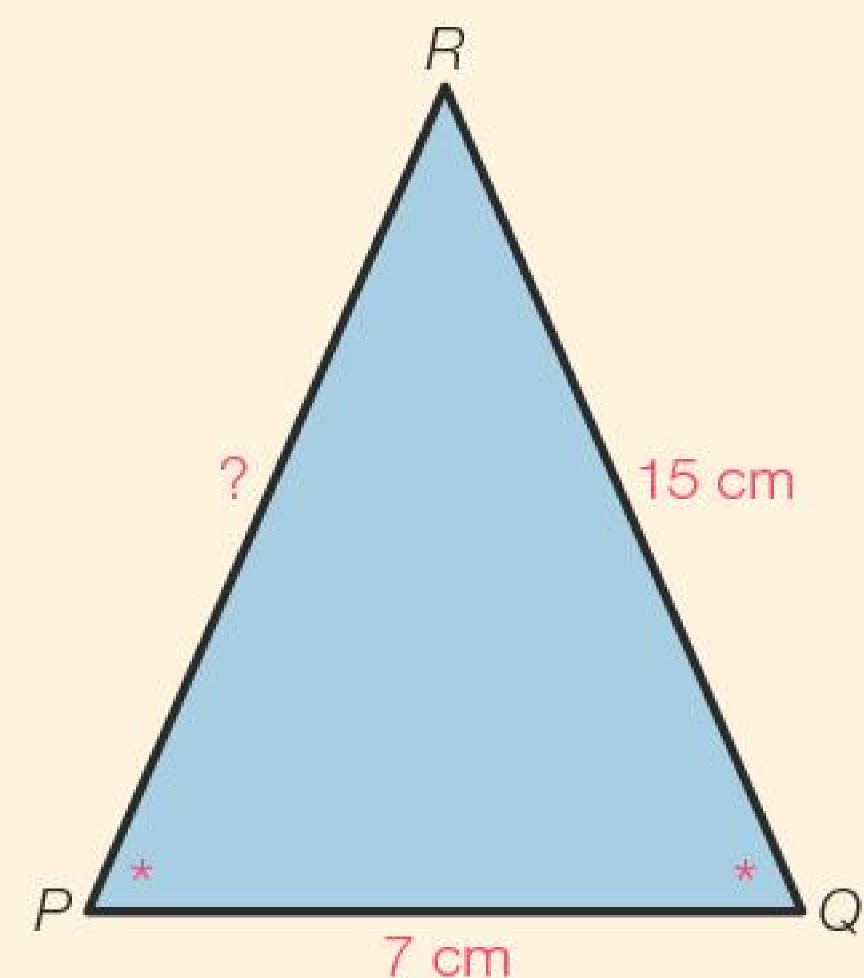
Theorie E Zijden berekenen in een driehoek

Krijg je de opdracht om in een driehoek de lengte van een zijde te berekenen, denk dan aan
symmetrie
gelijkvormigheid
de stelling van Pythagoras
goniometrie.
Welke manier je gaat gebruiken hangt af van de gegevens die je hebt.
In deze theorie zie je een voorbeeld van elk van de vier manieren.

Voorbeeld Symmetrie

Opgave
Bereken PR.

Aanpak
Aan de tekens voor gelijke hoeken zie je dat $\triangle PQR$ een gelijkbenige driehoek is, dus PR is even lang als QR.

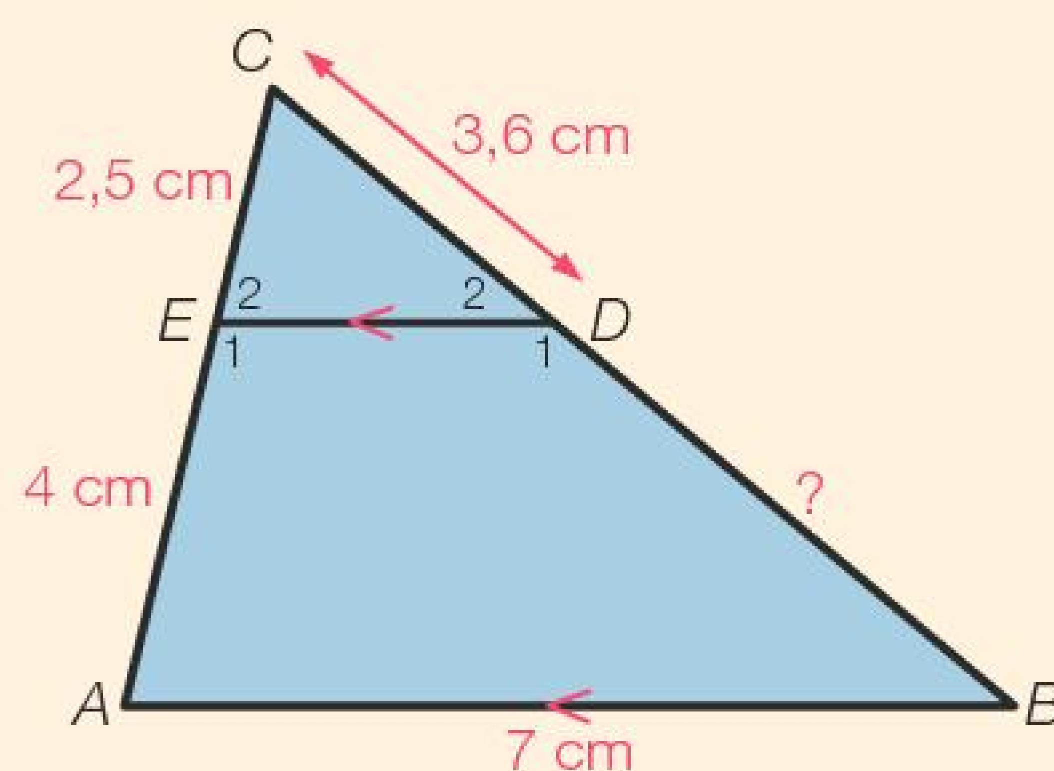


Uitwerking

$PR = PQ = 15$ cm

Voorbeeld Gelijkvormigheid

Opgave
Bereken *BD*.



Aanpak
Je kunt *BD* berekenen door eerst *BC* te berekenen. Daarna trek je de lengte van *CD* daarvan af. Voor het berekenen van *BC* kun je gelijkvormigheid gebruiken.

1 Onderzoek of de driehoeken *ABC* en *EDC* gelijkvormig zijn.
Zoek uit welke hoeken overeenkomstig zijn.

2 Schrijf de driehoeken in een verhoudingstabel met de letters in de juiste volgorde. Zet de kleinste driehoek boven.

3 Vul de zijden in. Zet de overeenkomstige zijden onder elkaar.
Vul de maten in die je weet.
Zet bij de zijde die je gaat berekenen een vraagteken.

4 Bereken de vergrotingsfactor. Gebruik daarbij de twee zijden onder elkaar waarvan je de lengtes weet.

5 Bereken de gevraagde zijde.

Uitwerking

$\angle A = \angle E_2$
$\angle B = \angle D_2$
$\angle C = \angle C$
dus $\triangle ABC \backsim \triangle EDC$

$\triangle EDC$	$ED = ?$	$DC = 3{,}6$	$EC = 2{,}5$
$\triangle ABC$	$AB = 7$	$BC = ?$	$AC = 6{,}5$

: 2,6 (omhoog) × 2,6 (omlaag)

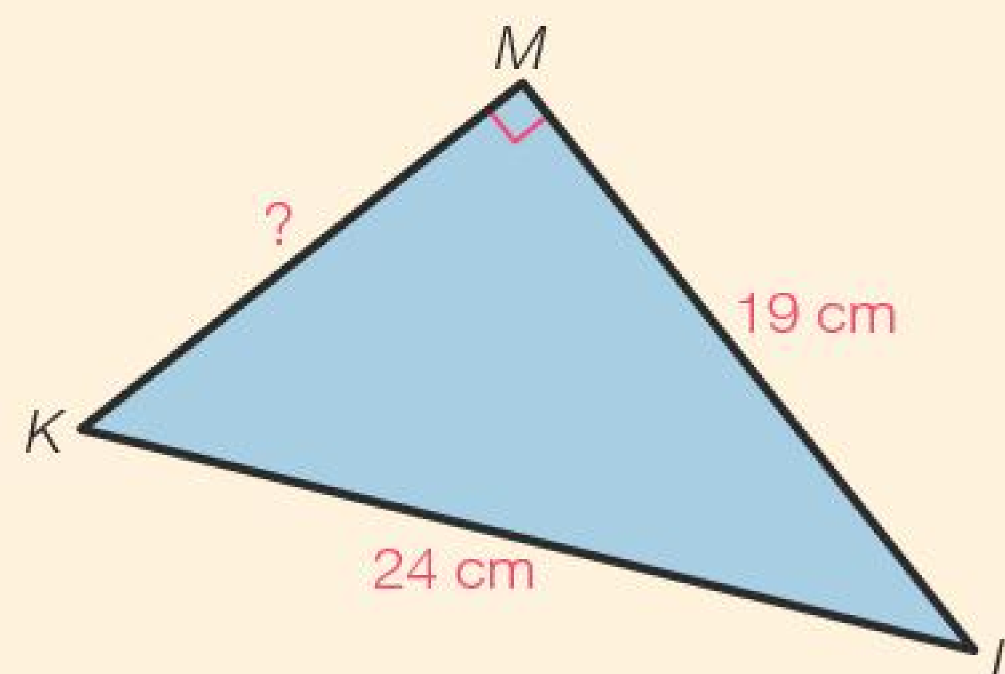
vergrotingsfactor = 6,5 : 2,5 = 2,6

$BC = 3{,}6 \times 2{,}6 = 9{,}36$ cm
$BD = 9{,}36 - 3{,}6 = 5{,}76$ cm

© Noordhoff Uitgevers bv

Voorbeeld Stelling van Pythagoras

Opgave
Bereken *KM*. Rond af op één decimaal.



Aanpak
$\triangle KLM$ is een rechthoekige driehoek. Je weet twee zijden. Je kunt de derde zijde berekenen met de stelling van Pythagoras. Maak het schema. *KM* is een rechthoekszijde.

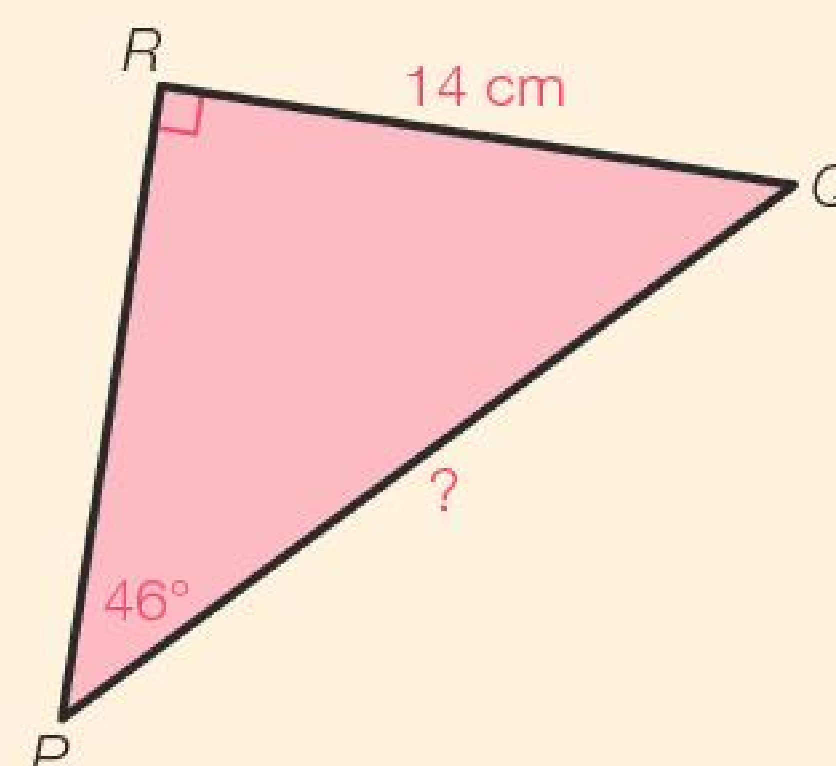
Uitwerking

$\text{rhz}^2 = 361$
? $\text{rhz}^2 = 215$ .... $576 - 361 = 215$
$\text{sz}^2 = 576$ +

$\text{sz} = \sqrt{215} = 14{,}662...$
$KM = 14{,}7$ cm

Voorbeeld Goniometrie

Opgave
Bereken *PQ*. Rond af op één decimaal.



Aanpak
$\triangle PQR$ is een rechthoekige driehoek. Je weet een zijde en een hoek. Je kunt de derde zijde berekenen met een van de goniometrische verhoudingen. Van $\angle P$ weet je de **o**verstaande rechthoekszijde. De **s**chuine zijde wordt gevraagd. Gebruik het ezelsbruggetje SOSCASTOA.

Uitwerking

$\sin 46° = \frac{14}{PQ}$
$14 : \sin 46° = 19{,}462...$
$PQ = 19{,}5$ cm

$3 = \frac{6}{\quad}$

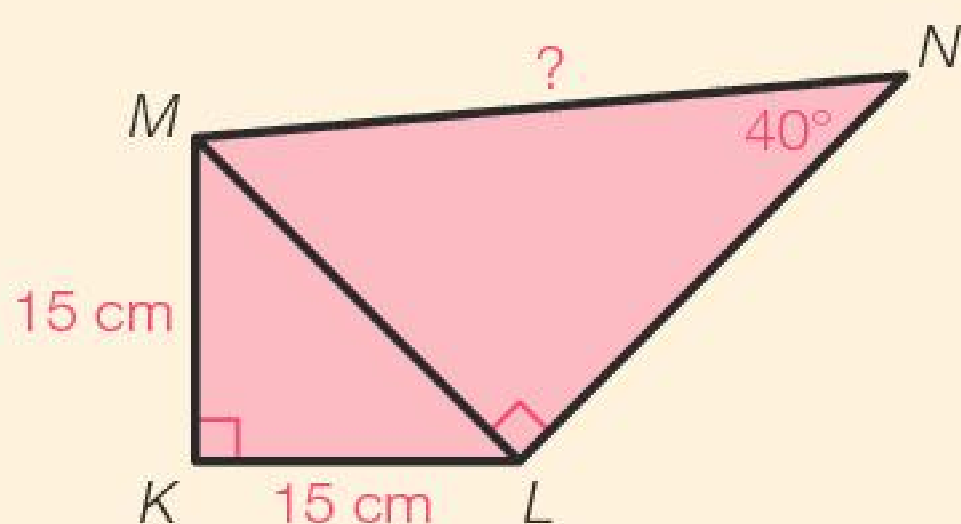
Je weet 2 niet, je doet dus 6 : 3 om 2 te vinden.

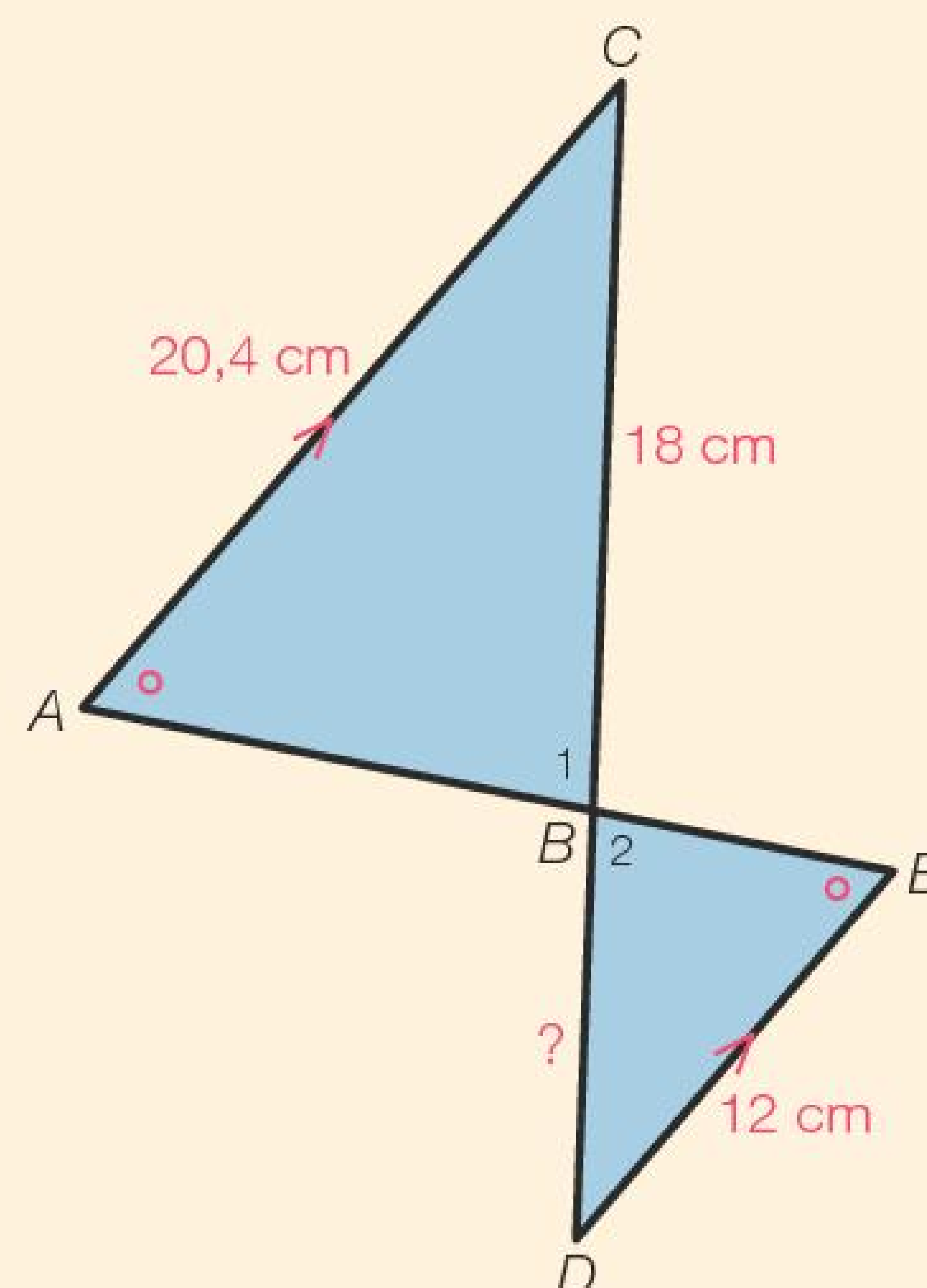
Zijden berekenen

Test opgave

a Bereken zijde *BD*. Rond af op één decimaal.

b Bereken zijde *MN*. Rond af op hele centimeters.





Twee driehoeken

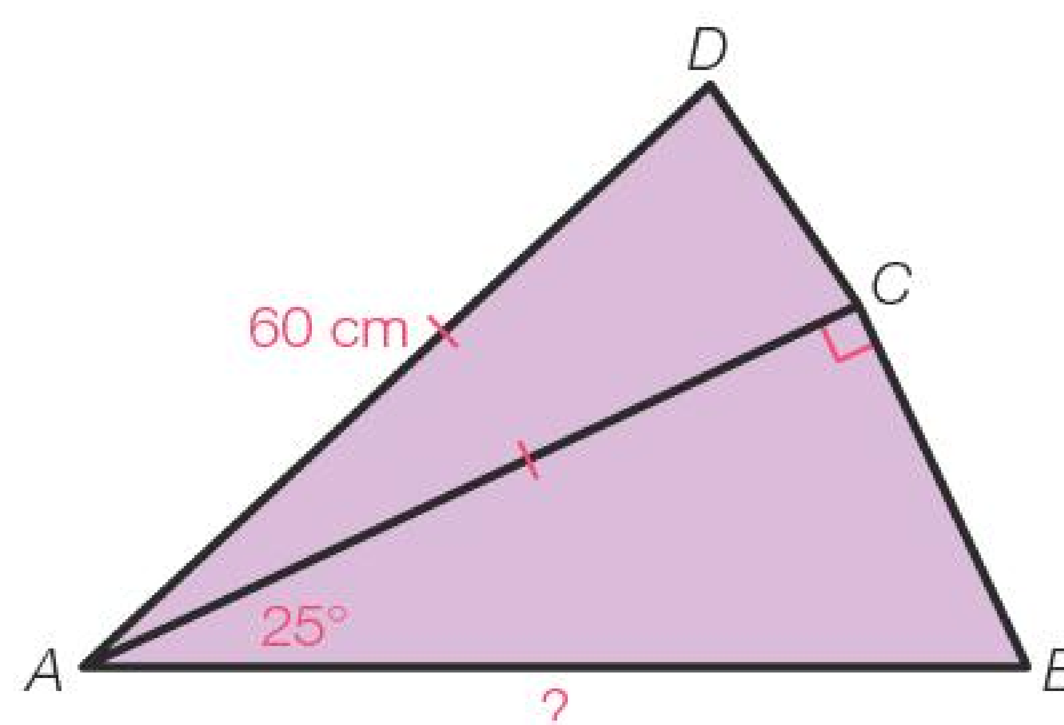
29 In de rechthoekige △*ABC* ga je zijde *AB* berekenen. Je weet ∠*A* maar geen zijde van die driehoek. *AC* is ook een zijde van △*ACD*.

a Wat voor soort driehoek is △*ACD*?

b Hoe lang is zijde *AC*?

c Nu weet je een hoek en een zijde in △*ABC*. Je kunt goniometrie gebruiken. Vul in. Kies uit: *schuine zijde*, *aanliggende rechthoekszijde* en *overstaande rechthoekszijde*.
AC is de ... van ∠*A*
AB is de ...

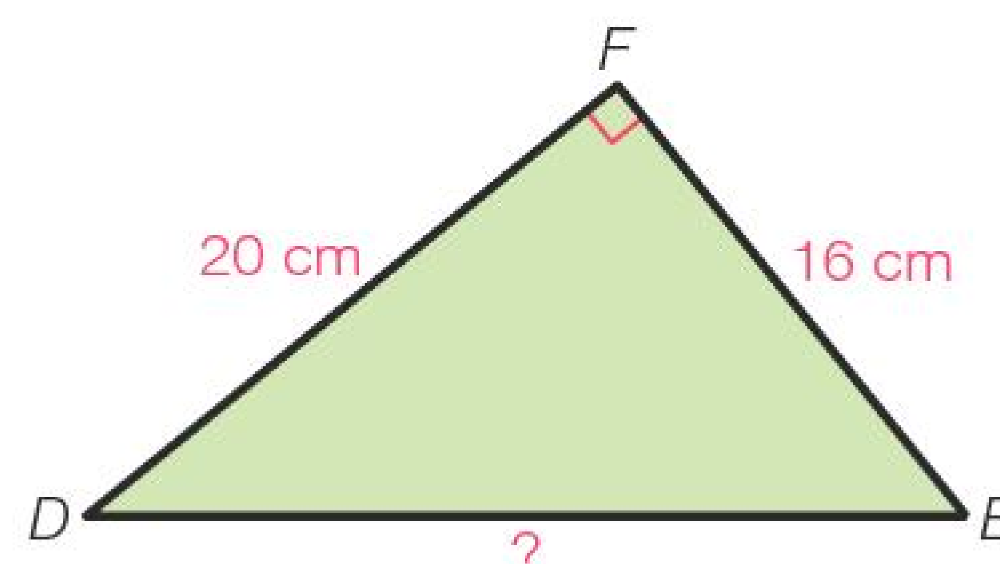
d Je kunt nu *AB* berekenen. Bereken *AB* met de cosinus.



Cosinus = $\dfrac{\text{Aanliggende rechthoekszijde}}{\text{Schuine zijde}}$

Welke manier

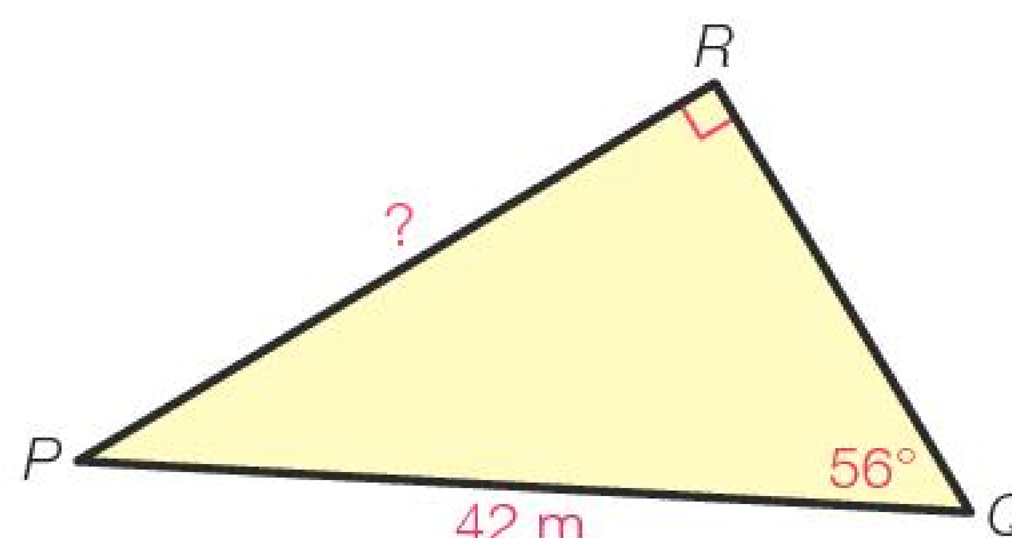
30 Je weet twee zijden van de rechthoekige driehoek *DEF*. De derde zijde kun je berekenen met de stelling van Pythagoras. Bereken zijde *DE*. Rond af op één decimaal.



31 Van de rechthoekige driehoek *PQR* weet je een zijde en een scherpe hoek.

a Welke manier gebruik je om zijde *PR* te berekenen, *Pythagoras* of *goniometrie*?

b Bereken zijde *PR*. Rond af op één decimaal.

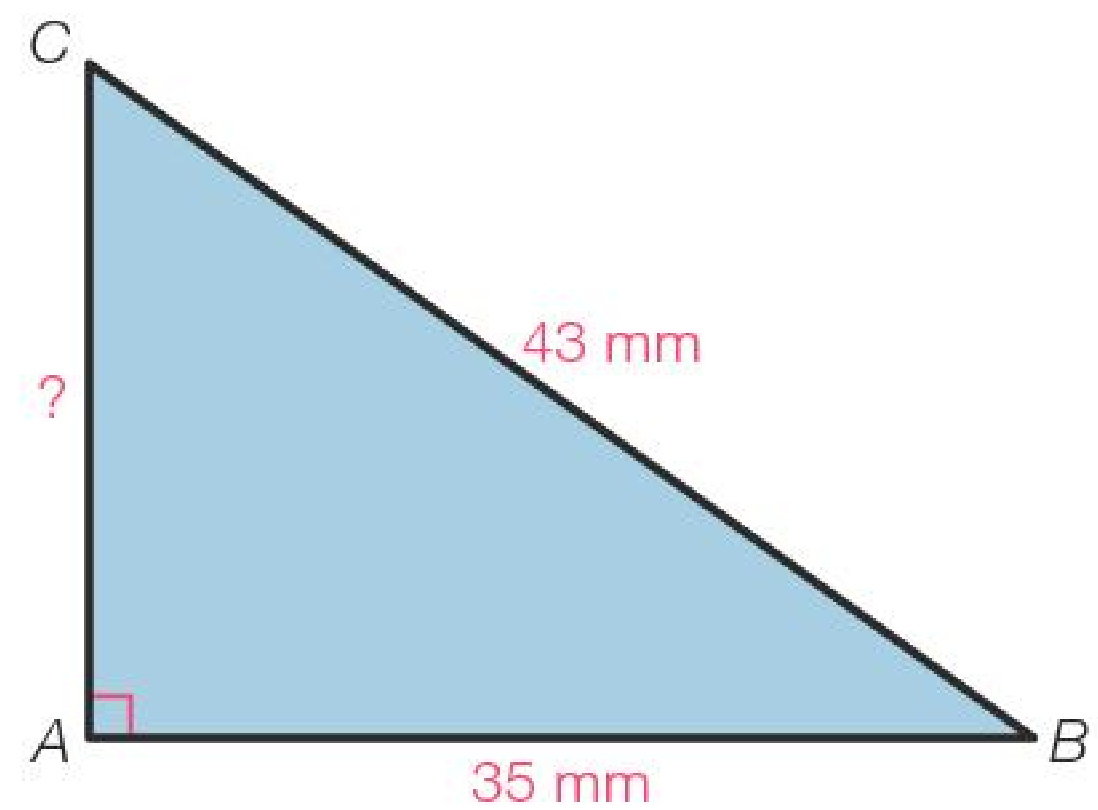


© Noordhoff Uitgevers bv

32

a Welke manier gebruik je om zijde AC te berekenen, *Pythagoras* of *goniometrie*?

b Bereken zijde AC. Rond af op één decimaal.



Gelijkvormige driehoeken

33

[▸ WERKBOEK] Bekijk de driehoeken hiernaast.

a Vul in:

$\angle A = \angle ...$ $\quad \angle B = \angle ...$ $\quad \angle C_1 = \angle ...$

Dus $\triangle ABC \backsim \triangle ...$

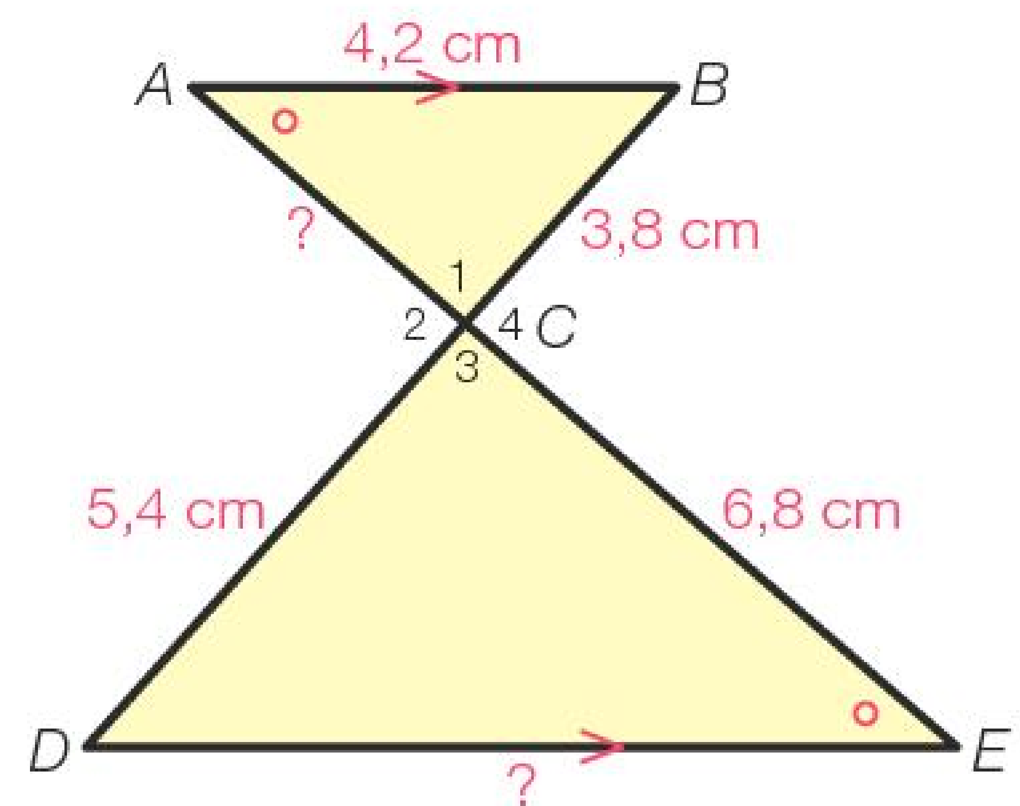
b Vul de tabel in het werkboek verder in.

$\triangle ABC$	$AB = ...$	$BC = ...$	$AC = ...$
...			

: ... × ...

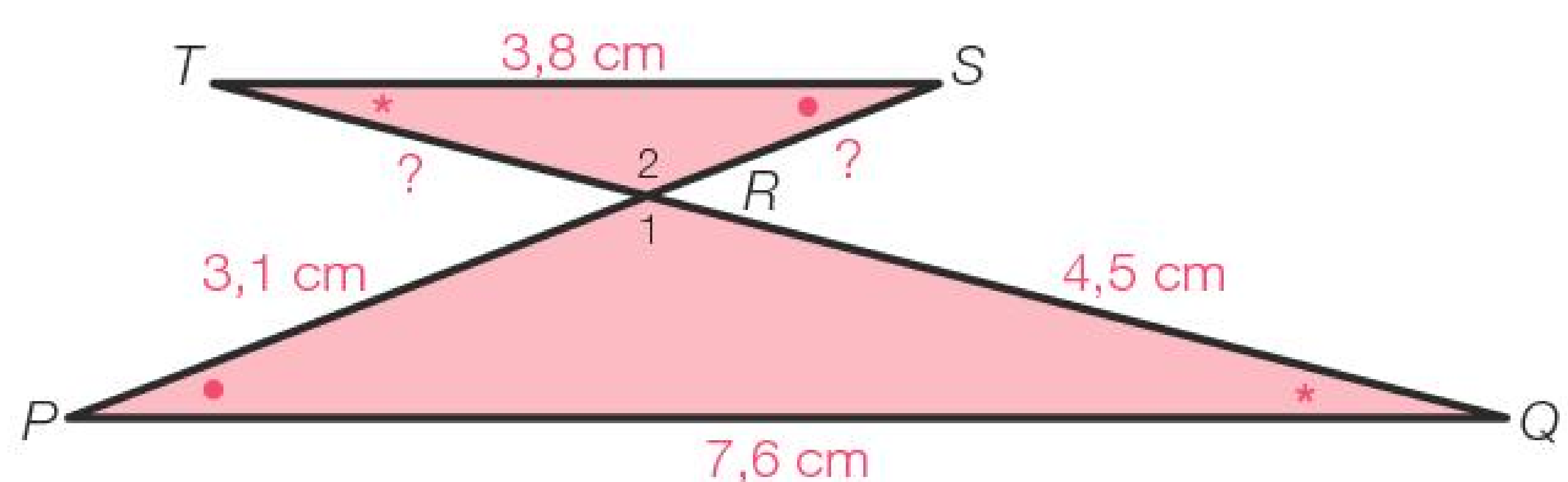
c Bereken de vergrotingsfactor. Rond af op één decimaal.

d Bereken de lengte van de zijden DE en AC. Rond af op één decimaal.



34

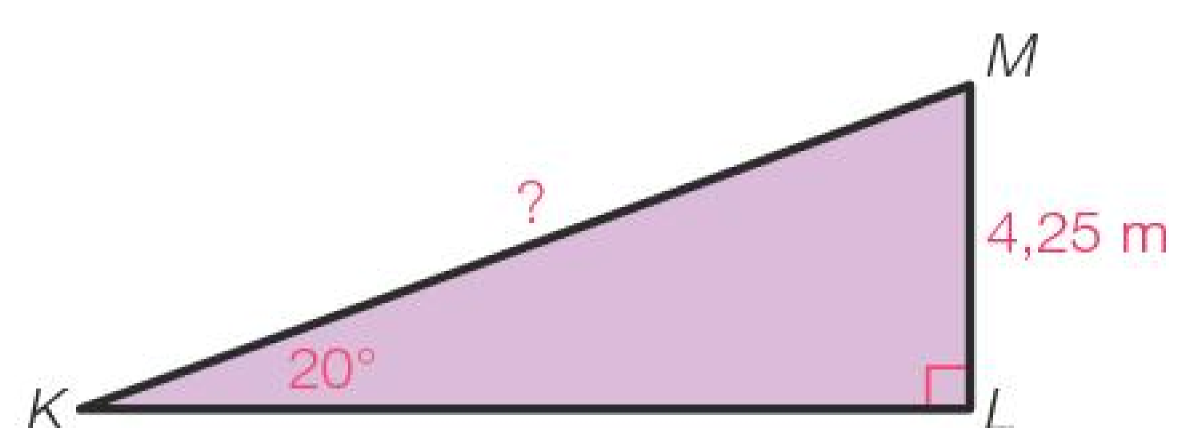
Bereken de zijden RT en RS. Rond af op één decimaal.



Zijde berekenen

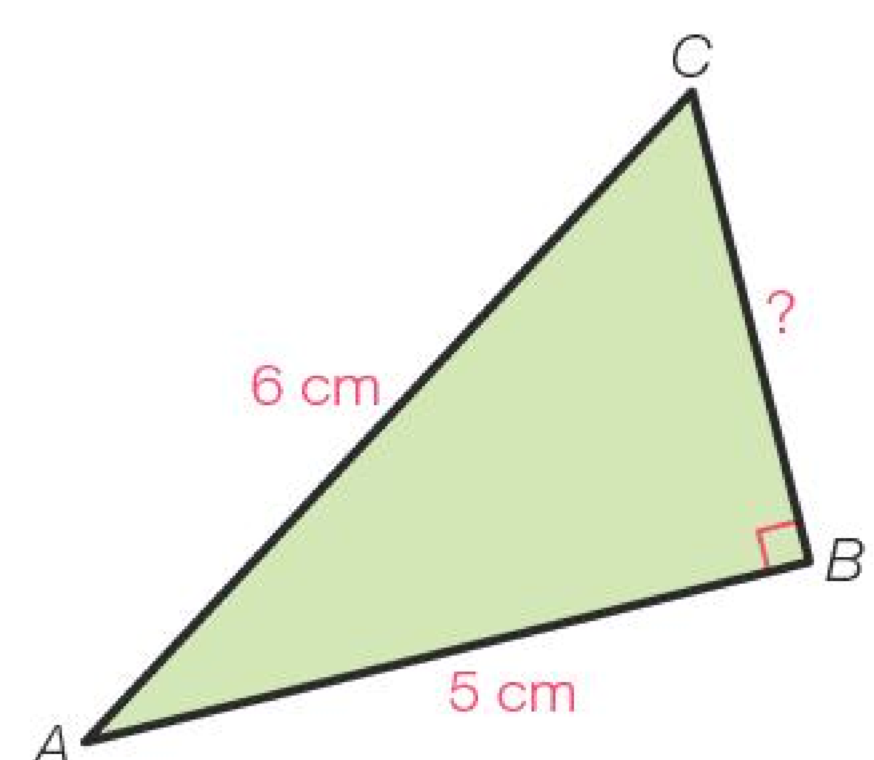
35

Bereken in $\triangle KLM$ de zijde KM. Rond af op twee decimalen.



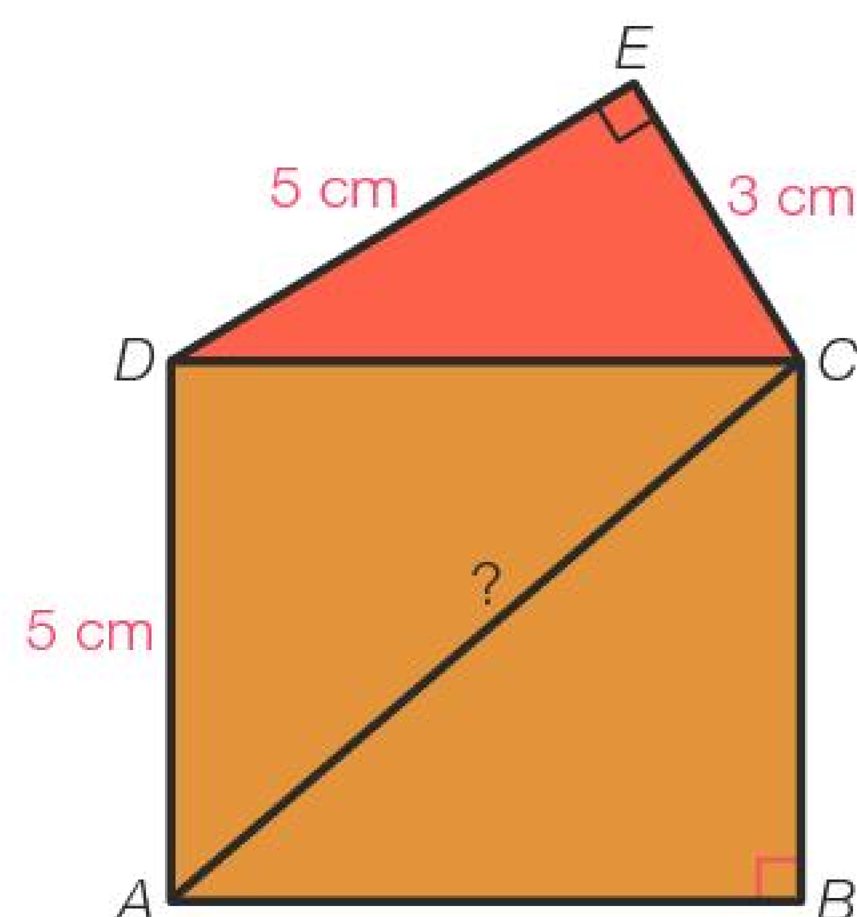
36

Bereken zijde BC. Rond af op één decimaal.

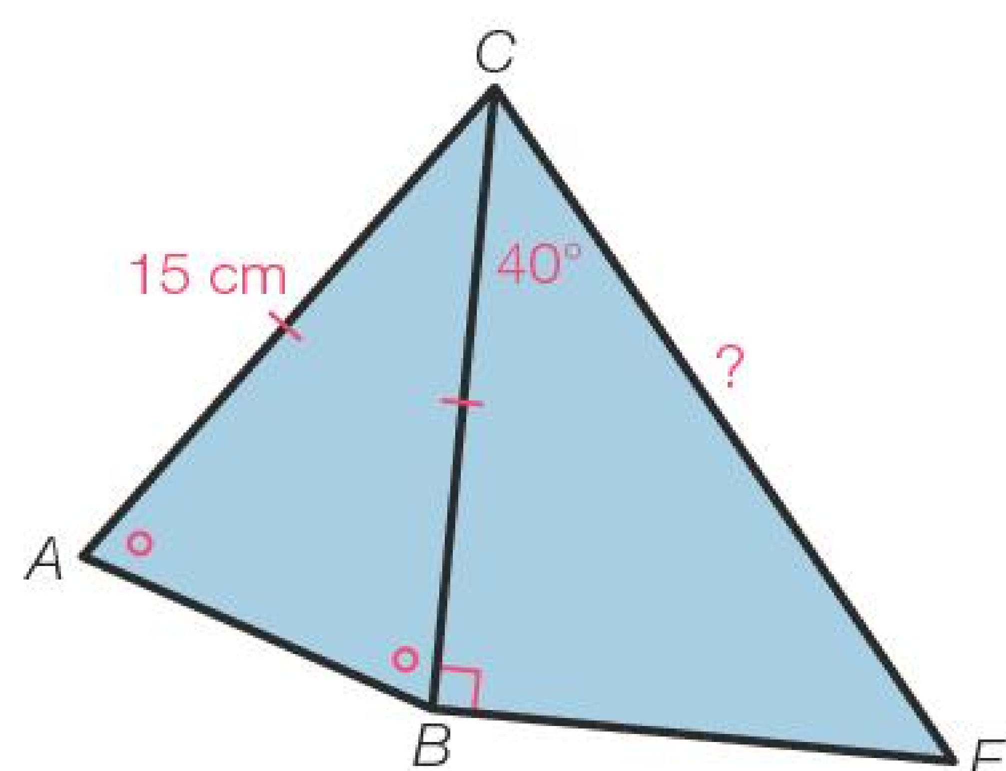


© Noordhoff Uitgevers bv

37 Bereken AC. Rond af op één decimaal.

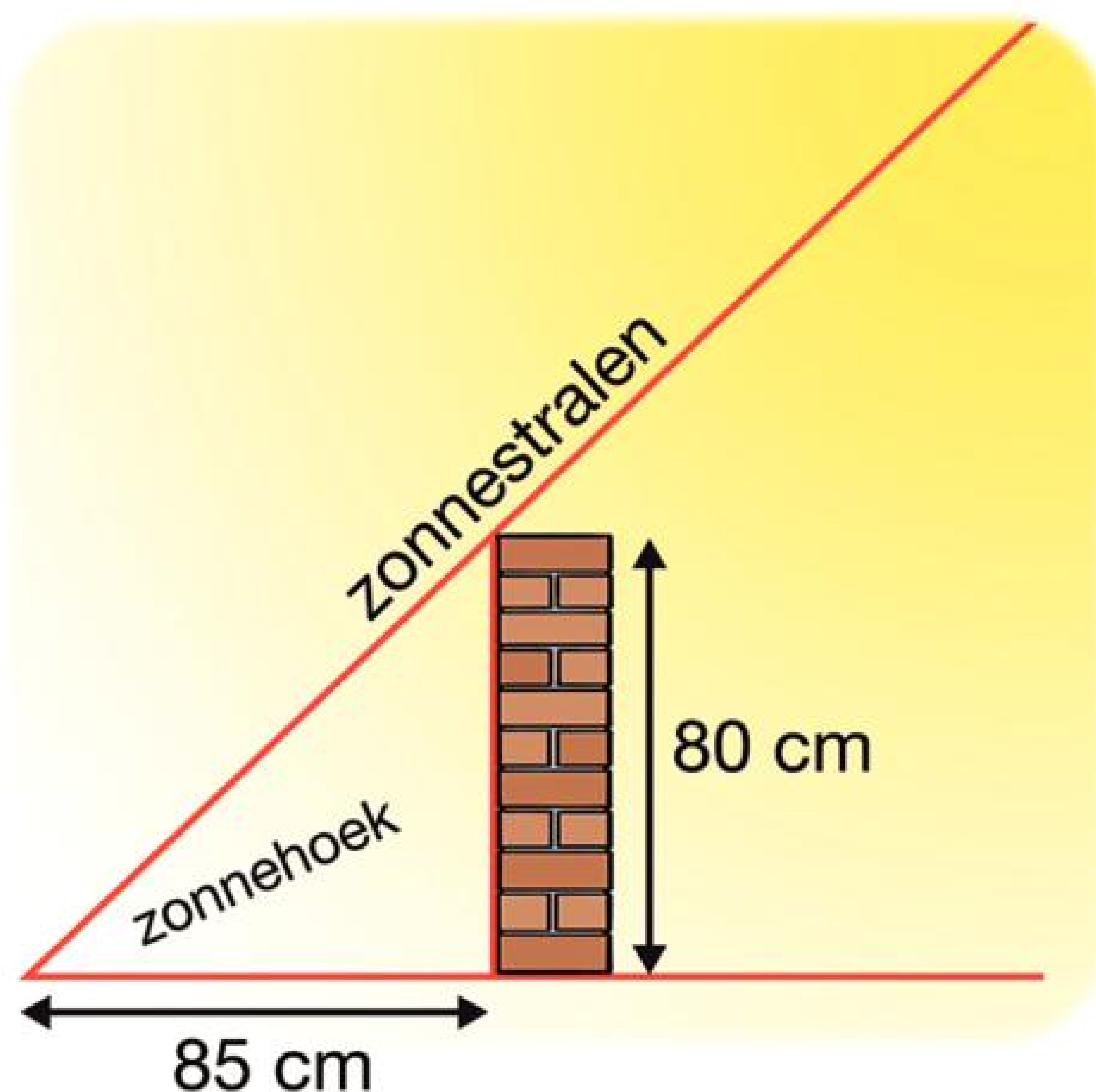


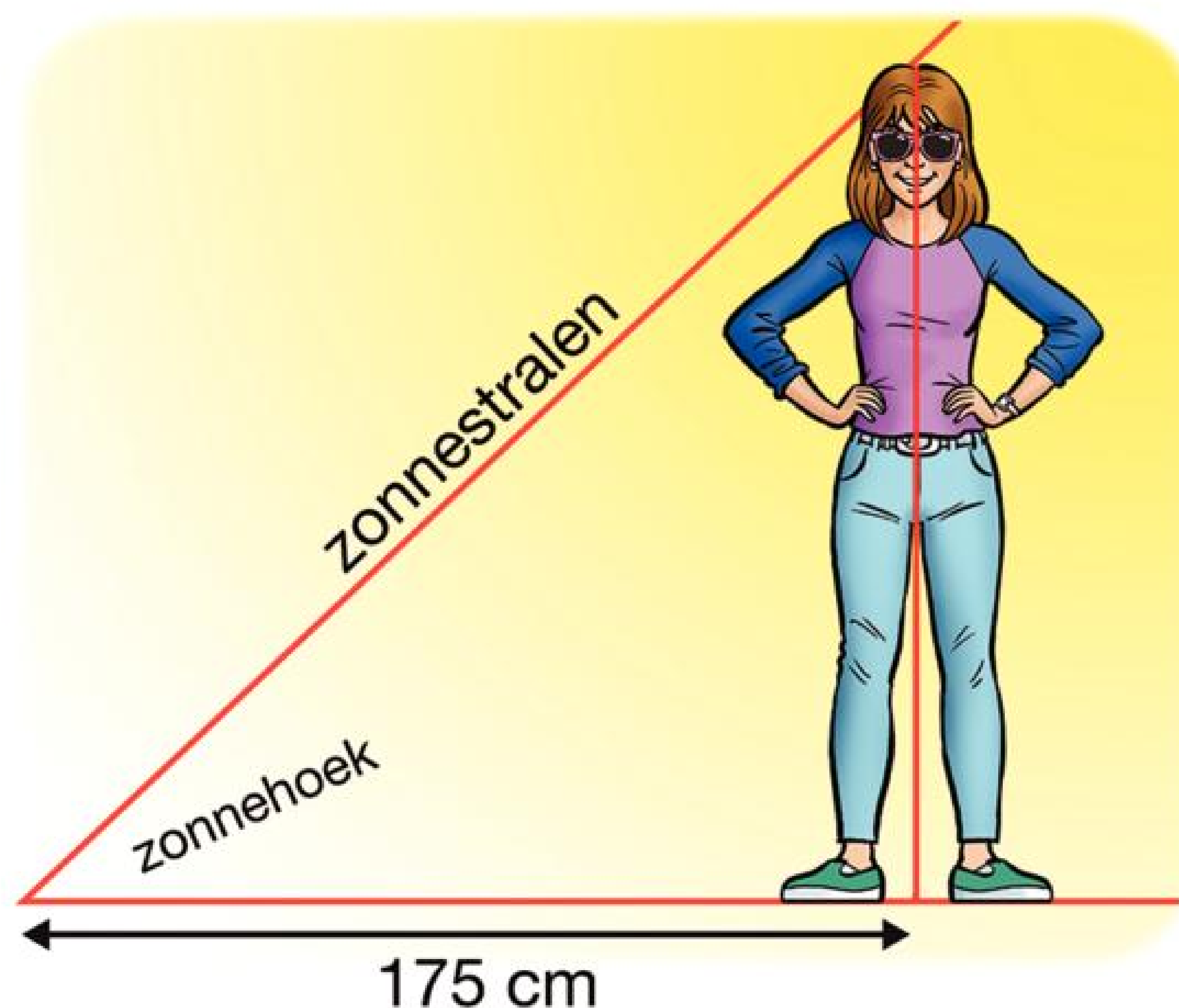
38 Bereken CE van de blauwe figuur. Rond af op één decimaal.



Schaduw

39 De hoek die zonnestralen met de aarde maken noemen we de zonnehoek.
Het muurtje, de schaduw van het muurtje en de zonnestralen vormen een driehoek. Zo'n driehoek zie je ook bij het meisje en haar schaduw.





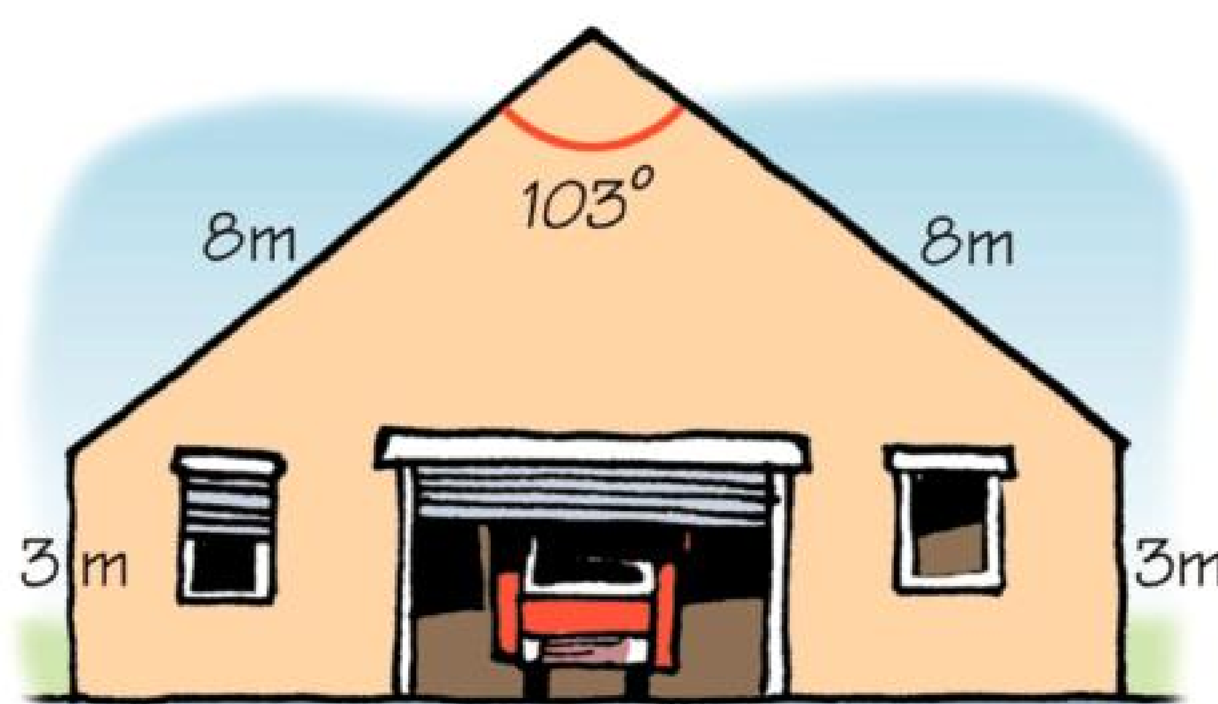
Bereken de lengte van het meisje. Rond af op hele centimeters.

Schuur

40 Hiernaast zie je het vooraanzicht van een schuur.

a Bereken de breedte van de schuur in meters. Rond af op twee decimalen.

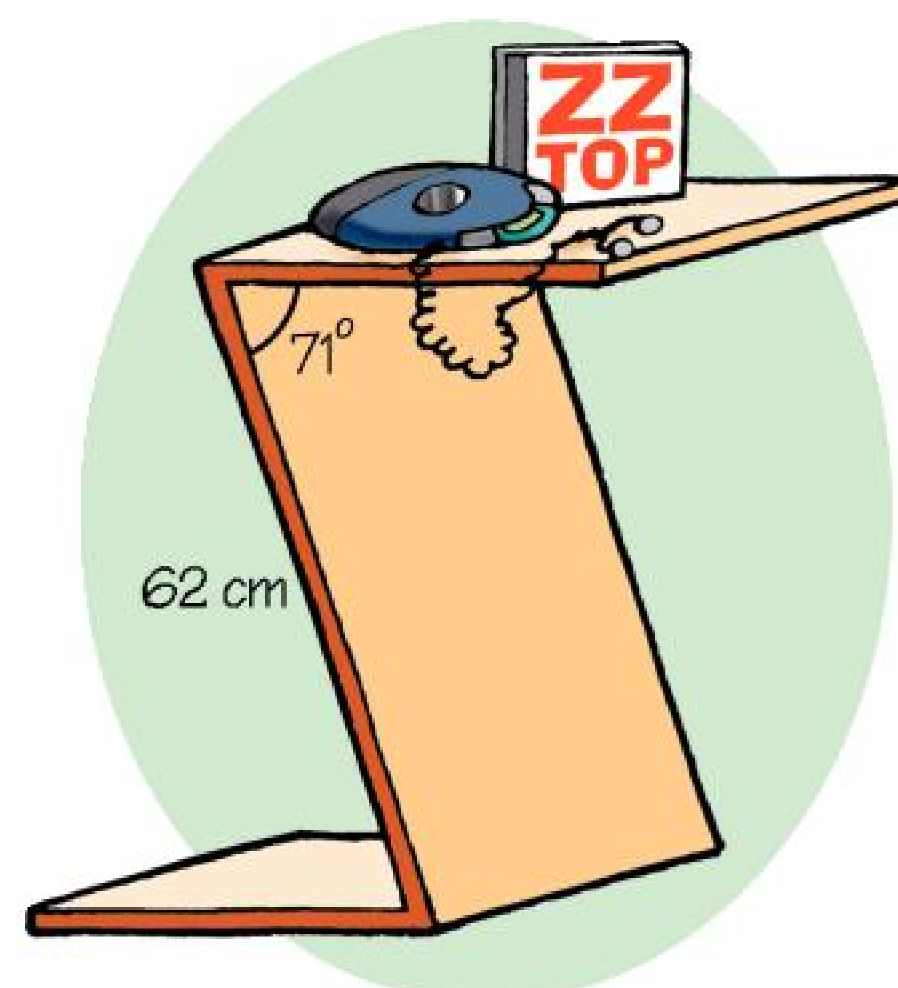
b Bereken de hoogte van de schuur in meters. Rond af op twee decimalen.



 © Noordhoff Uitgevers bv

Bijzettafel

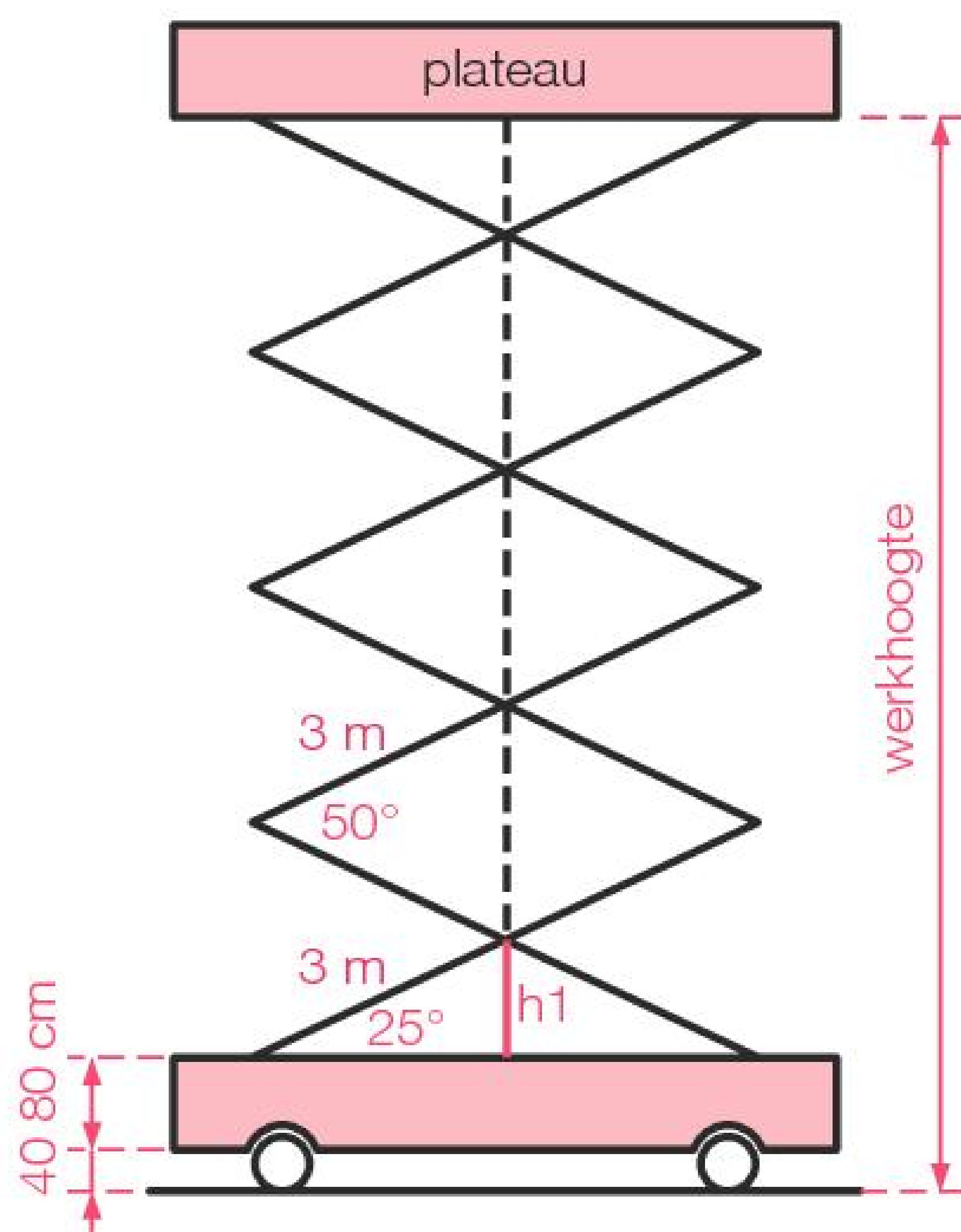
41 *
Een houten bijzettafeltje heeft de vorm van een **Z**. Het schuine gedeelte is 62 cm lang en maakt een hoek van 71° met het tafelblad. Bereken de hoogte van het tafeltje.



Schaarlift

42 *
Marloes heeft een schildersbedrijf. Soms moet er op grote hoogte geschilderd worden. Dan gebruikt zij een schaarlift. In de schaarlift zie je veel hoeken.

a Waarom wordt deze lift schaarlift genoemd, denk je?
b Bereken de hoogte h1.
c Bereken de werkhoogte van de schaarlift.





Rekenbreak



Bereken.

175 : 25

7,50 × 16 + 25

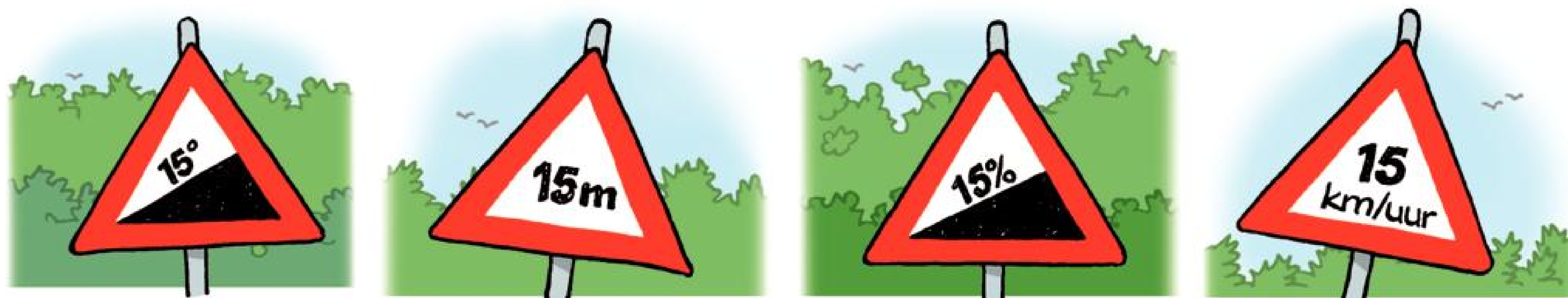
Woordenlijst

- gelijkvormigheid
- goniometrie
- stelling van Pythagoras
- symmetrie

3.4 Hellingspercentage

Steile helling

43 Er bestaan waarschuwingsborden voor steile hellingen.
Welk van onderstaande borden is zo'n waarschuwingsbord?



44 Welke van de beweringen hieronder is waar?

A hellingspercentage = sinus hellingshoek × 100
B hellingspercentage = cosinus hellingshoek × 100
C hellingspercentage = tangens hellingshoek × 100

Theorie F Hellingspercentage

Hoe steil een helling is hangt af van de hellingshoek. De steilheid wordt aangegeven met een **hellingspercentage**. Bij het berekenen van het hellingspercentage gebruik je de tangens van de hellingshoek.

hellingspercentage = tan hellingshoek × 100

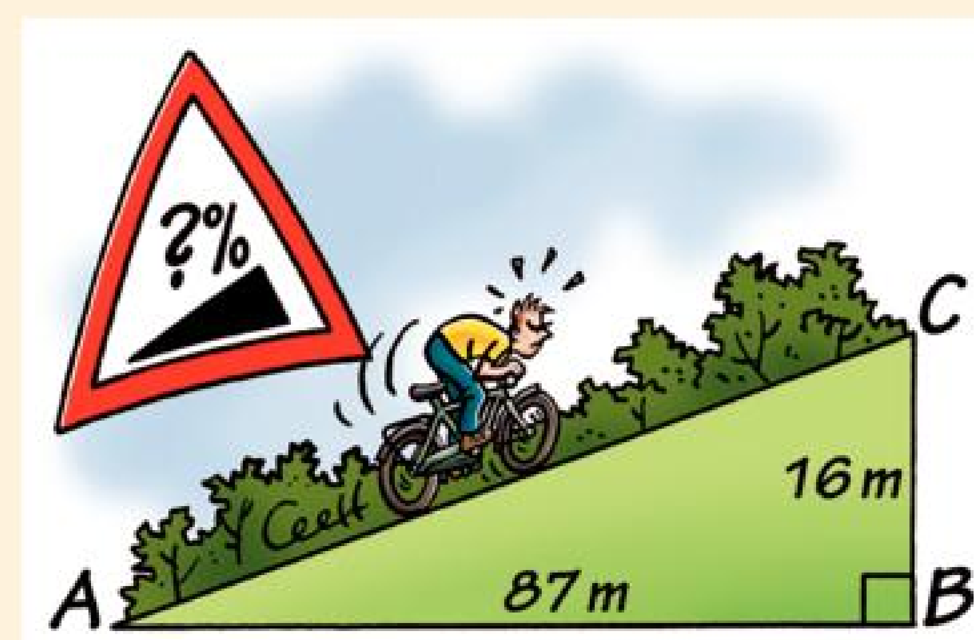
Hellingspercentages rond je af op een geheel getal.



Voorbeeld Hellingspercentage berekenen

Opgave

Bereken het hellingspercentage van de helling.



Aanpak

- tan hellingshoek = $\frac{BC}{AB}$. Laat de uitkomst van de deling op je rekenmachine staan.
- Vermenigvuldig de uitkomst met 100. Rond af op helen.

Uitwerking

hellingspercentage = $\frac{16}{87} \times 100 = 18\%$

© Noordhoff Uitgevers bv

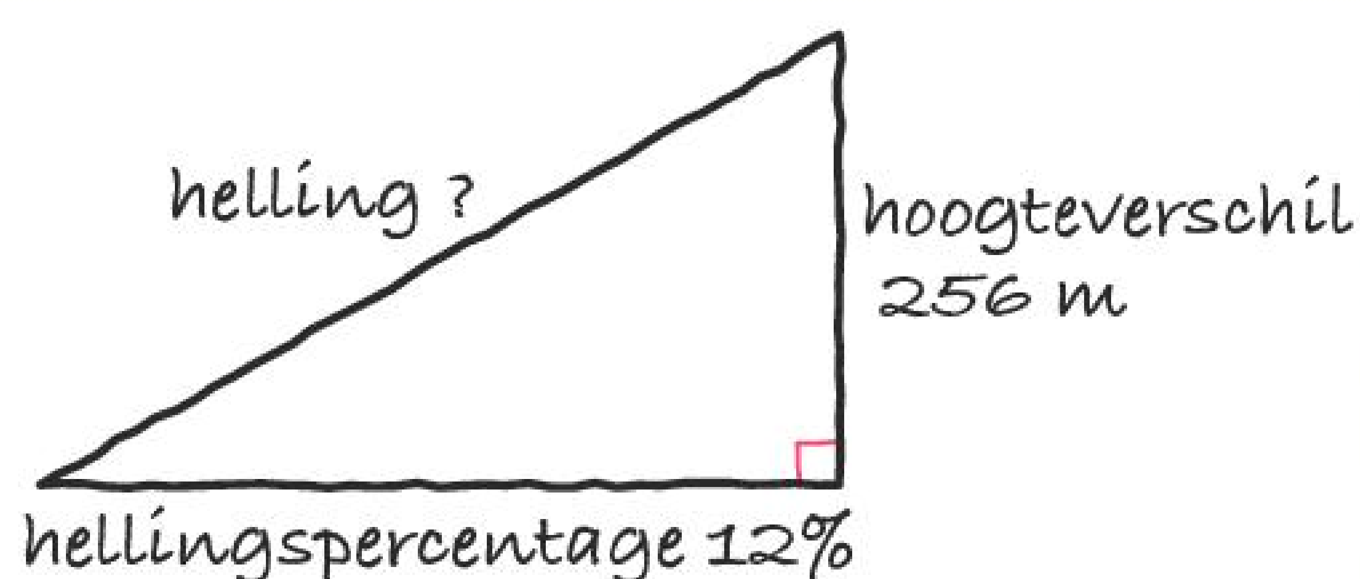
Voorbeeld Lengte berekenen met hellingspercentage

Opgave
Een weg heeft een hellingspercentage van 12%. Het hoogteverschil is 256 m.
Bereken de lengte van de helling. Rond af op hele meters.

Aanpak
- Maak een schets van de situatie. Zet er de gegevens in.
  Zet een vraagteken bij de helling.
  Bereken de tangens van de hellingshoek met
  tan hellingshoek = hellingspercentage : 100.
- Bereken de hellingshoek met tan⁻¹ (0,12) =. Rond af op hele graden.
- Je weet de overstaande rechthoekszijde van de hellingshoek.
  De schuine zijde wordt gevraagd.
  Gebruik sin hellingshoek = $\frac{\text{hoogteverschil}}{\text{helling}}$.

Uitwerking

tan hellingshoek = 12 : 100 = 0,12
hellingshoek = 7°
sin 7° = $\frac{256}{\text{helling}}$
helling = 256 : sin 7° = 2100,610...
De helling is 2101 m.



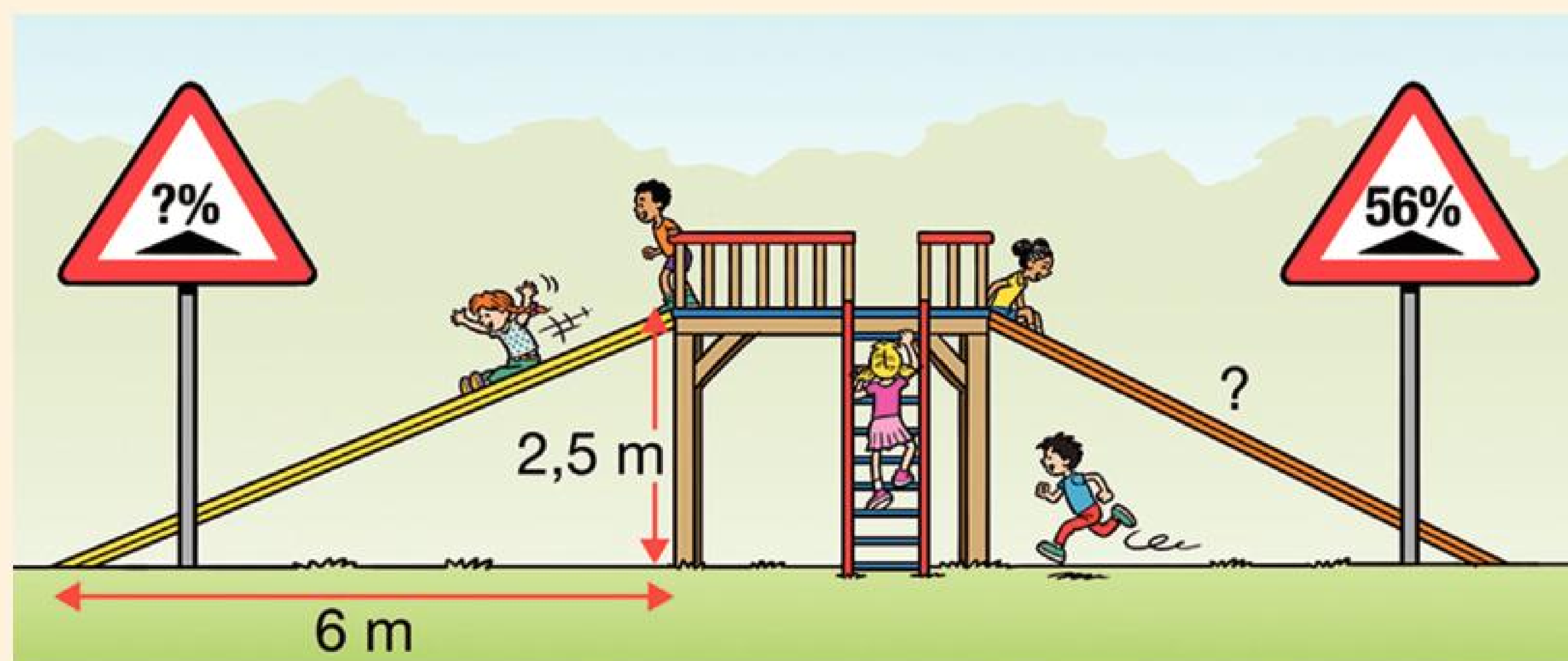
Hellingspercentage

Test opgave

Tolga ontwerpt een speeltoestel met twee glijbanen voor zijn nichtje.

a Bereken het hellingspercentage van de glijbaan links.

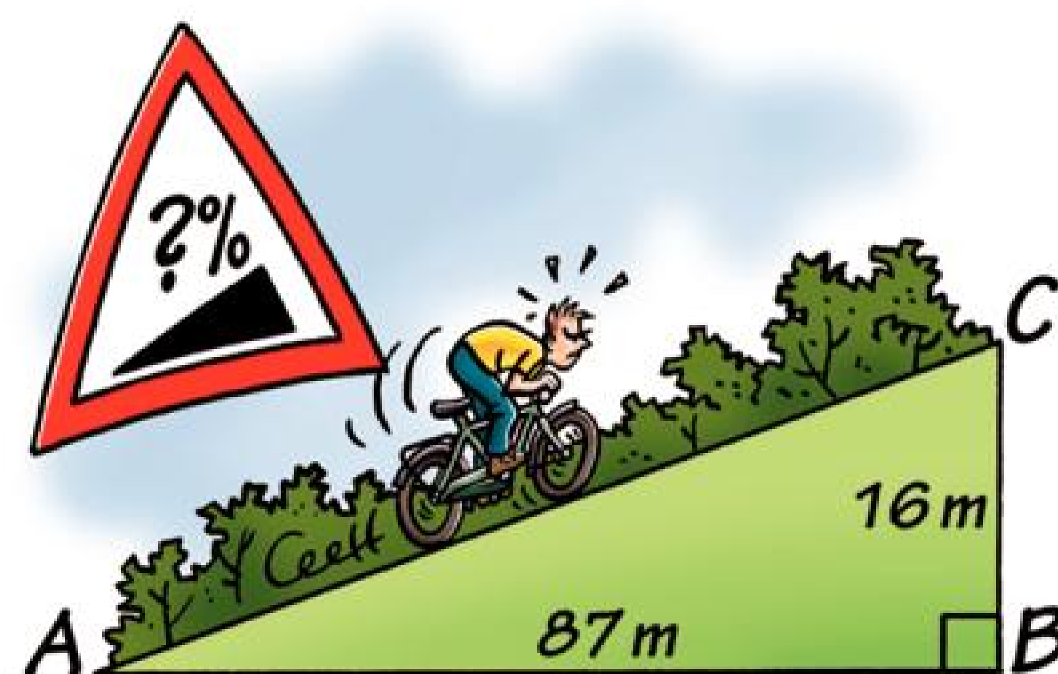
b Bereken de lengte van de glijbaan rechts. Rond af op twee decimalen.

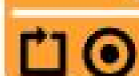


Hellingen

45 
Je gaat het hellingspercentage berekenen.
Een hellingspercentage rond je af op een geheel getal. Gebruik de formule
hellingspercentage = tan hellingshoek × 100.
Vul in.

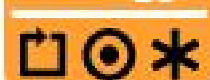
hellingspercentage = $\frac{...}{...}$ × 100 = ...

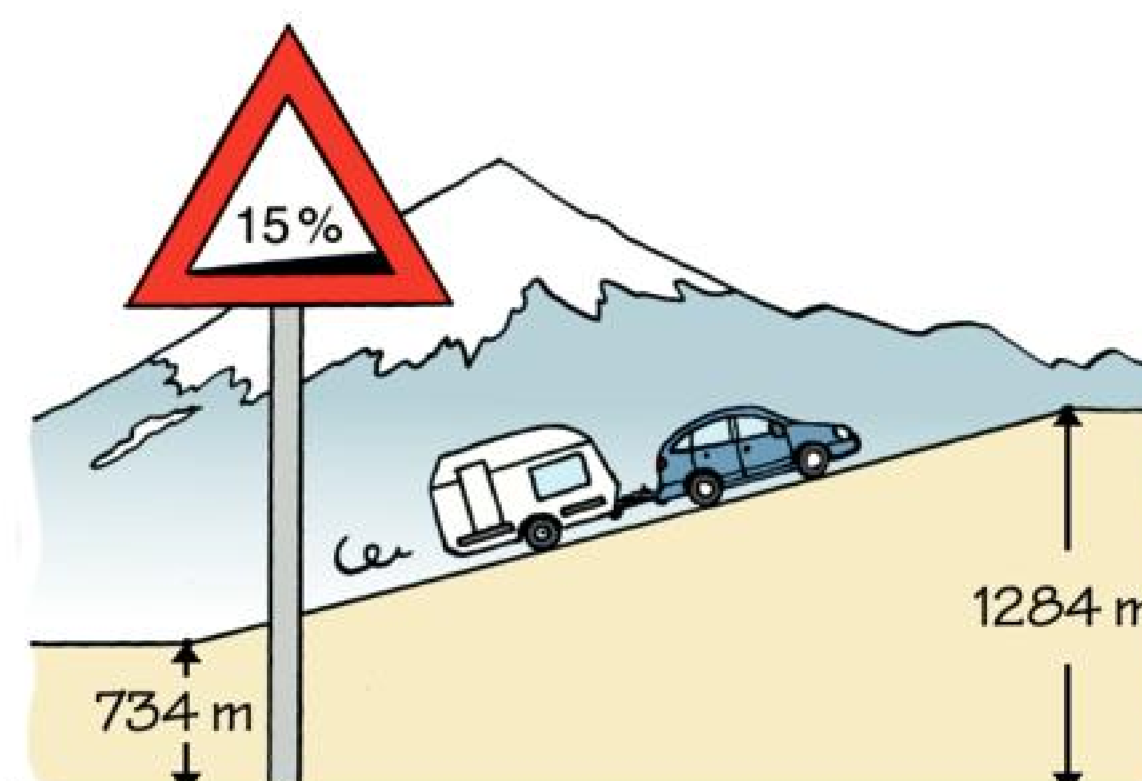


46 
Eén van de steilste skihellingen in Oostenrijk heet de Harakiri. Deze helling heeft een hellingspercentage van 78%. Het hoogteverschil is 376 m.

a Maak een schets van de situatie.
b Bereken de hellingshoek. Gebruik de formule
tan hellingshoek = hellingspercentage : 100.
c Bereken de lengte van het parcours.
Rond af op hele meters.



47 
Het begin van de weg is 734 m boven zeeniveau. Het einde van de weg ligt op 1284 m. Het hellingspercentage is 15%.
Bereken de lengte van de weg.

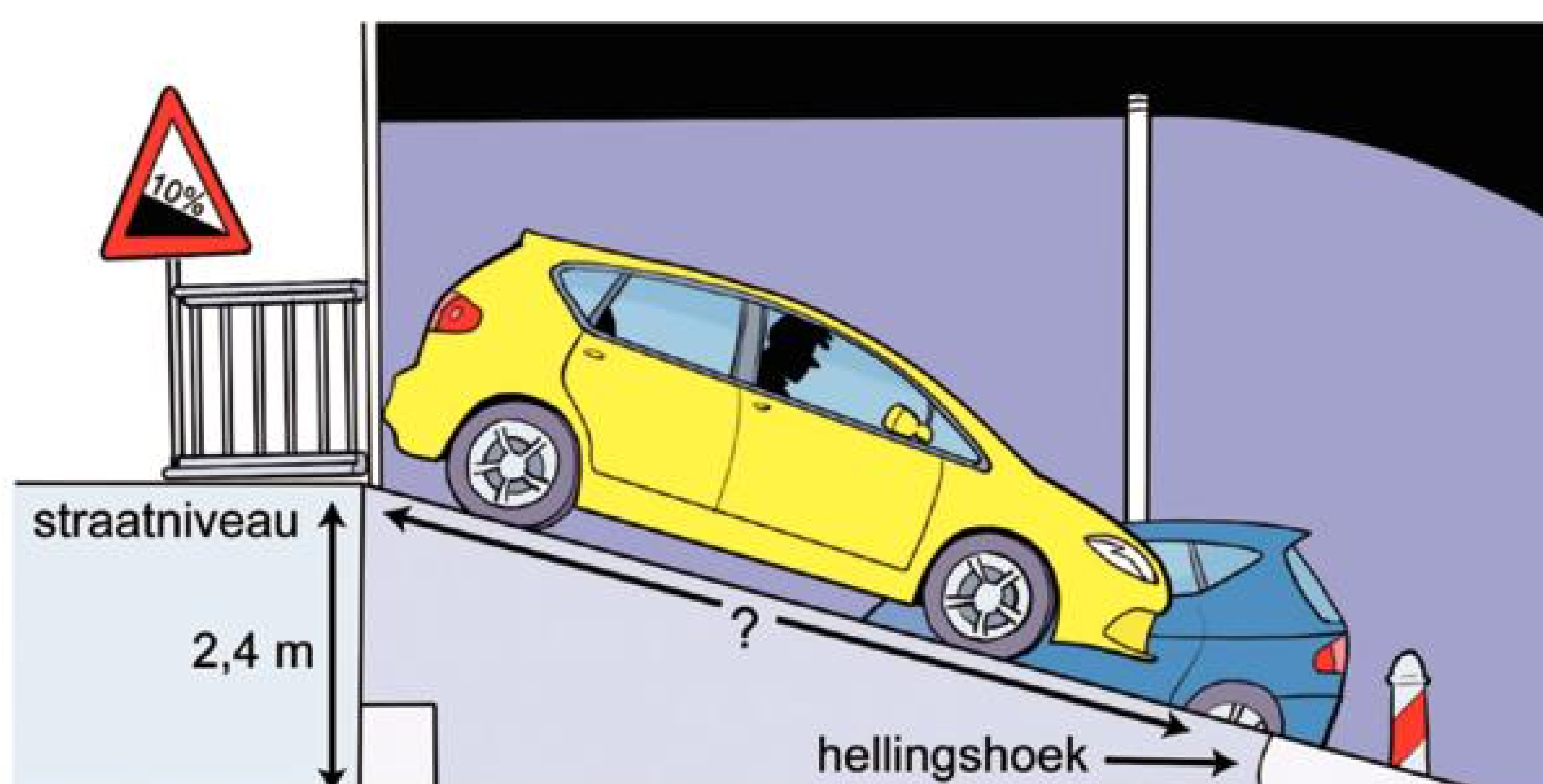


© Noordhoff Uitgevers bv

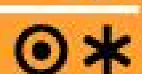
Parkeergarage



48 Een ondergrondse parkeergarage ligt 2,4 m onder het straatniveau.
De inrit heeft een hellingspercentage van 10%.
Bereken de lengte van de inrit.
Rond af op twee decimalen.



Lengte



49 Een helling heeft een hellingspercentage van 12%.
De hoogte is 256 m.
Bereken de lengte van de helling. Rond af op hele meters.

Automobilist



50 Een automobilist rijdt op een helling.
Op zijn kilometerteller ziet hij dat hij 2200 m op deze helling heeft gereden.
Op zijn hoogtemeter leest hij af dat hij daarbij 350 m is gestegen.
Bereken het hellingspercentage van de weg.

Rekenbreak

Bereken het gemiddelde van 14, 25, 35 en 31.
Bereken het gemiddelde van -8, -3, 7, -5 en 4.

Bas koopt 150 tulpenbollen.
Hij betaalt met een briefje van € 50.
Hoeveel krijgt hij terug?



tulpenbollen 50 stuks € 14,50

Woordenlijst

- hellingshoek
- hellingspercentage

© Noordhoff Uitgevers bv

3.5 Goniometrie en hoeken

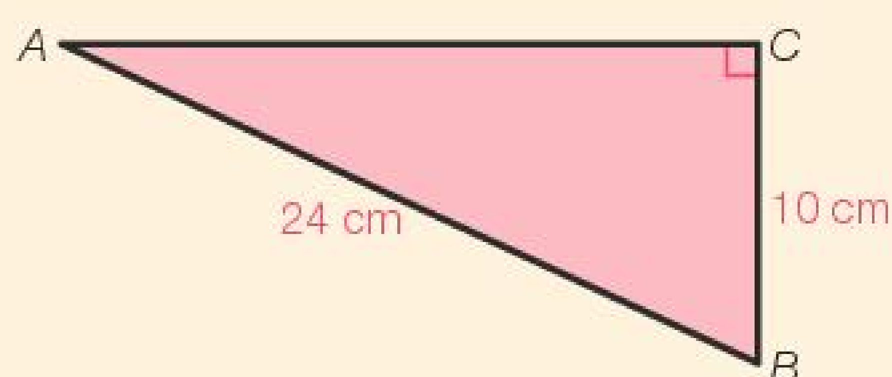
Theorie G Hoeken berekenen met goniometrie

Als je twee zijden van een rechthoekige driehoek weet kun je de scherpe hoeken van de driehoek berekenen.
Je kijkt eerst of je de **sinus**, de **cosinus** of de **tangens** nodig hebt. Daarna gebruik je de knop $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ of $\tan^{-1}$ van je rekenmachine en je weet de hoek.

Afspraak:
Hoeken rond je af op hele graden.

Voorbeelden Hoeken berekenen met goniometrie

Opgave
Bereken $\angle A$ in $\triangle ABC$.



Aanpak
Van $\angle A$ weet je de overstaande rechthoekszijde (O) en de schuine zijde (S).
Gebruik dus

$\sin \angle A = \dfrac{BC}{AB}$ **SOS**

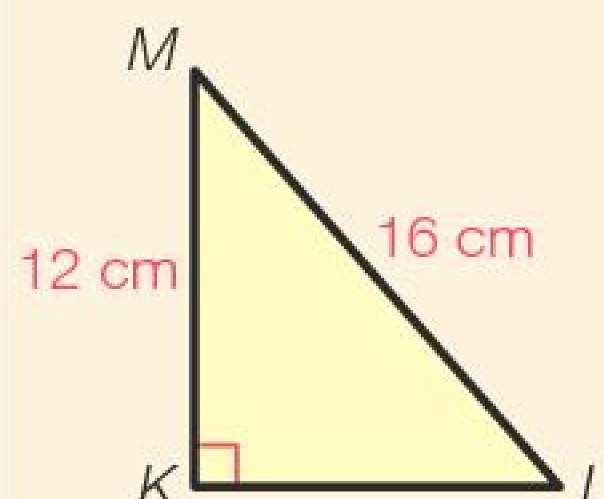
Uitwerking

$\sin \angle A = \dfrac{10}{24}$

$\angle A = 25°$

$\text{SIN}^{-1}\left(\dfrac{10}{24}\right)$
24.62431835

Opgave
Bereken $\angle M$ in $\triangle KLM$.



Aanpak
Van $\angle M$ weet je de aanliggende rechthoekszijde (A) en de schuine zijde (S).
Gebruik dus

$\cos \angle M = \dfrac{KM}{LM}$ **CAS**

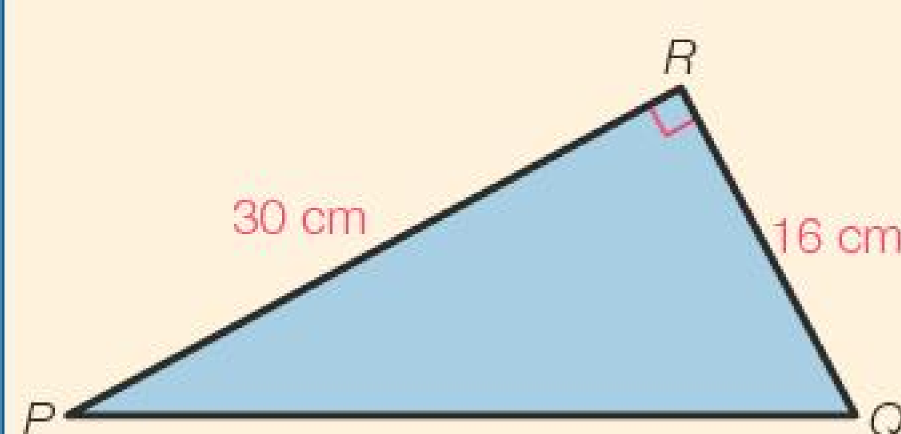
Uitwerking

$\cos \angle M = \dfrac{12}{16}$

$\angle M = 41°$

$\text{COS}^{-1}\left(\dfrac{12}{16}\right)$
41.40962211

Opgave
Bereken $\angle Q$ in $\triangle PQR$.



Aanpak
Van $\angle Q$ weet je de overstaande rechthoekszijde (O) en de aanliggende rechthoekszijde (A).
Gebruik dus

$\tan \angle Q = \dfrac{PR}{QR}$ **TOA**

Uitwerking

$\tan \angle Q = \dfrac{30}{16}$

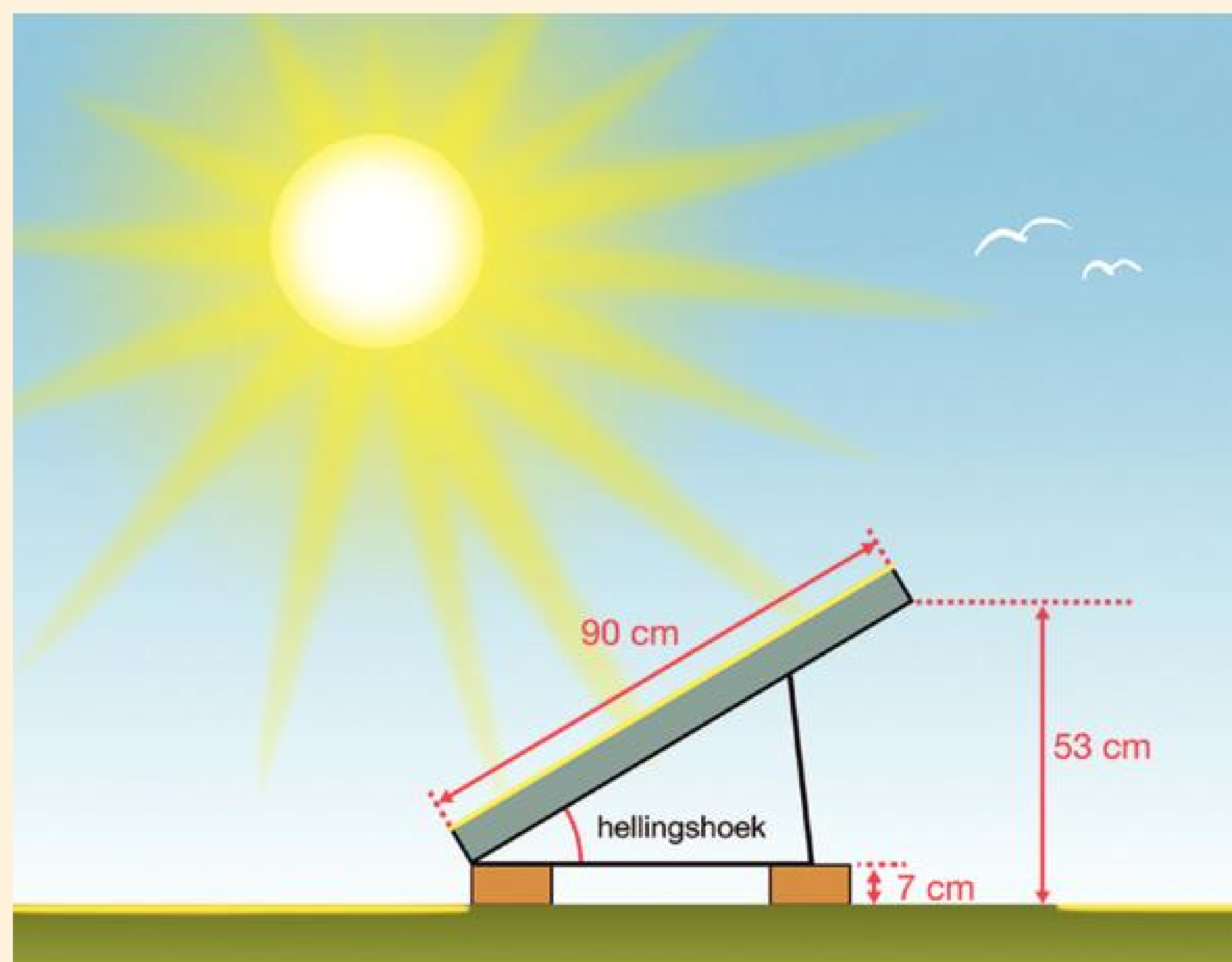
$\angle Q = 62°$

$\text{TAN}^{-1}\left(\dfrac{30}{16}\right)$
61.92751306

© Noordhoff Uitgevers bv

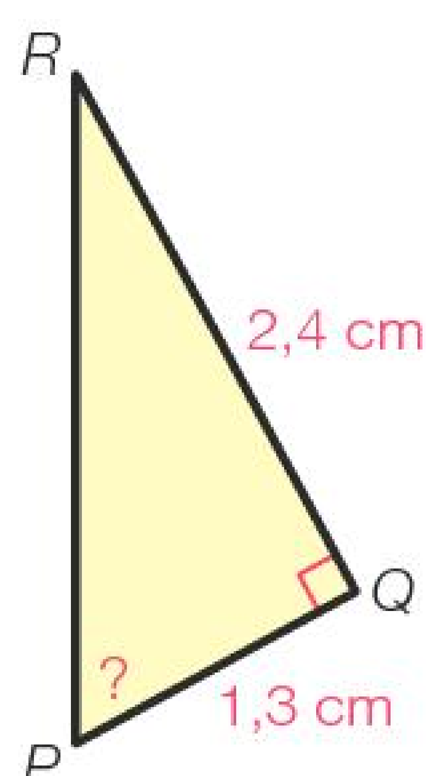
Zonnepaneel

Test opgave Bereken de hellingshoek van het zonnepaneel.

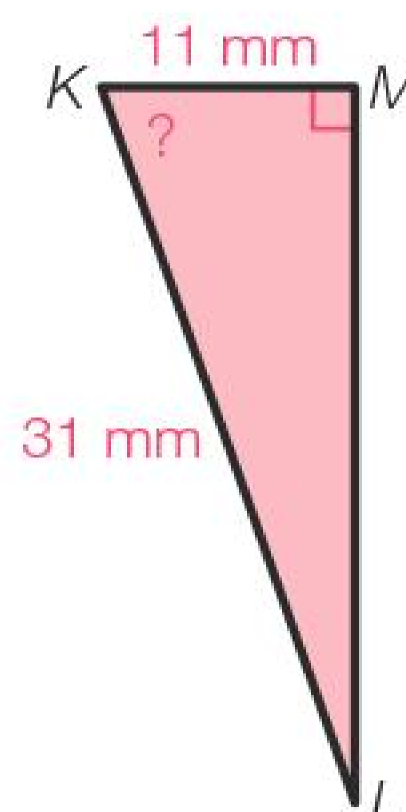


Hoeken berekenen

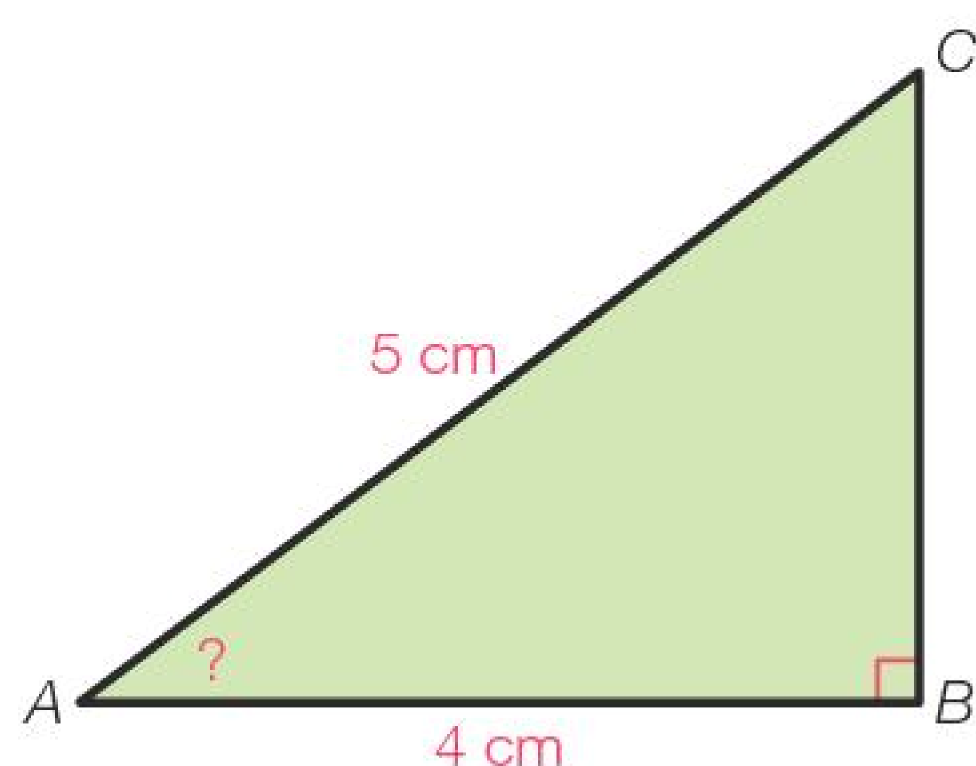
51
a Bereken $\angle P$ in $\triangle PQR$. Gebruik de $\tan^{-1}$ knop.
b Bereken $\angle A$ in $\triangle ABC$. Gebruik de $\sin^{-1}$ knop.
c Bereken $\angle K$ in $\triangle KLM$. Gebruik de $\cos^{-1}$ knop.

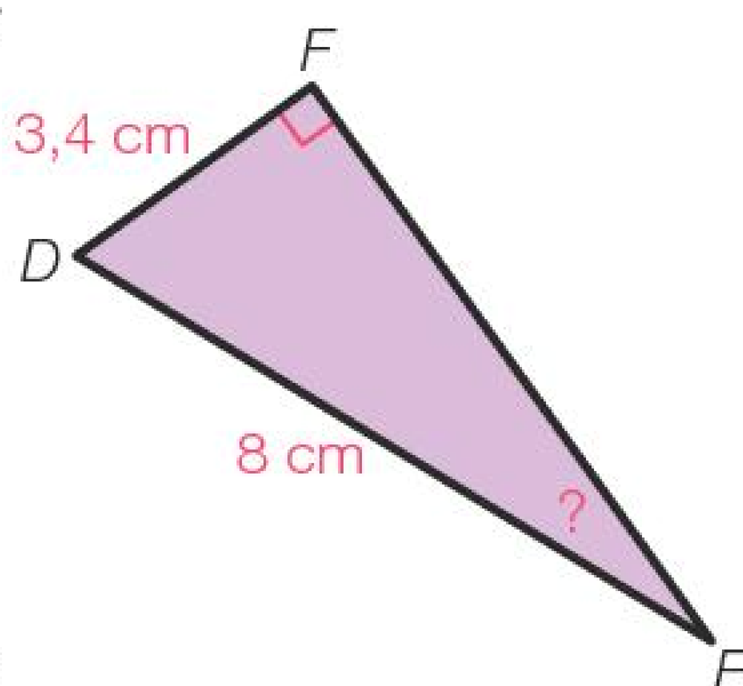






52 Kijk steeds eerst of je $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ of $\tan^{-1}$ moet gebruiken.



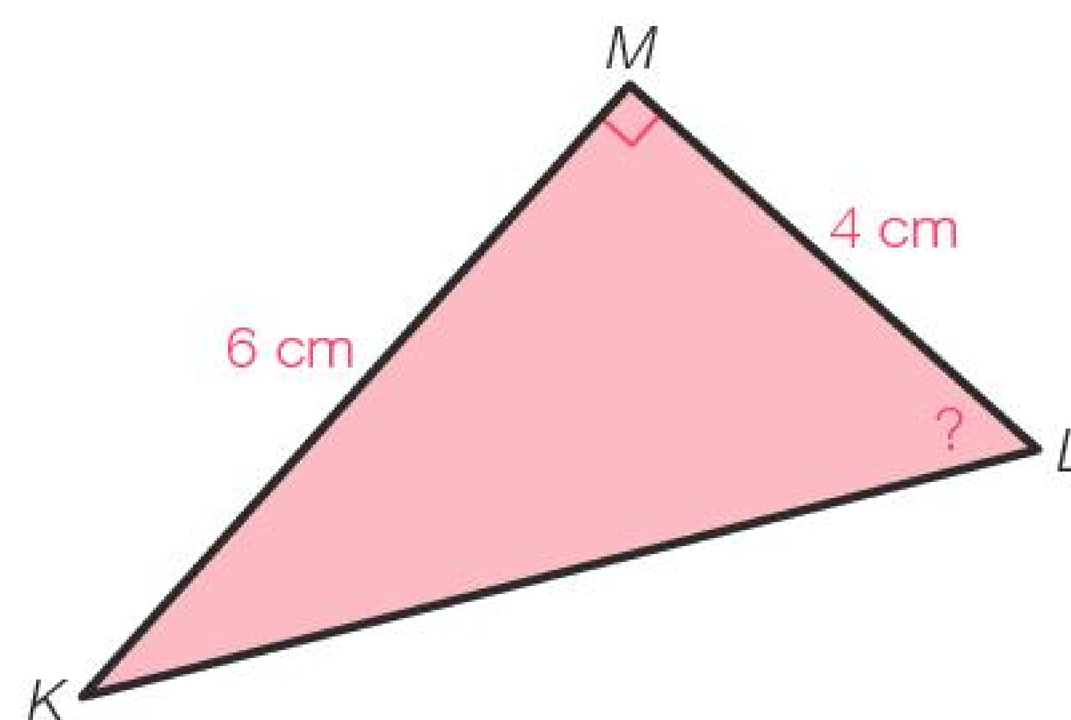


a Bereken $\angle A$ in $\triangle ABC$.
b Bereken $\angle E$ in $\triangle DEF$.

© Noordhoff Uitgevers bv

53

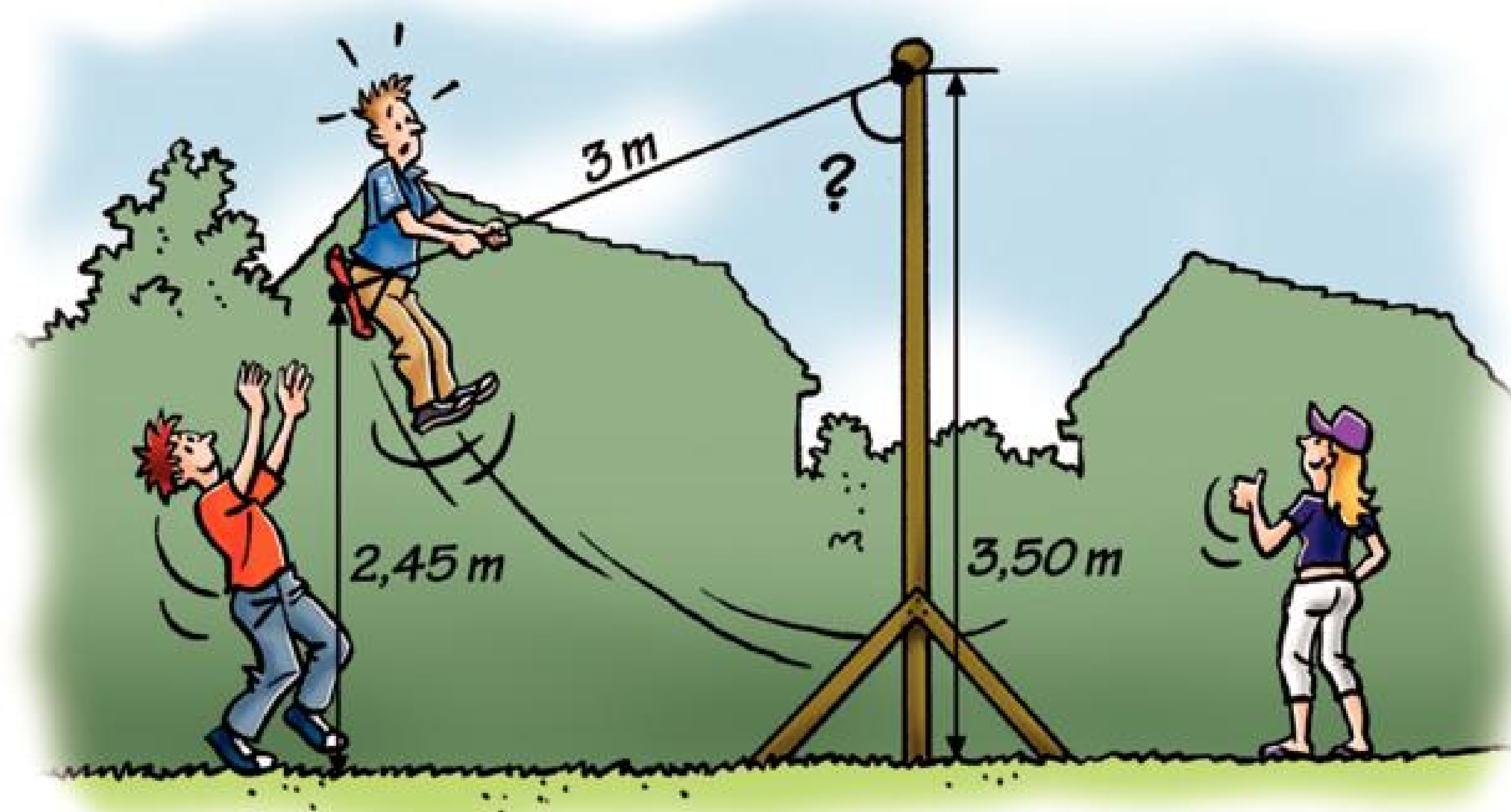
Bereken $\angle L$ in $\triangle KLM$.



Schommel

54

[WERKBOEK] Bekijk de tekening van de schommel.



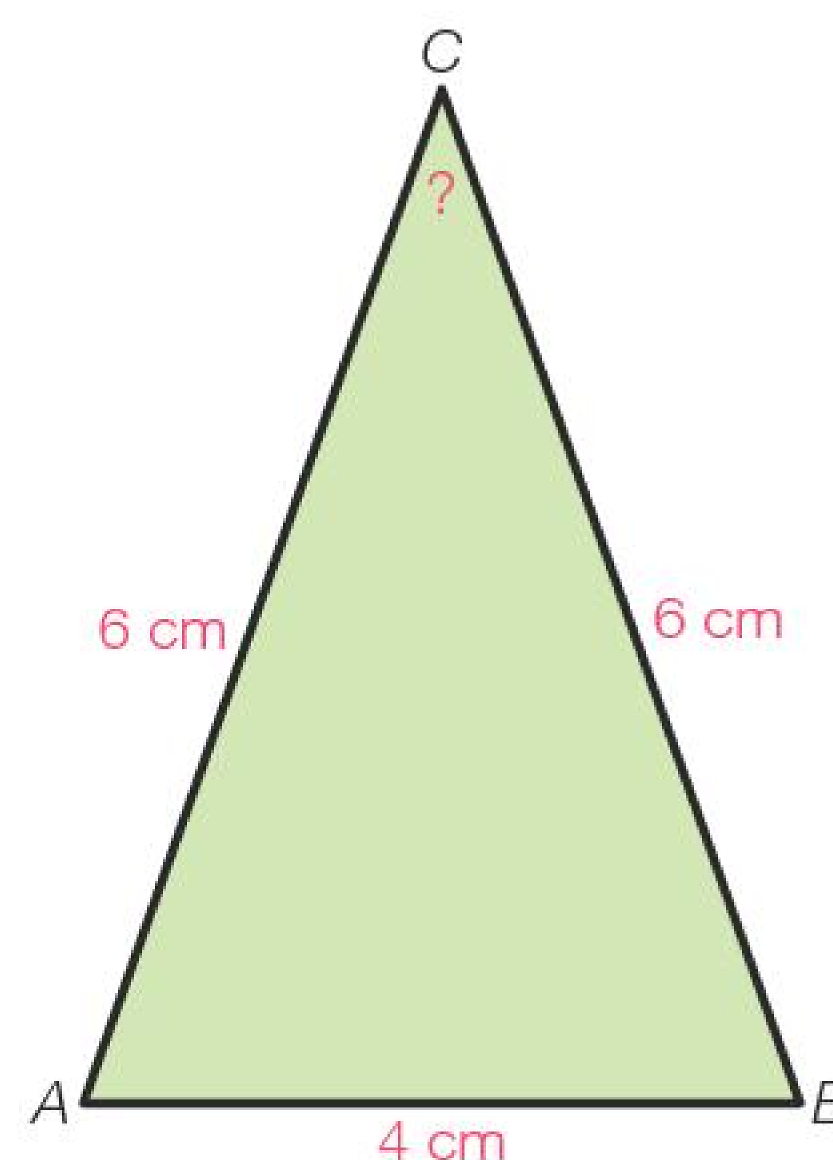
a Het touw van de schommel is de schuine zijde van een rechthoekige driehoek.
Teken die driehoek en zet er de maten bij die je weet.

b Bereken de hoek die het touw van de schommel maakt met de verticale staander.

Gelijkbenige driehoeken

55

[WERKBOEK] Bereken $\angle C$ van $\triangle ABC$.
Gebruik de symmetrieas.



Zonder tekening

56

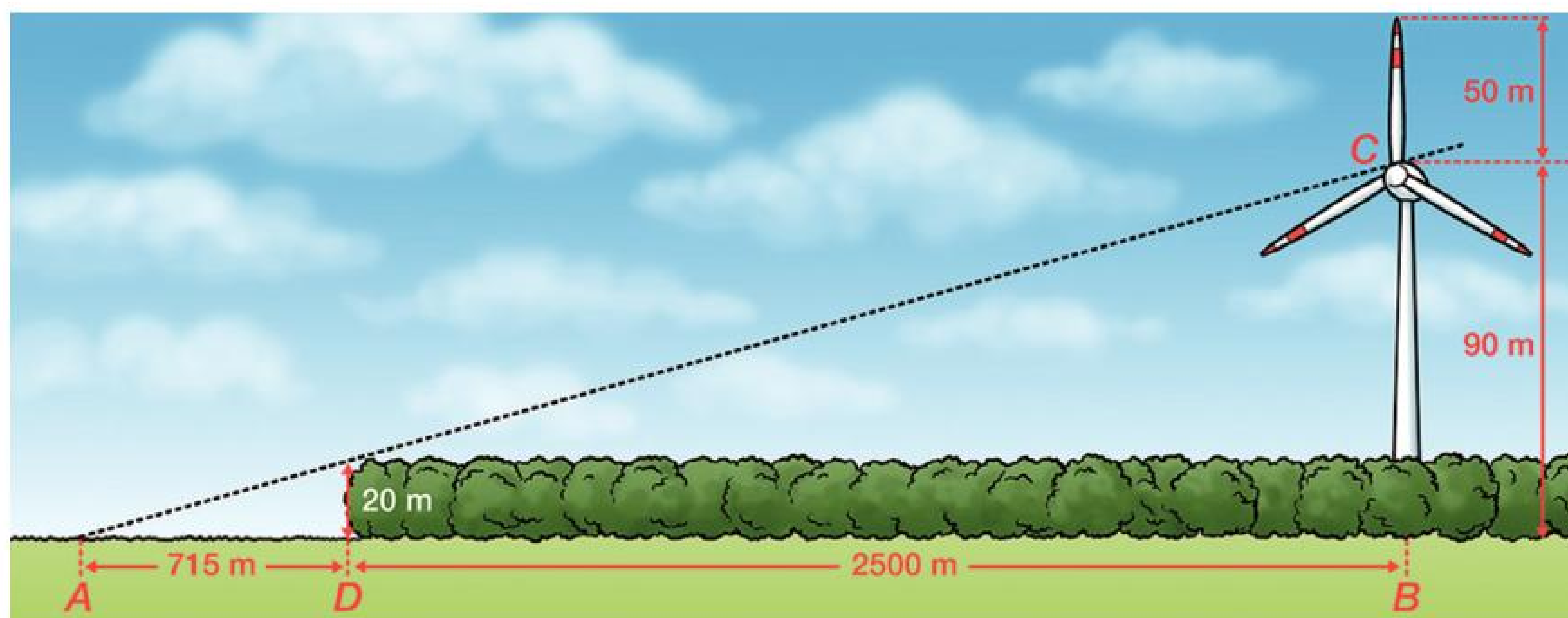
Bereken alle hoeken van een $\triangle DEF$ met $DE = EF = 8$ cm en $DF = 5$ cm.

© Noordhoff Uitgevers bv

Door de bomen

57 *

Er bestaan plannen om windmolens middenin bossen te zetten. Door de bomen zijn de windmolens niet goed zichtbaar. Er is dan dus weinig horizonvervuiling.
Door hun hoogte vangen de windmolens nog wind genoeg.
Als de windmolens 2,5 km diep in het bos staan, is de top van de mast (C) zichtbaar op 715 m van de bosrand.



De tiphoogte van deze windmolen is 140 m.

a Hoe groot is de hoek bij *A*?

b Alex staat op 420 m vanaf de bosrand. Hij kan de top van de wieken nog net zien.
Maak een schets van de situatie.
Hoe groot is de hoek bij Alex?

c Er wordt een nieuwe windmolen geplaatst met een tiphoogte van 195 m. Moet Alex dan dichter bij de bosrand gaan staan om net de top van de wieken te zien, of verder weg?

Rekenbreak

Mischa is op vakantie in Zweden.
Hij huurt daar een vakantiehuis.
Dat huis kost € 48 per dag.
Hoeveel Zweedse kronen zijn dat?

BELANGRIJKE WISSELKOERSEN

Valuta	1 € = units
Amerikaanse dollar	1,2844
Britse pond	0,7829
Japanse yen	139,5950
Zwitserse frank	1,2075
Deense kroon	7,4439
Zweedse kroon	9,1877

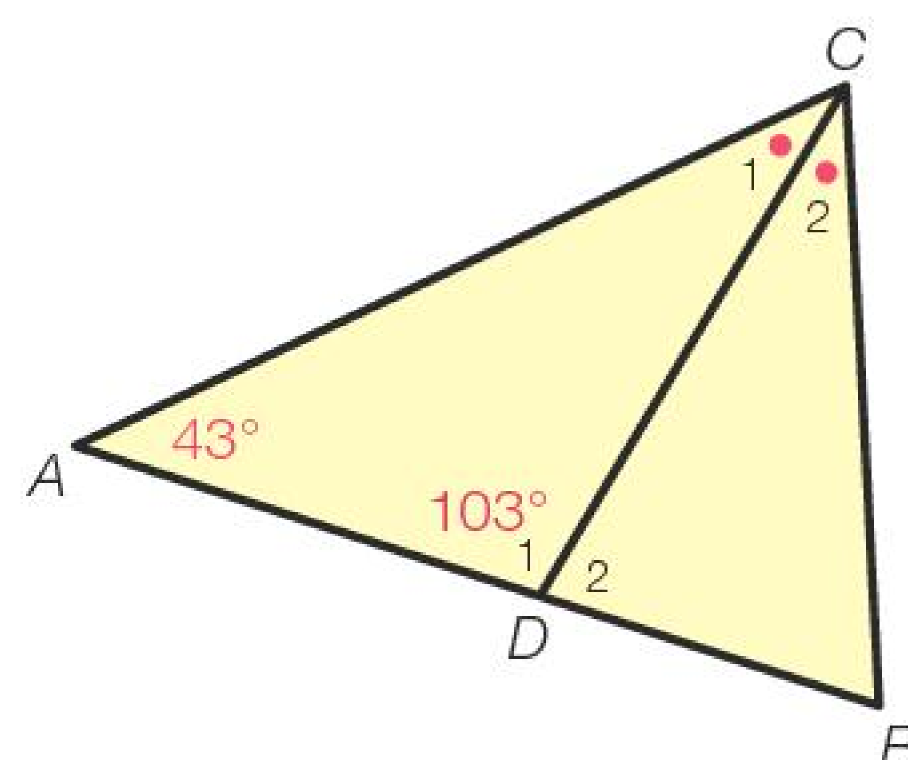
Woordenlijst

- hoeken berekenen met goniometrie

3.6 Hoeken in vlakke figuren

Hoeken in een driehoek

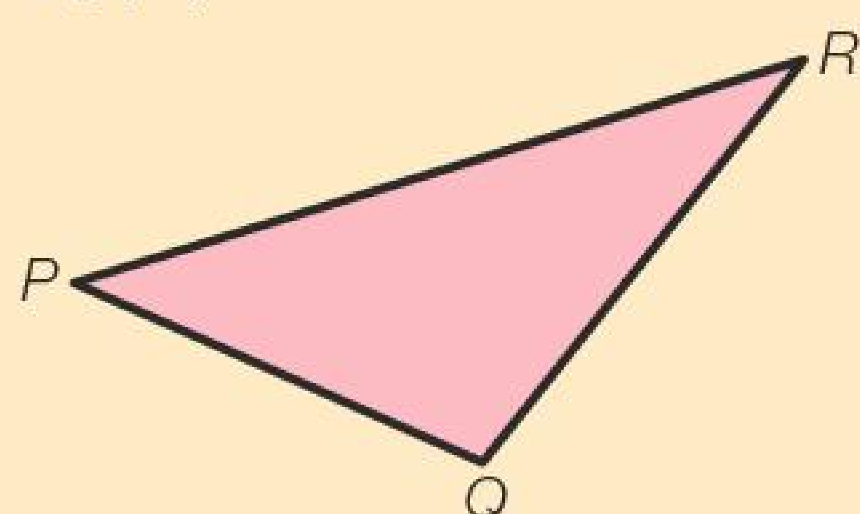
58
a Bereken $\angle C_1$ in $\triangle ADC$.
b Hoe zie je in de figuur dat $\angle C_1 = \angle C_2$?
c Hoe groot is $\angle C_{12}$?



Theorie H Hoeken berekenen

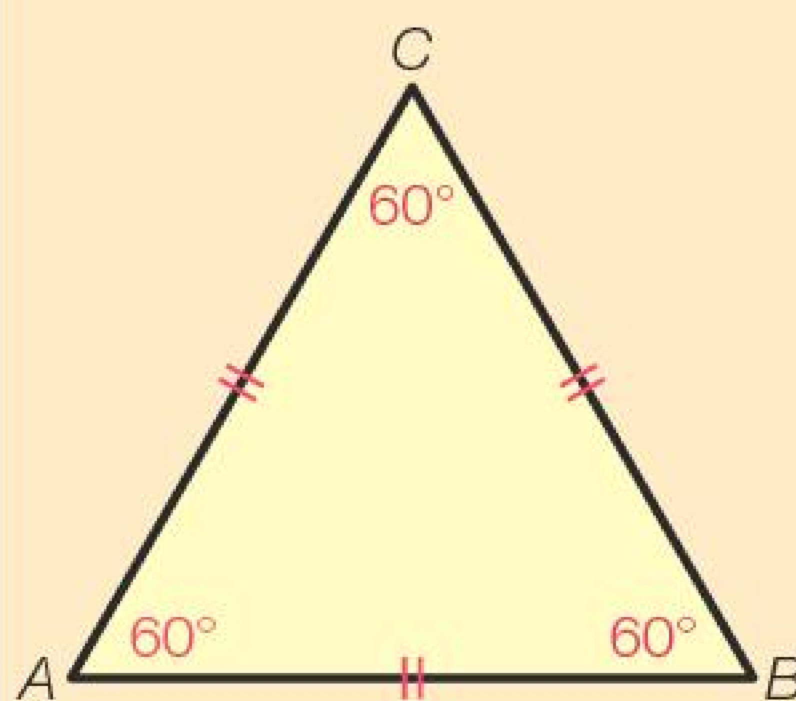
Met goniometrie kun je hoeken berekenen in een rechthoekige driehoek. Je maakt dan gebruik van de lengtes van zijden.
Er zijn ook andere manieren om hoeken te berekenen. Je maakt dan gebruik van verschillende eigenschappen van driehoeken of van lijnen. Je kunt de tekeningen in het werkboek gebruiken om de graden in de hoeken te zetten.

De **drie hoeken** in een driehoek zijn **samen 180°**.



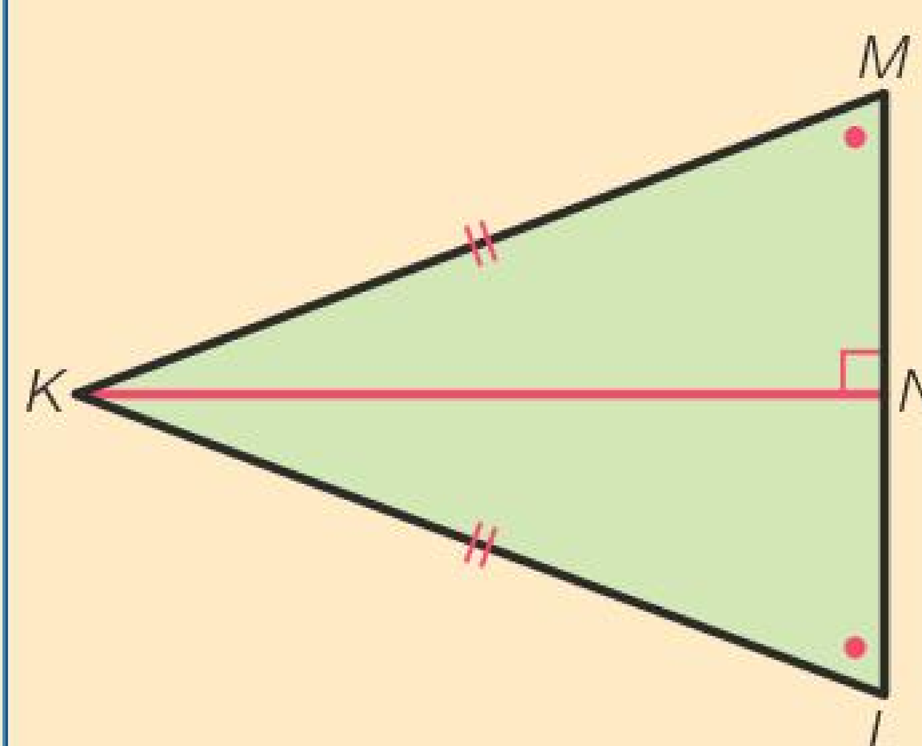
$\angle P + \angle Q + \angle R = 180°$

In een **gelijkzijdige driehoek** zijn alle hoeken 60°.



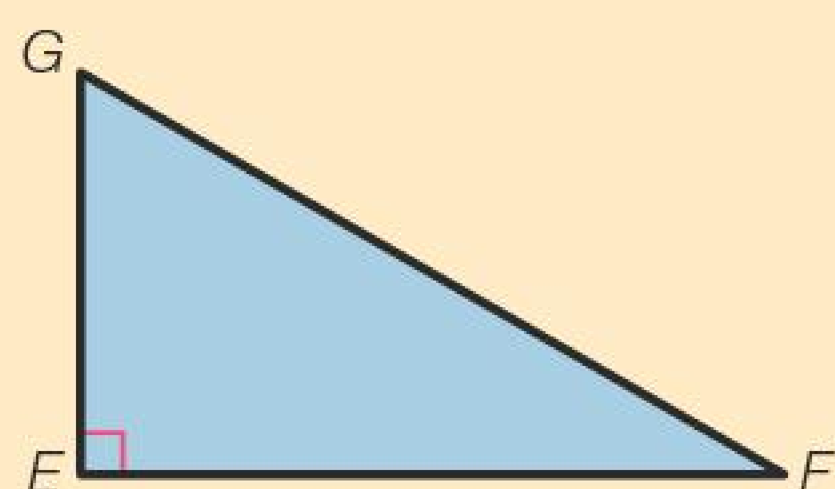
$\angle A = \angle B = \angle C = 60°$

In een **gelijkbenige driehoek** zijn twee hoeken gelijk.



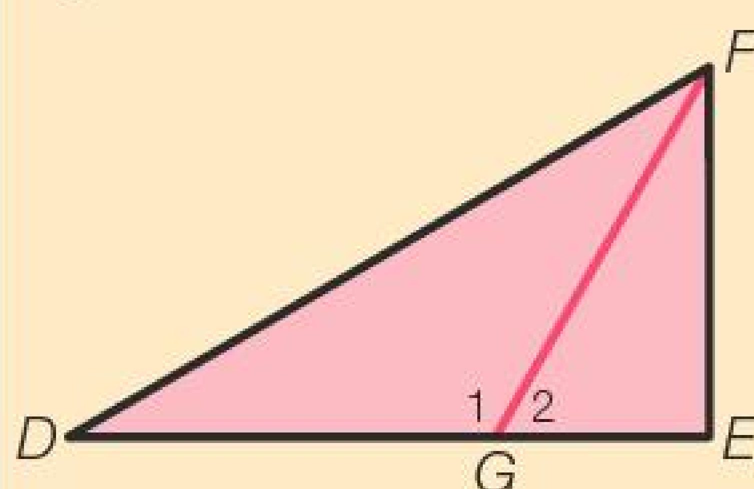
$\angle L = \angle M$

In een **rechthoekige driehoek** is één hoek 90°.



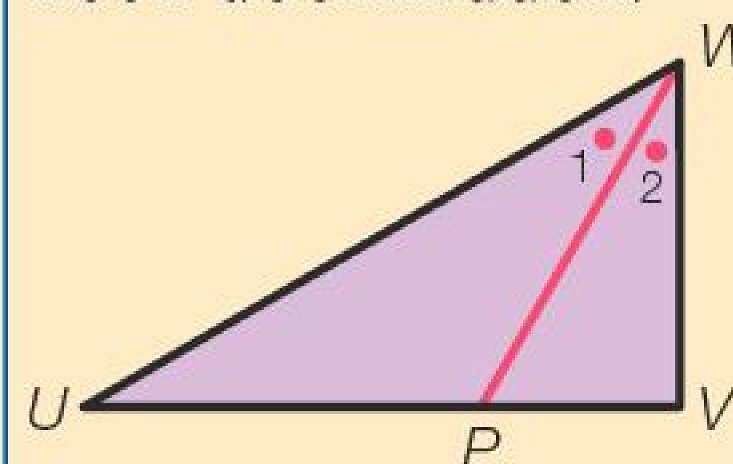
$\angle F + \angle G + 90 = 180°$

Hoeken die een **gestrekte hoek** vormen zijn samen 180°.



$\angle G_1 + \angle G_2 = 180°$

Een **deellijn** deelt een hoek doormidden.

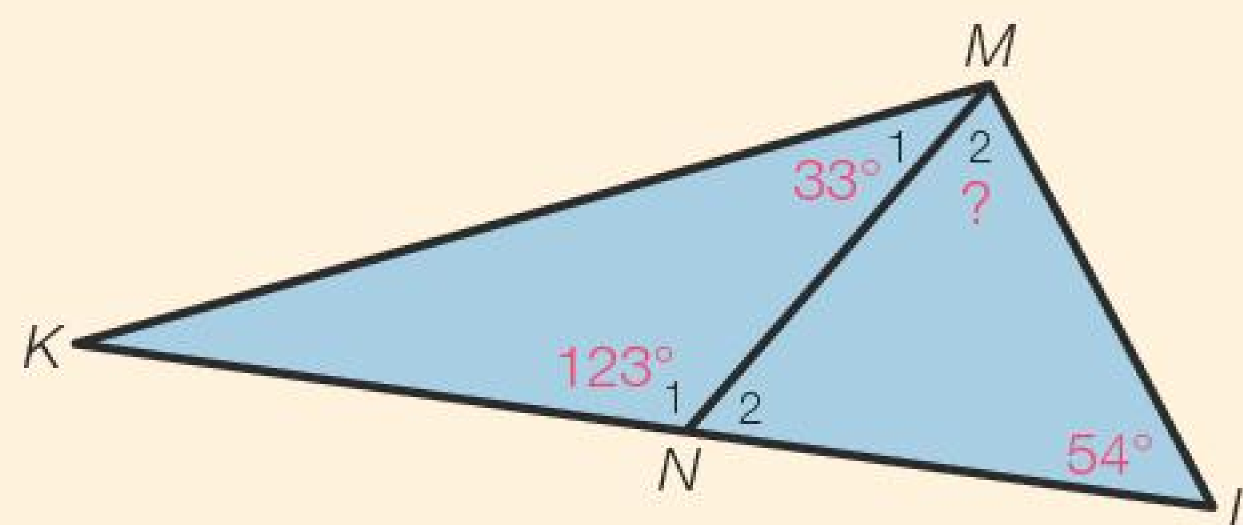


$\angle W_1 = \angle W_2$

© Noordhoff Uitgevers bv

Voorbeeld Hoeken berekenen

Opgave
Bereken $\angle M_2$.



Aanpak
Er staat *bereken*, dus je mag niet meten.
$\angle M_2$ kun je op twee manieren berekenen.

Aanpak manier 1
Bereken $\angle K$ in $\triangle KNM$ met
$\angle K = 180^\circ - \angle M - \angle N$.
Bereken $\angle M_{12}$ in $\triangle KLM$.
Bereken $\angle M_2$ met $\angle M_2 = \angle M_{12} - \angle M_1$

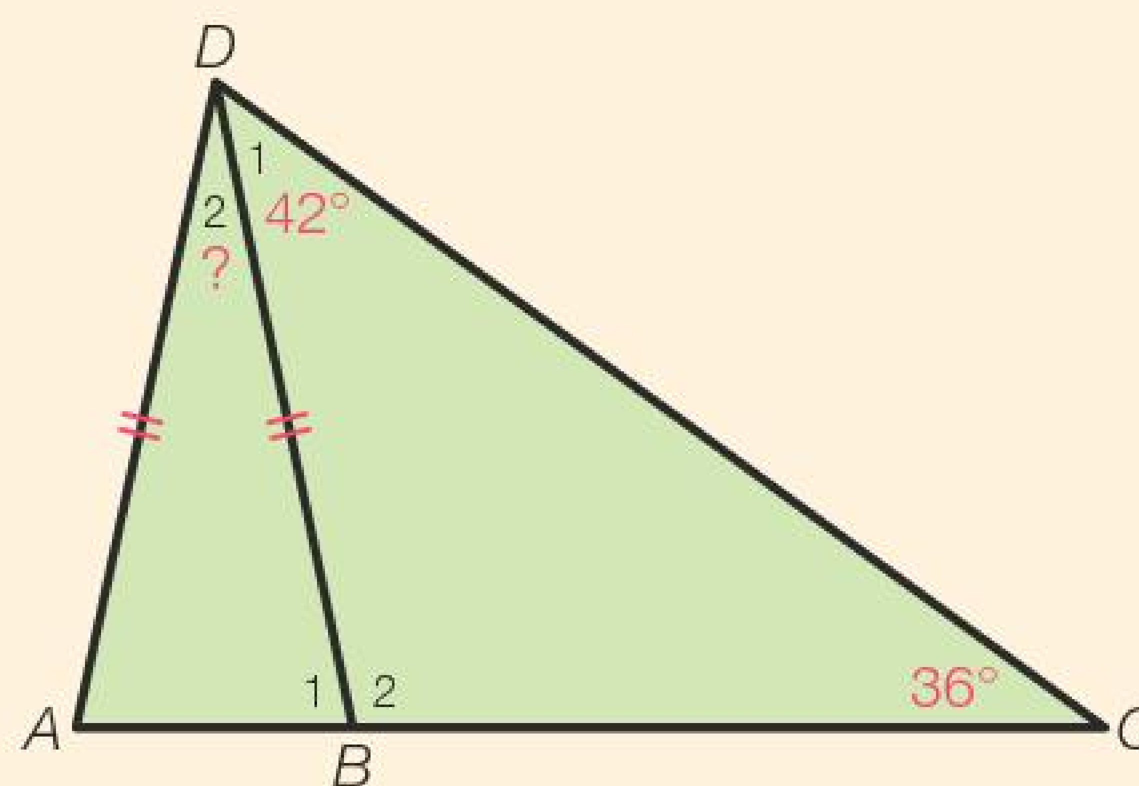
Uitwerking
$\angle K = 180 - 123 - 33 = 24°$
$\angle M_{12} = 180 - 24 - 54 = 102°$
$\angle M_2 = 102 - 33 = 69°$

Aanpak manier 2
Bereken $\angle N_2$ met
$\angle N_1 + \angle N_2 = 180°$.
Bereken $\angle M_2$ in $\triangle NLM$.

Uitwerking
$\angle N_2 = 180 - 123 = 57°$
$\angle M_2 = 180 - 54 - 57 = 69°$

Hoek berekenen

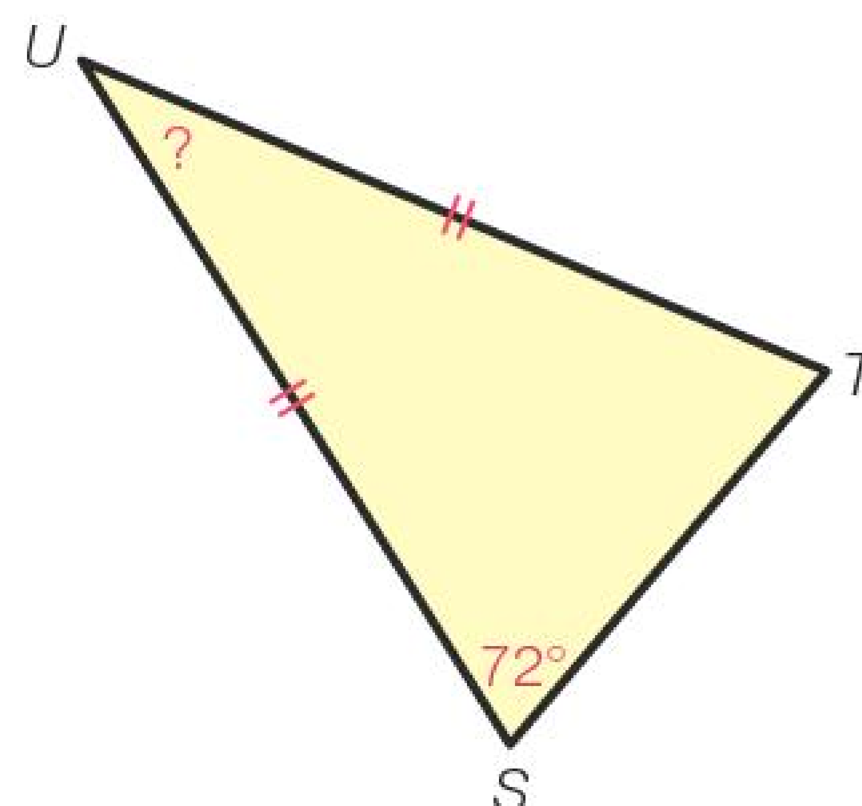
Test opgave
[▶ WERKBOEK] Bereken $\angle D_2$.



Symmetrische driehoeken

59
[▶ WERKBOEK]
a Wat voor soort driehoek is $\triangle STU$?
b Welke zijden van de driehoek zijn even lang?
c Welke hoeken van de driehoek zijn even groot?
d Bereken $\angle U$.

Bij dit soort opgaven kun je de tekeningen in je werkboek gebruiken om de graden in de hoeken te zetten.



© Noordhoff Uitgevers bv

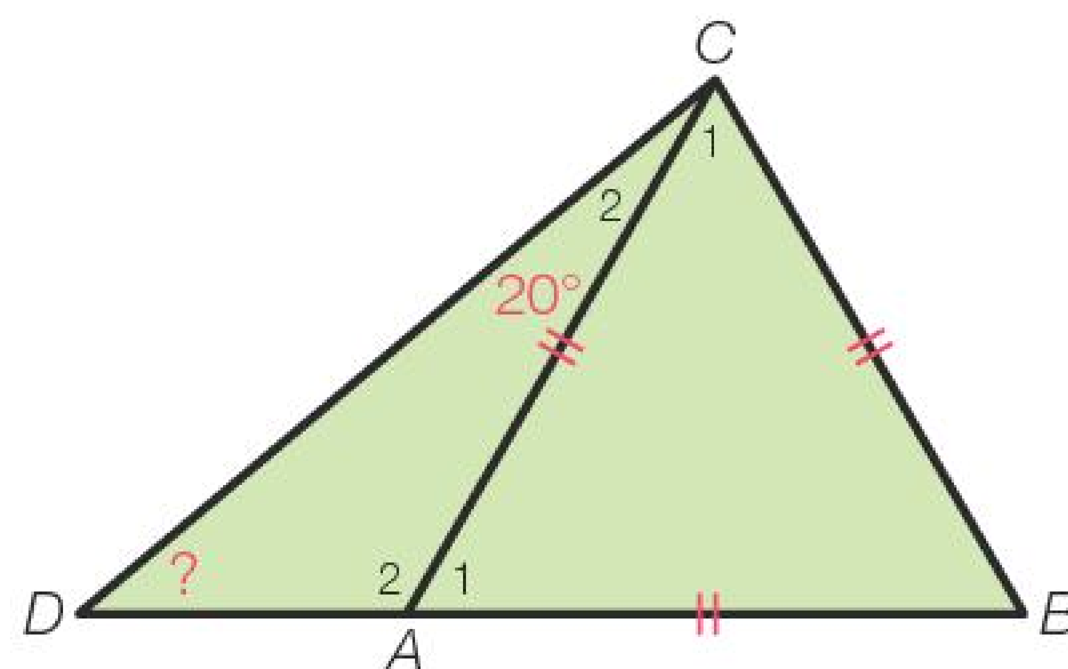

60 [▸ WERKBOEK]

a Wat voor soort driehoek is $\triangle ABC$?

b Bereken $\angle A_1$.

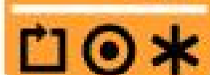
c Bereken $\angle A_2$.

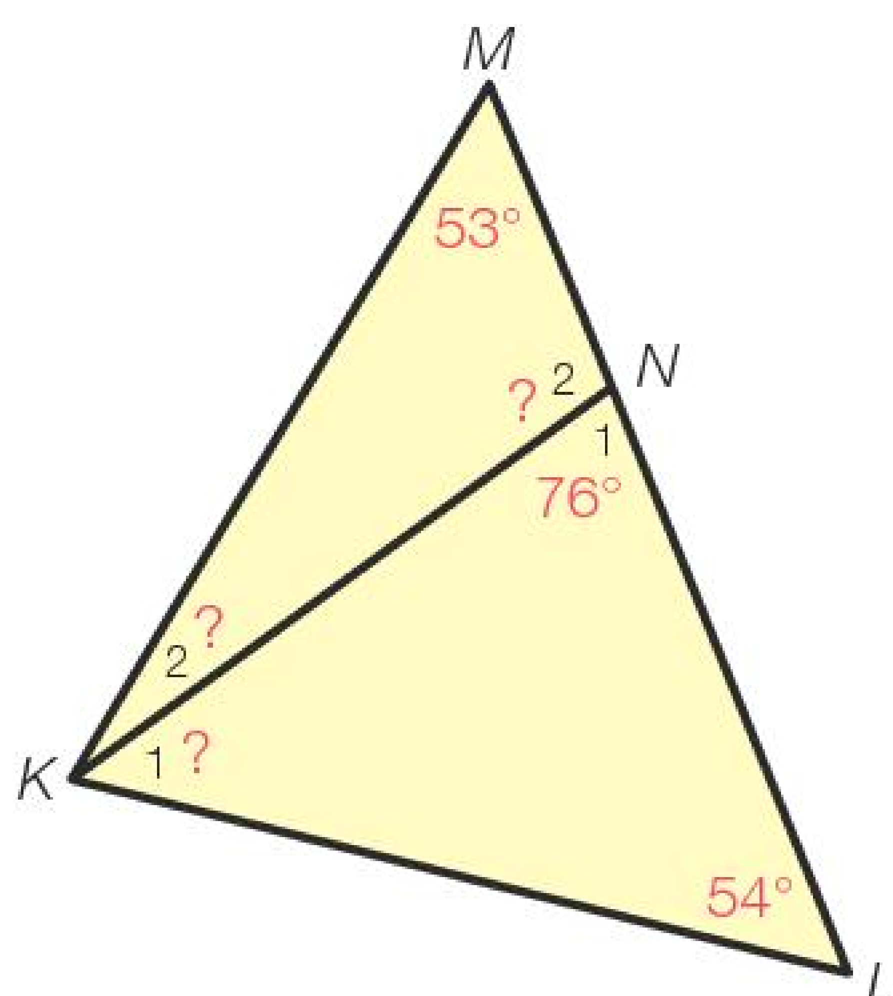
d Bereken $\angle D$.

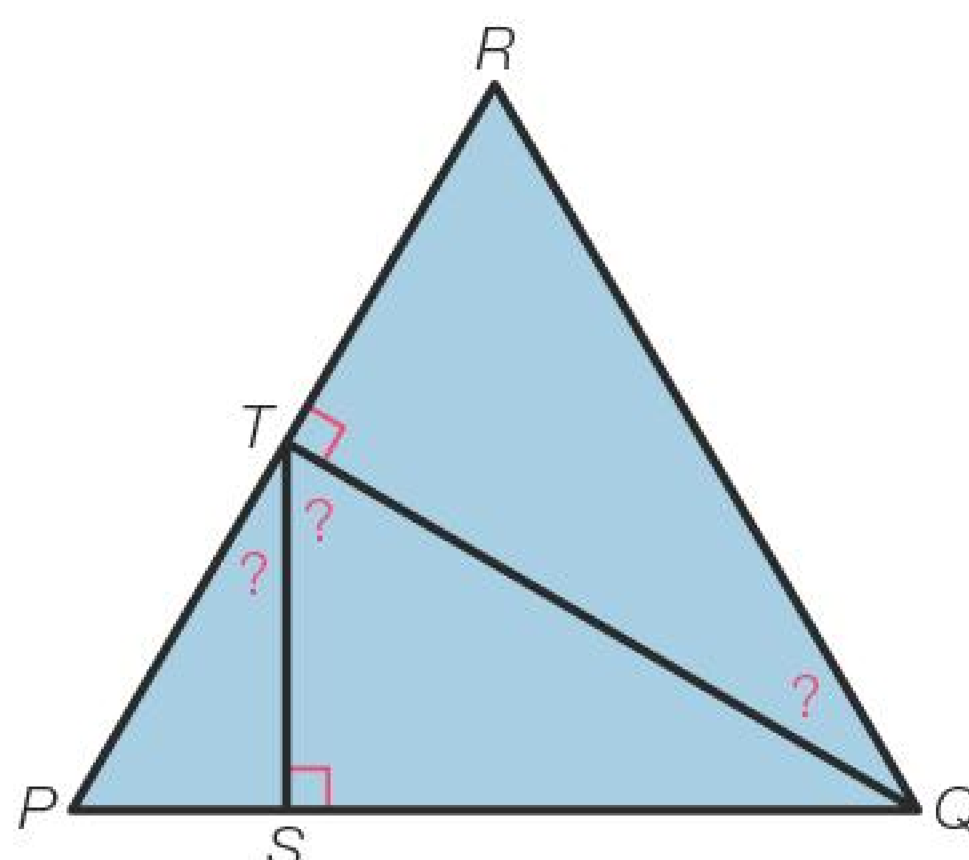


Bij dit soort opgaven kun je de tekeningen in je werkboek gebruiken om de graden in de hoeken te zetten.

Hoeken berekenen


61 [▸ WERKBOEK] Bereken in $\triangle KLM$ de hoeken met een vraagteken.






62 [▸ WERKBOEK] $\triangle PQR$ is een gelijkzijdige driehoek.

a Bereken $\angle RQT$.

b Bereken $\angle PTS$.

c Bereken $\angle STQ$.

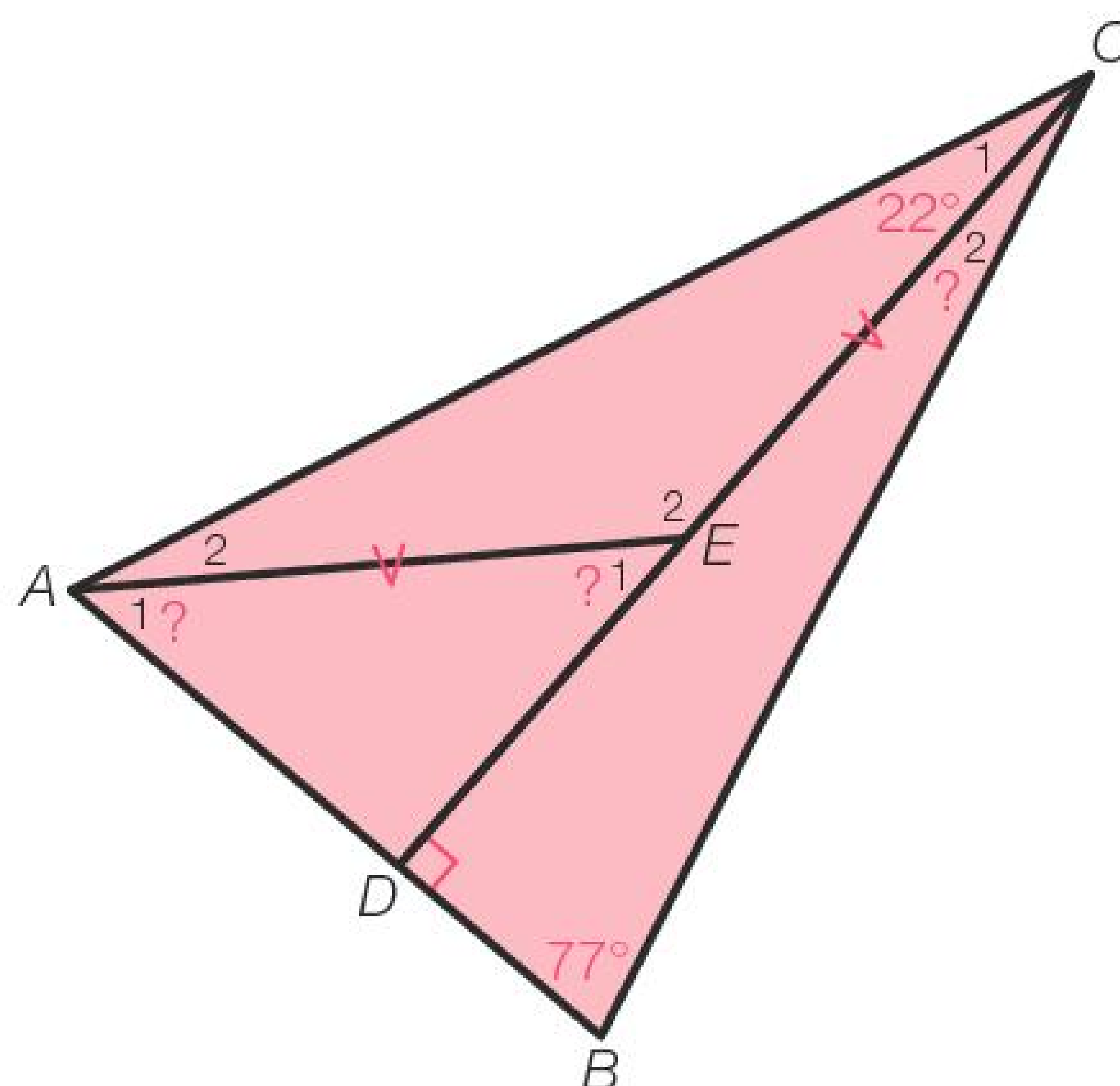
$\angle RQT$ is $\angle Q$ in $\triangle RQT$


63 [▸ WERKBOEK] In $\triangle ABC$ is $CE = AE$.

a Bereken $\angle C_2$.

b Bereken $\angle E_1$.

c Bereken $\angle A_1$.

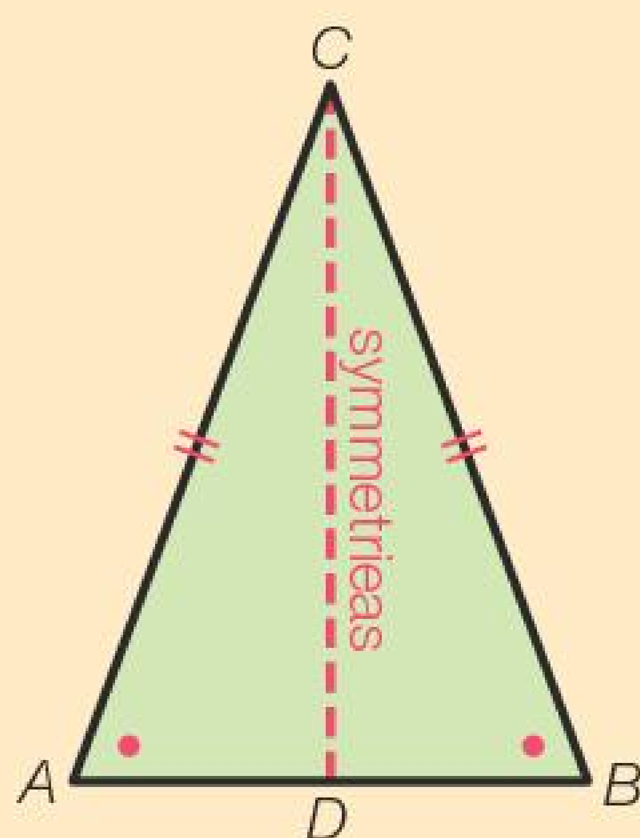


 © Noordhoff Uitgevers bv

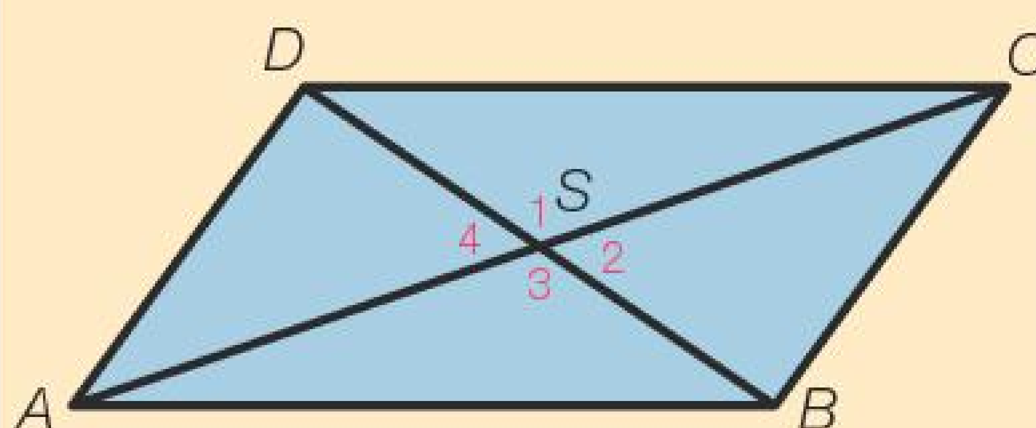
Theorie I Symmetrie

Er zijn drie soorten **symmetrie**.

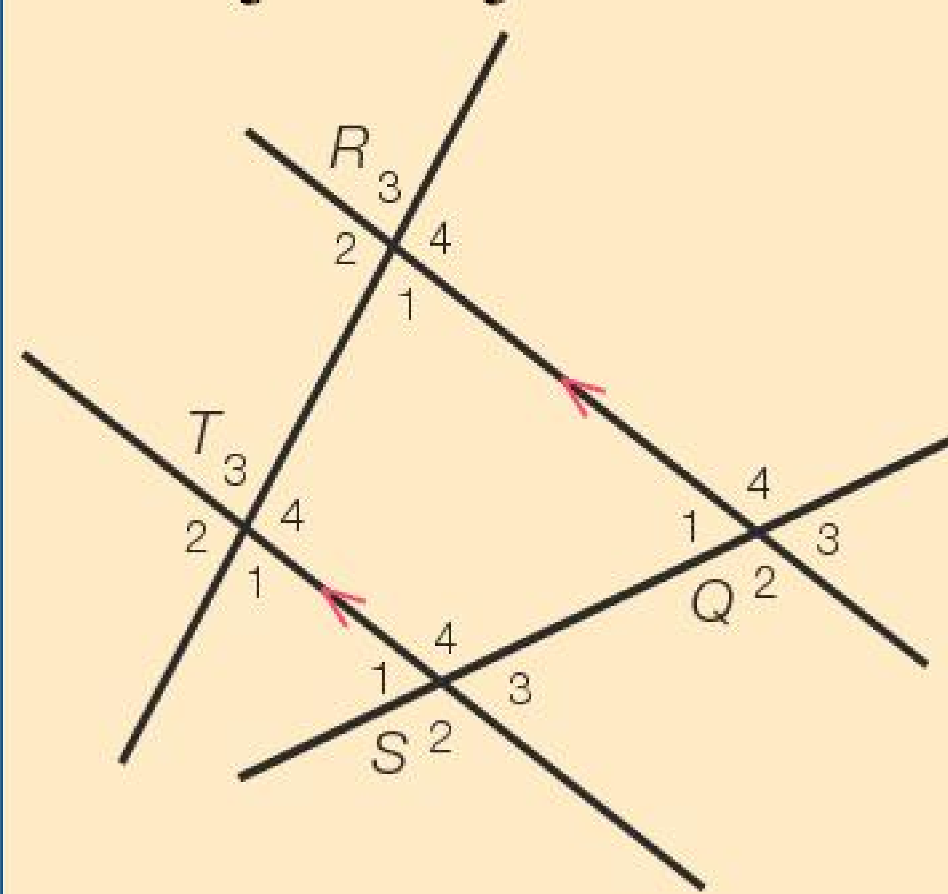
Lijnsymmetrie
In de gelijkbenige driehoek ABC is CD de **symmetrieas**.
$\angle A = \angle B$
$AC = BC$



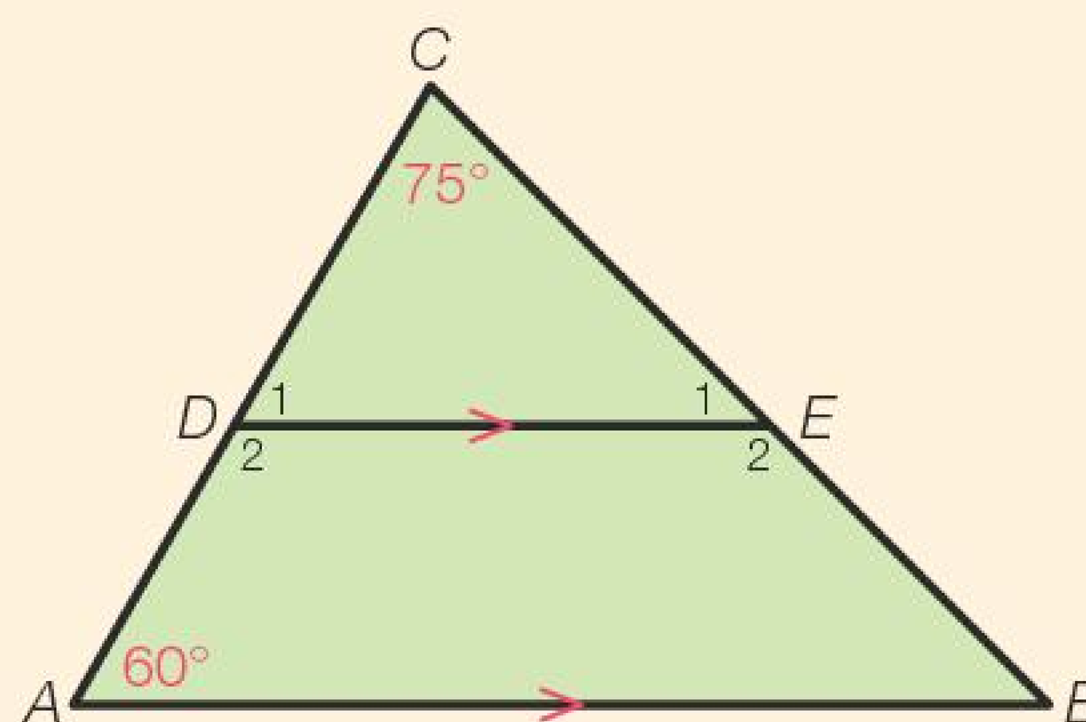
Draaisymmetrie
Punt S is het draaipunt in het parallellogram $ABCD$.
$\angle A = \angle C$ en $\angle B = \angle D$ Door draaisymmetrie weet je ook $\angle S_3 = \angle S_1$ en $\angle S_2 = \angle S_4$.
Het zijn overstaande hoeken.



Schuifsymmetrie
In de figuur is ST // QR.
Je kunt de hoeken bij S zo verschuiven dat ze precies passen op de hoeken bij Q.
De hoeken bij R passen op de hoeken bij T. Zo is bijvoorbeeld $\angle S_1 = \angle Q_1$ en $\angle T_3 = \angle R_3$.



Voorbeeld Hoeken berekenen met symmetrie



Opgave
In $\triangle ABC$ is AB // DE.
Bereken alle hoeken in de figuur.

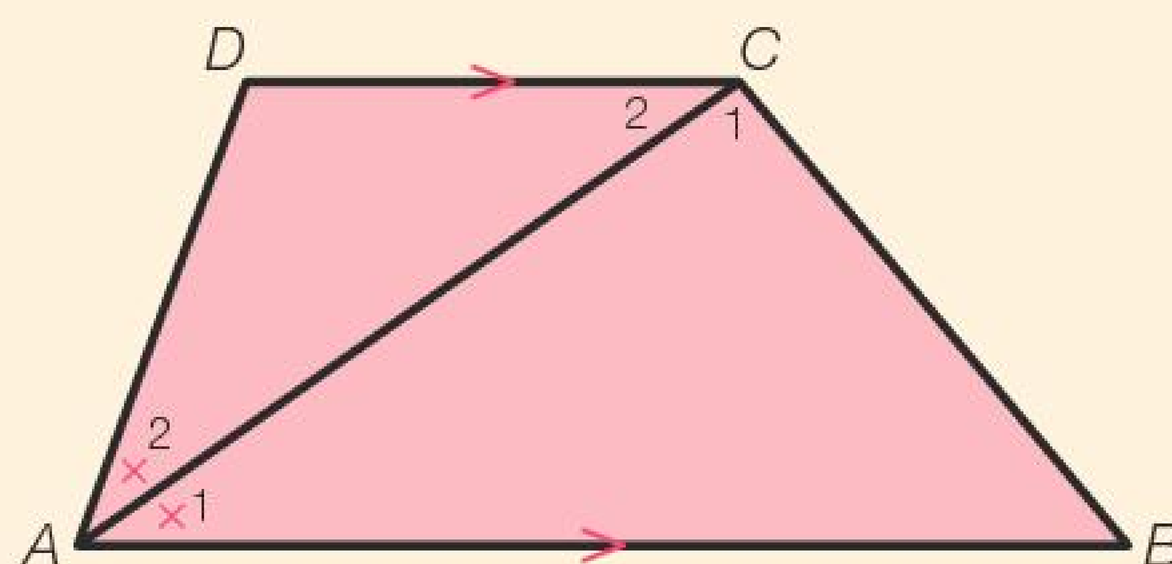
Aanpak
Bereken $\angle B$ in $\triangle ABC$.
AB // DE betekent AB is evenwijdig met DE.
Bij evenwijdige lijnen kun je schuifsymmetrie gebruiken, dus $\angle D_1 = \angle A$ en $\angle E_1 = \angle B$.
Bij D en E vind je gestrekte hoeken.

Uitwerking

$\angle B = 180 - 60 - 75 = 45°$
$\angle D_1 = \angle A = 60°$
$\angle D_2 = 180 - 60 = 120°$
$\angle E_1 = \angle B = 45°$
$\angle E_2 = 180 - 45 = 135°$

Trapezium

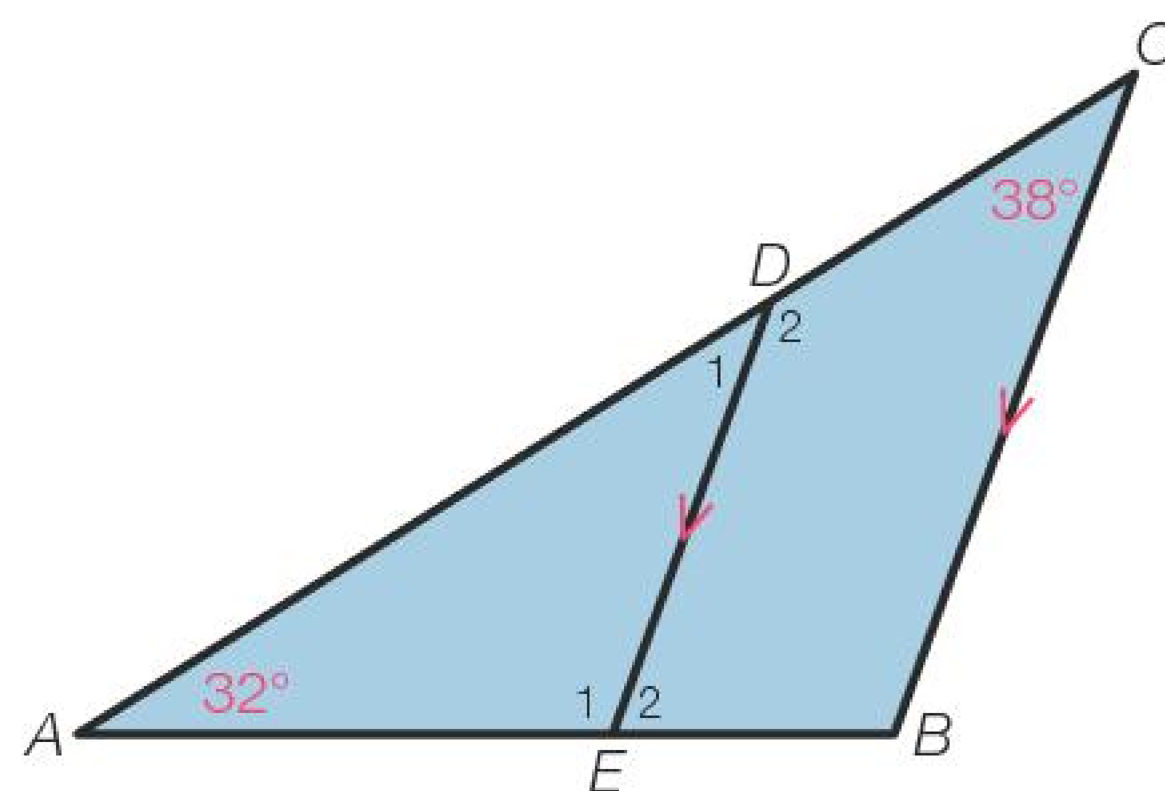
Test opgave [▶ 📖 WERKBOEK] In vierhoek $ABCD$ is $AB \,//\, DC$ en $\angle A_1 = \angle A_2$.
$\angle DAB = 70°$, $\angle B = 50°$ en $\angle C_2 = 35°$.
Bereken alle hoeken in de figuur.



Driehoeken

64 [▶ 📖 WERKBOEK]

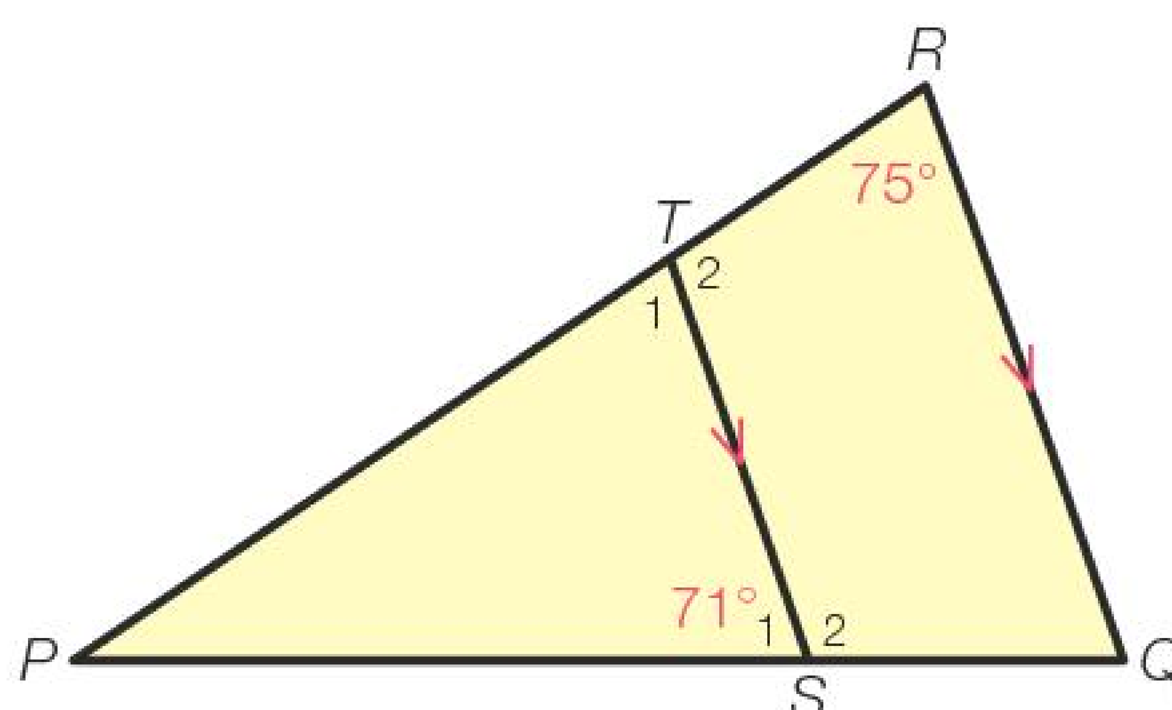
a Bereken $\angle B$ in $\triangle ABC$.
b Hoe zie je dat DE en BC evenwijdig zijn?
c Welk soort symmetrie kun je gebruiken bij evenwijdige lijnen?
d Bereken $\angle D_1$ en $\angle D_2$.
e Bereken $\angle E_1$ en $\angle E_2$.



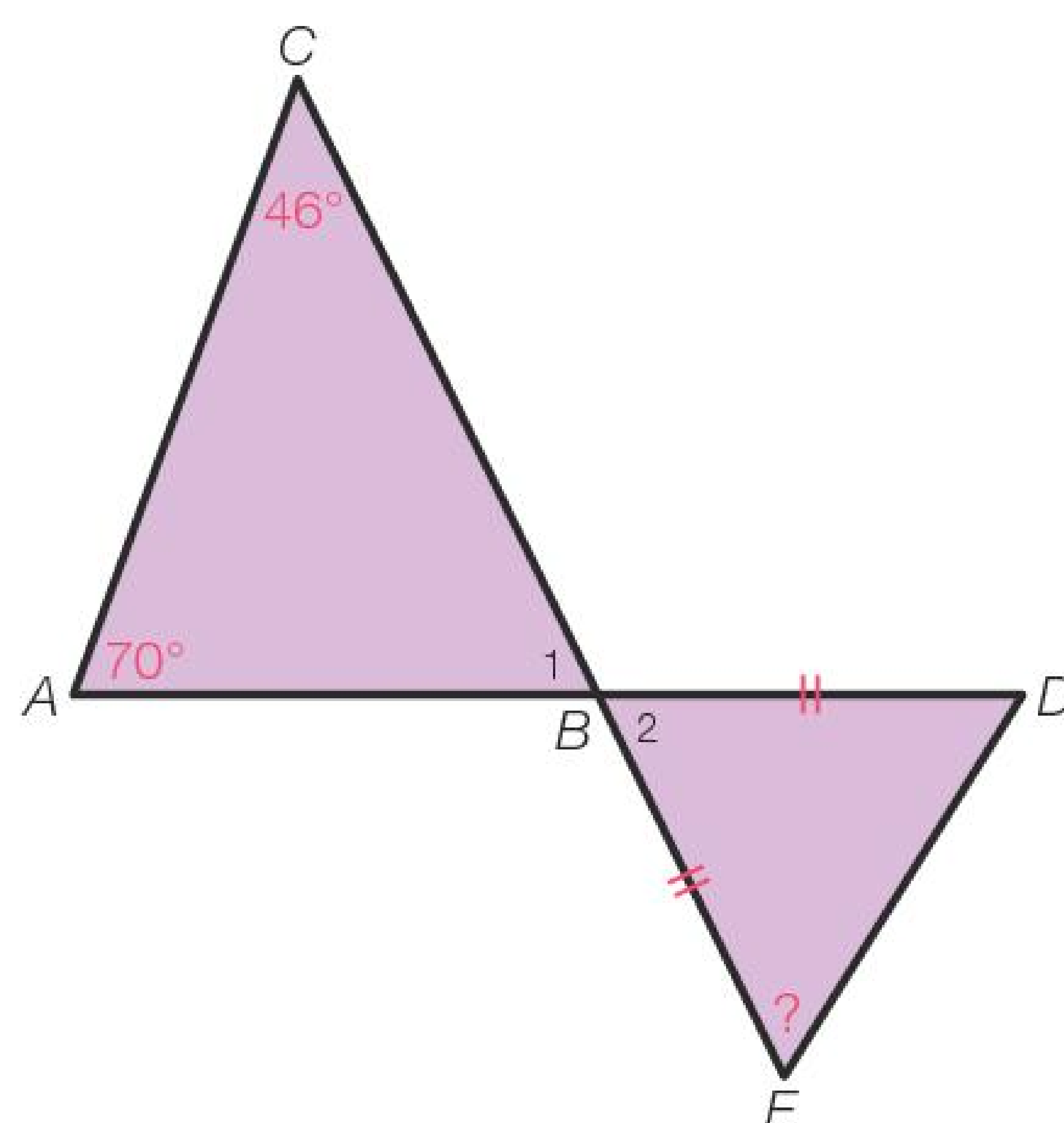
65 [▶ 📖 WERKBOEK] In $\triangle PQR$ is $QR \,//\, ST$.

a Welk soort symmetrie kun je gebruiken bij evenwijdige lijnen?
b Bereken $\angle T_1$ en $\angle Q$.
c Bereken $\angle T_2$ en $\angle S_2$.
d Bereken $\angle P$.

$QR \,//\, ST$ betekent QR is evenwijdig aan ST.



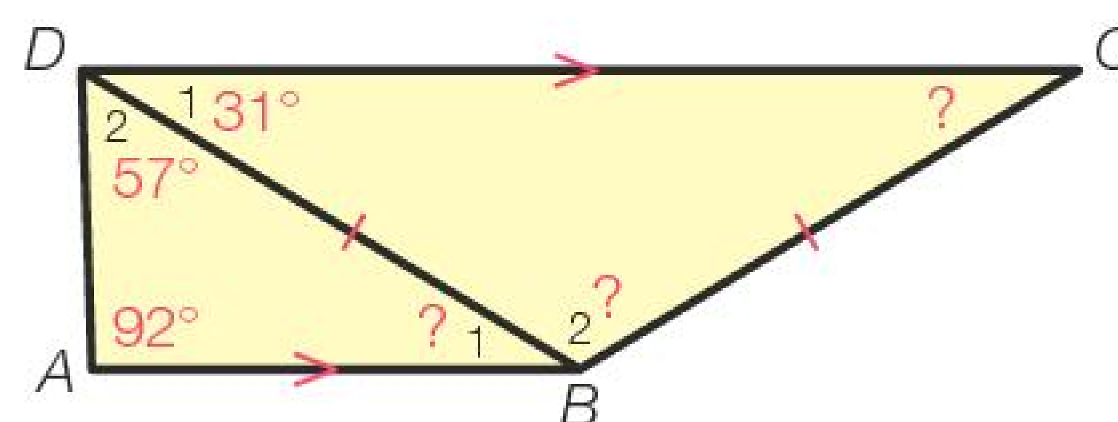
66 [▶ 📖 WERKBOEK] Bereken $\angle E$.



© Noordhoff Uitgevers bv

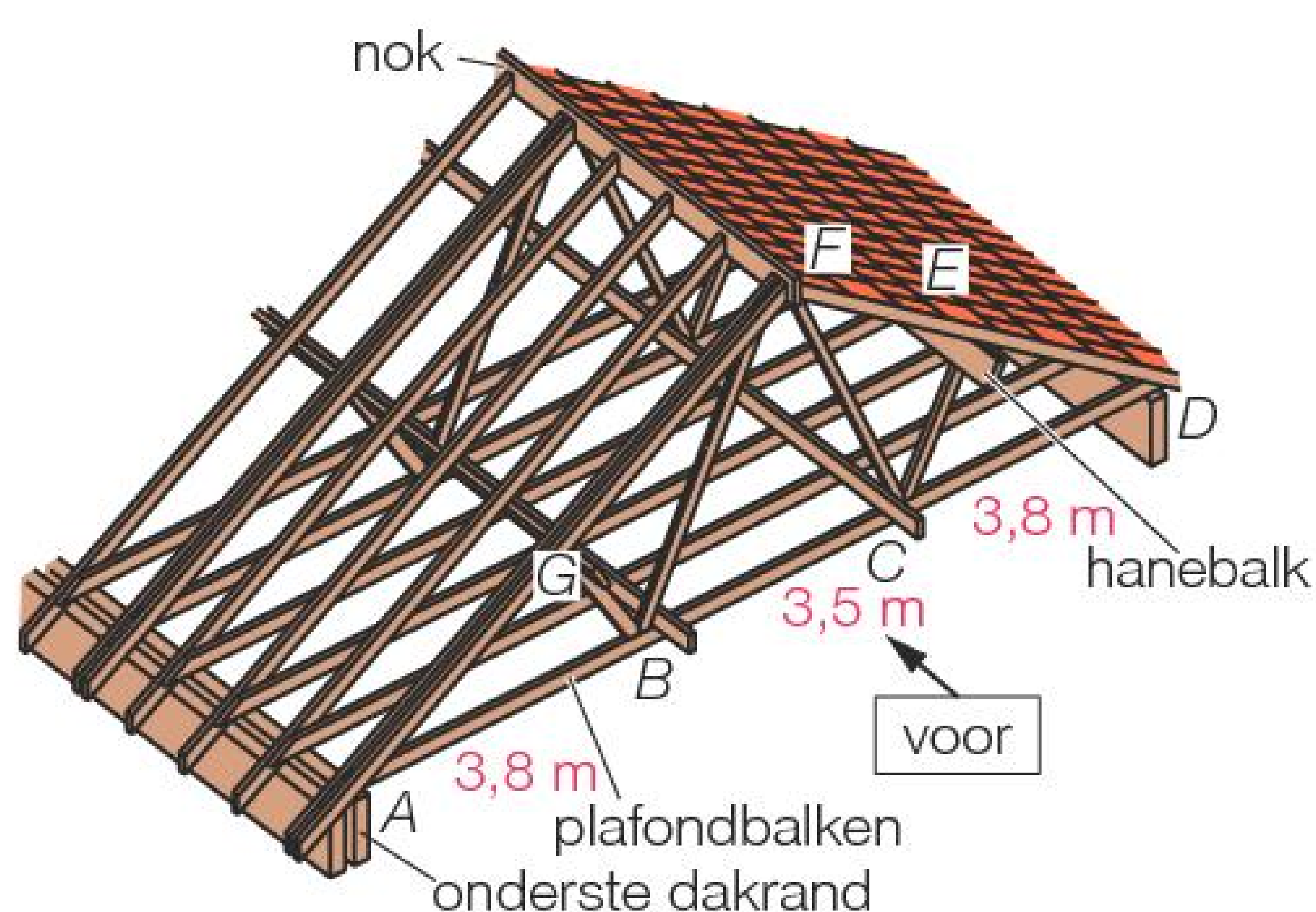
Vierhoek

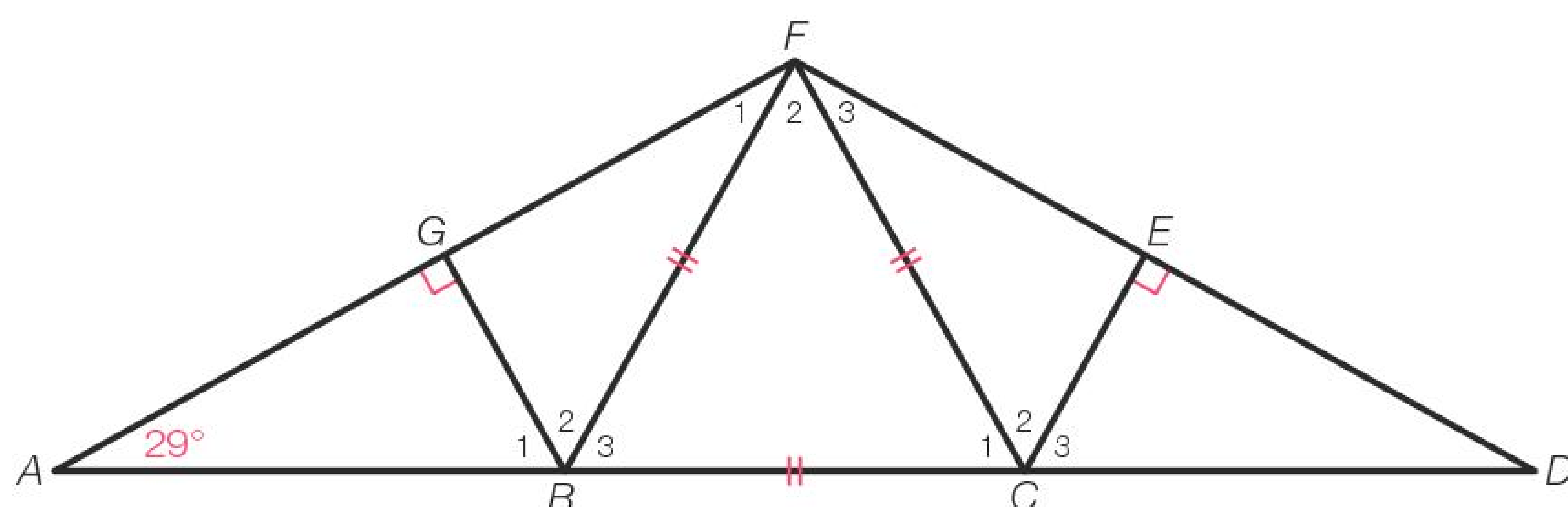
67 [▶ WERKBOEK] Bereken de hoeken met een vraagteken.



Dakspanten

68 [▶ WERKBOEK] In de dakspanten kun je veel driehoeken herkennen. Hieronder zie je het vooraanzicht getekend.
$\triangle BCF$ is een gelijkzijdige driehoek.
Bij punt G zijn rechte hoeken.
Het dak is symmetrisch en $\angle A = 29°$.





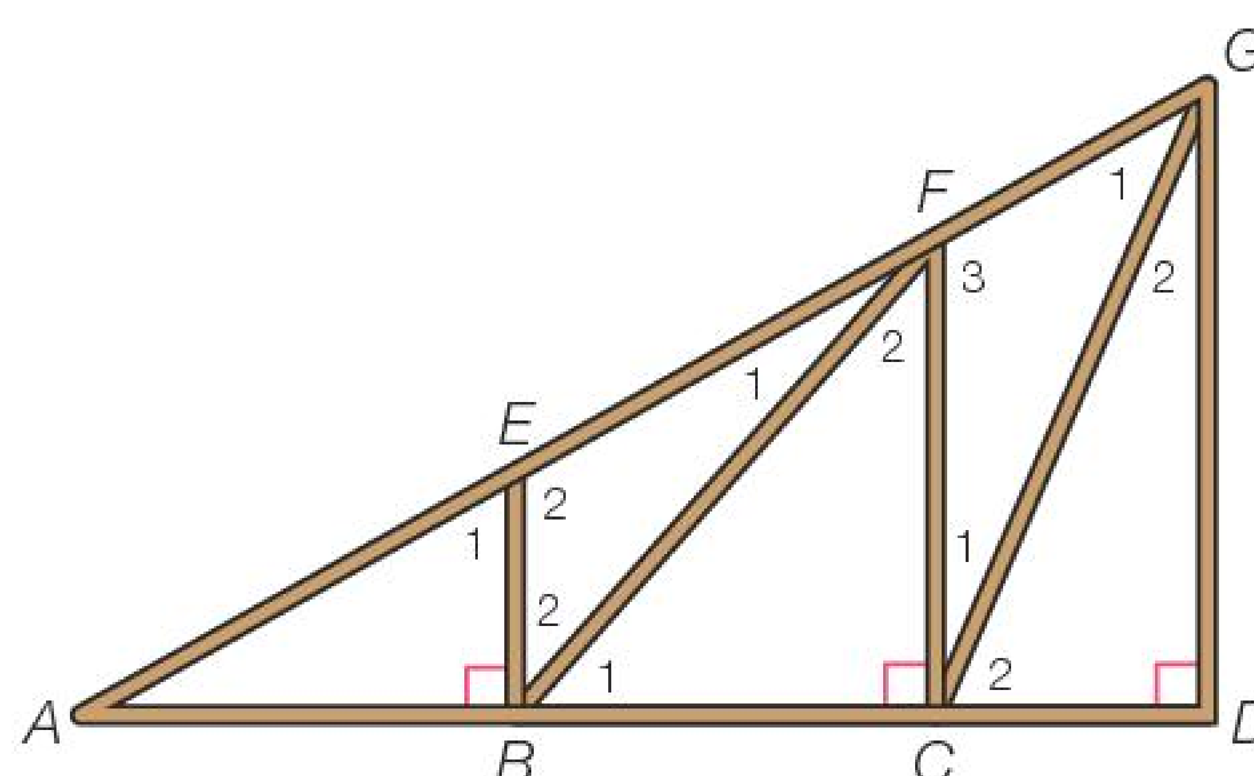
a Welke hoek is ook 29°?

b Bereken $\angle B_2$.

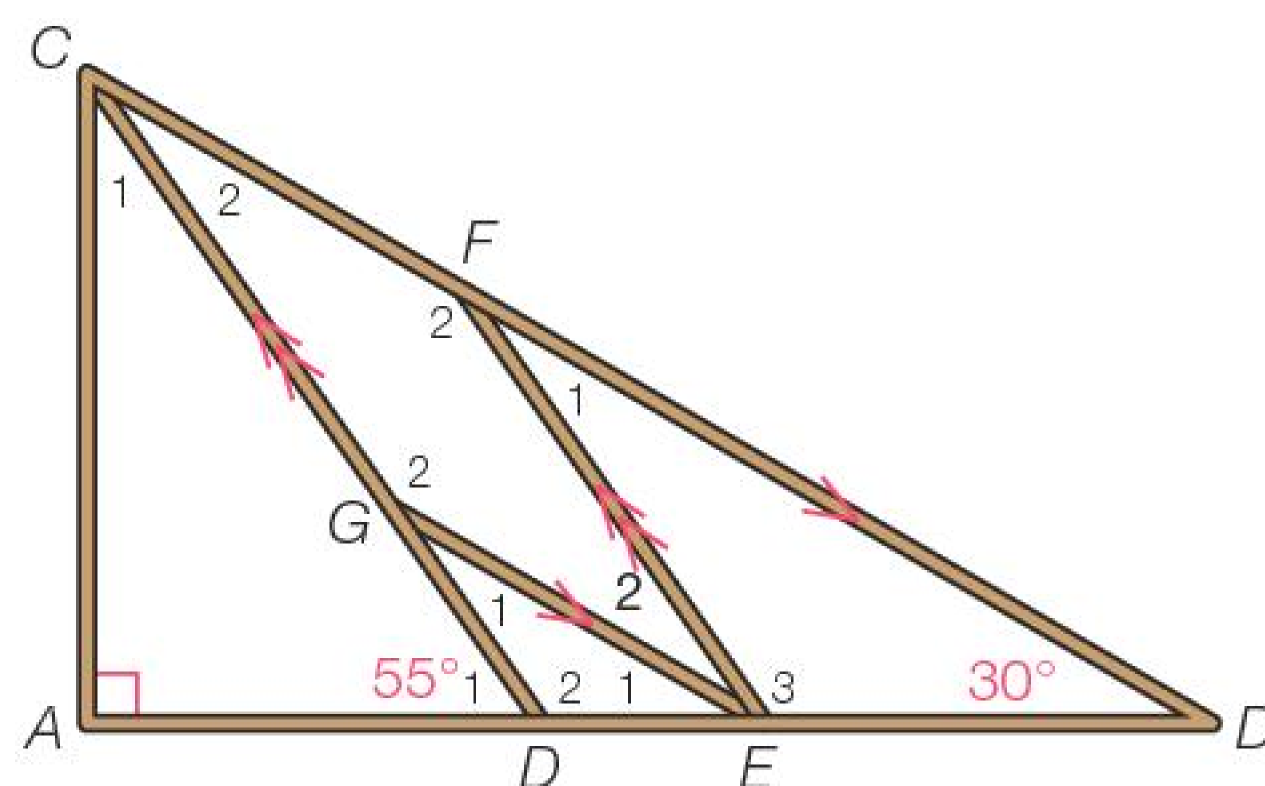
c Bereken $\angle F_3$.

d Bereken $\angle C_3$.

69 [▶ WERKBOEK] In de figuur hiernaast zie je een gedeelte van een ander dakspant.
$\angle A = 30°$, $\angle G_2 = 25°$ en $\angle B_1 = 50°$.
Bereken $\angle E_2$, $\angle F_1$ en $\angle C_1$.



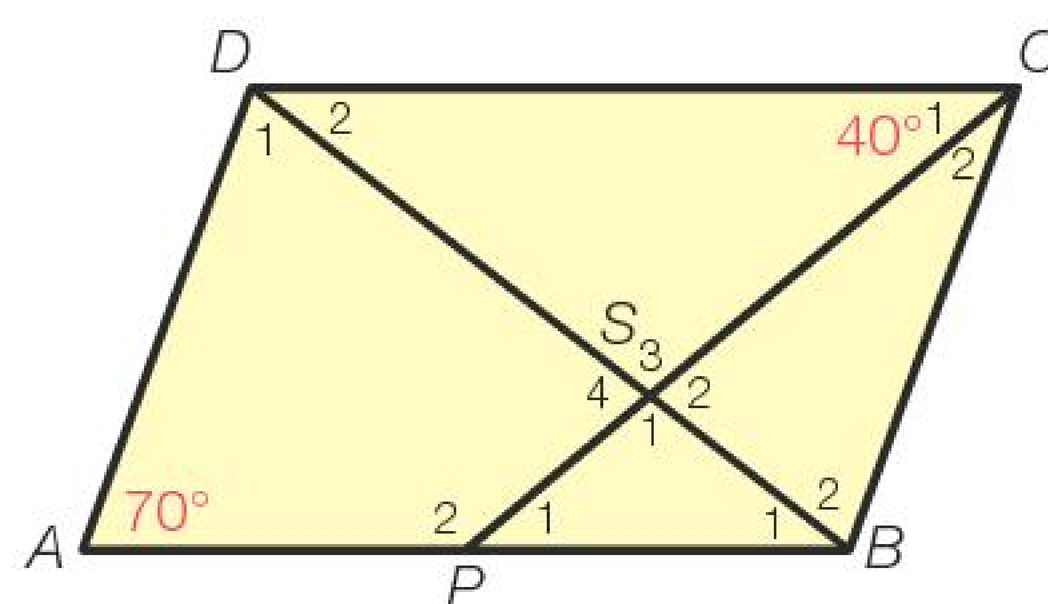
70 ✱ [▸ 📖 WERKBOEK] In de figuur hiernaast zie je een gedeelte van nog een ander dakspant.
Bereken $\angle C_2$, $\angle E_3$ en $\angle G_2$.



Parallellogram

71 ✱ [▸ 📖 WERKBOEK] Vierhoek $ABCD$ is een parallellogram.

a Bereken $\angle D_{12}$.
b Bereken $\angle P_1$ en $\angle P_2$.
c Van $\triangle ABD$ is $AB = BD$.
Bereken $\angle D_1$ en $\angle B_1$.
d Bereken $\angle S_1$.
e Waarom is $\triangle DSC$ een gelijkbenige driehoek?



Rekenbreak



Bereken.
9 : 1,5
150 : 2,5

In Alphen aan den Rijn is op een maandag in juli 181 millimeter neerslag gevallen. Dat is 2,5 keer zoveel als normaal in de hele maand juli. Het leidde tot veel overlast.
Hoeveel neerslag valt er normaal in Alphen aan de Rijn in juli?



Woordenlijst

- deellijn
- draaisymmetrie
- gelijkbenige driehoek
- gelijkzijdige driehoek
- gestrekte hoek
- lijnsymmetrie
- schuifsymmetrie

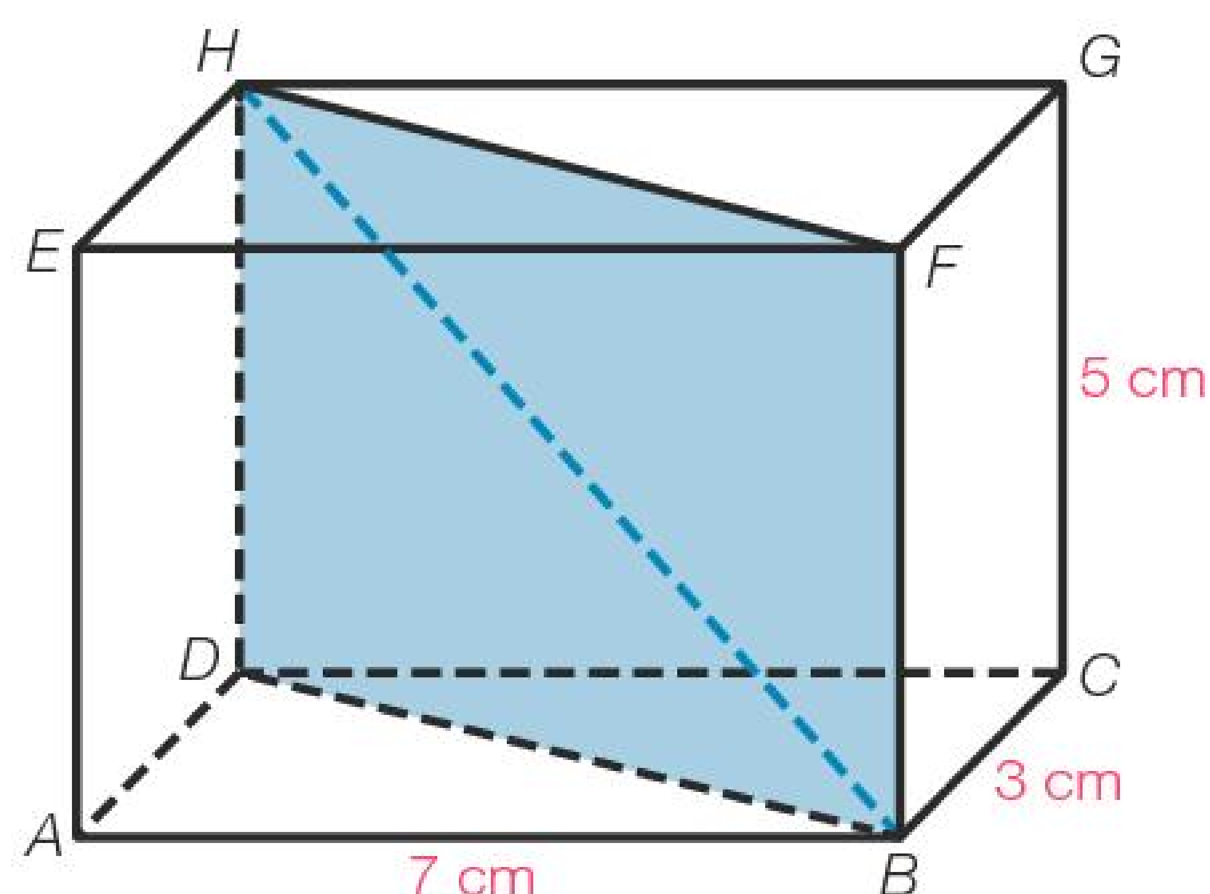
© Noordhoff Uitgevers bv

3.7 [VMBO-GT] Berekeningen in de ruimte



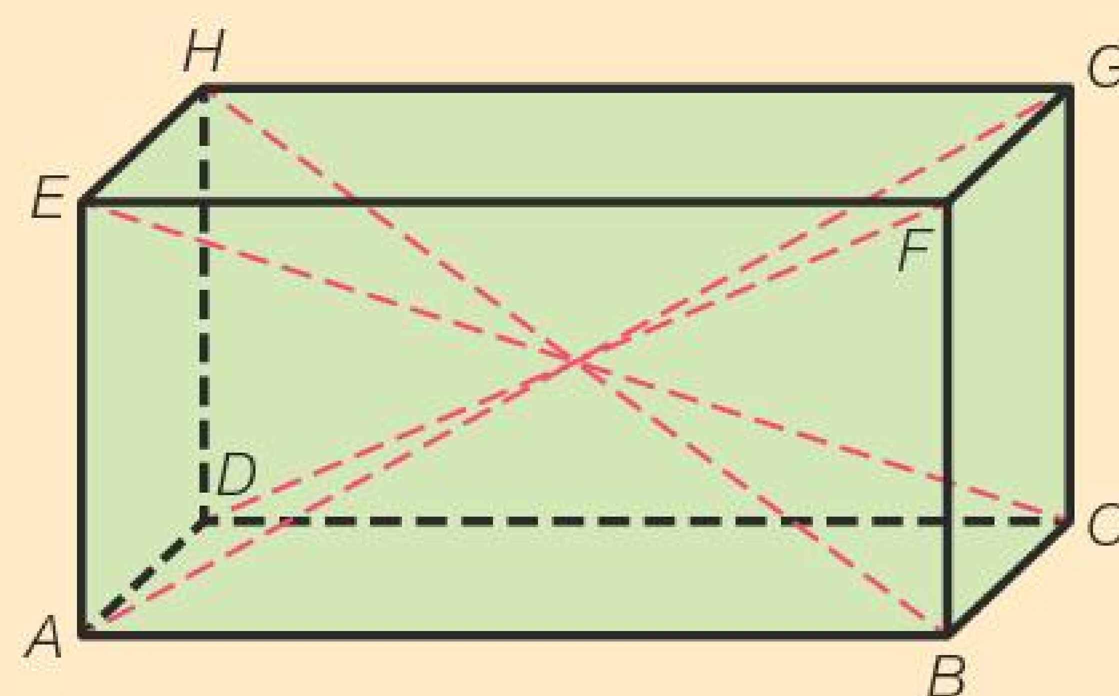
Balk

72 a In welk diagonaalvlak ligt BH?
b Maak een schets van dat vlak.
c Bereken FH. Rond af op één decimaal.
d Bereken BH. Rond af op één decimaal.



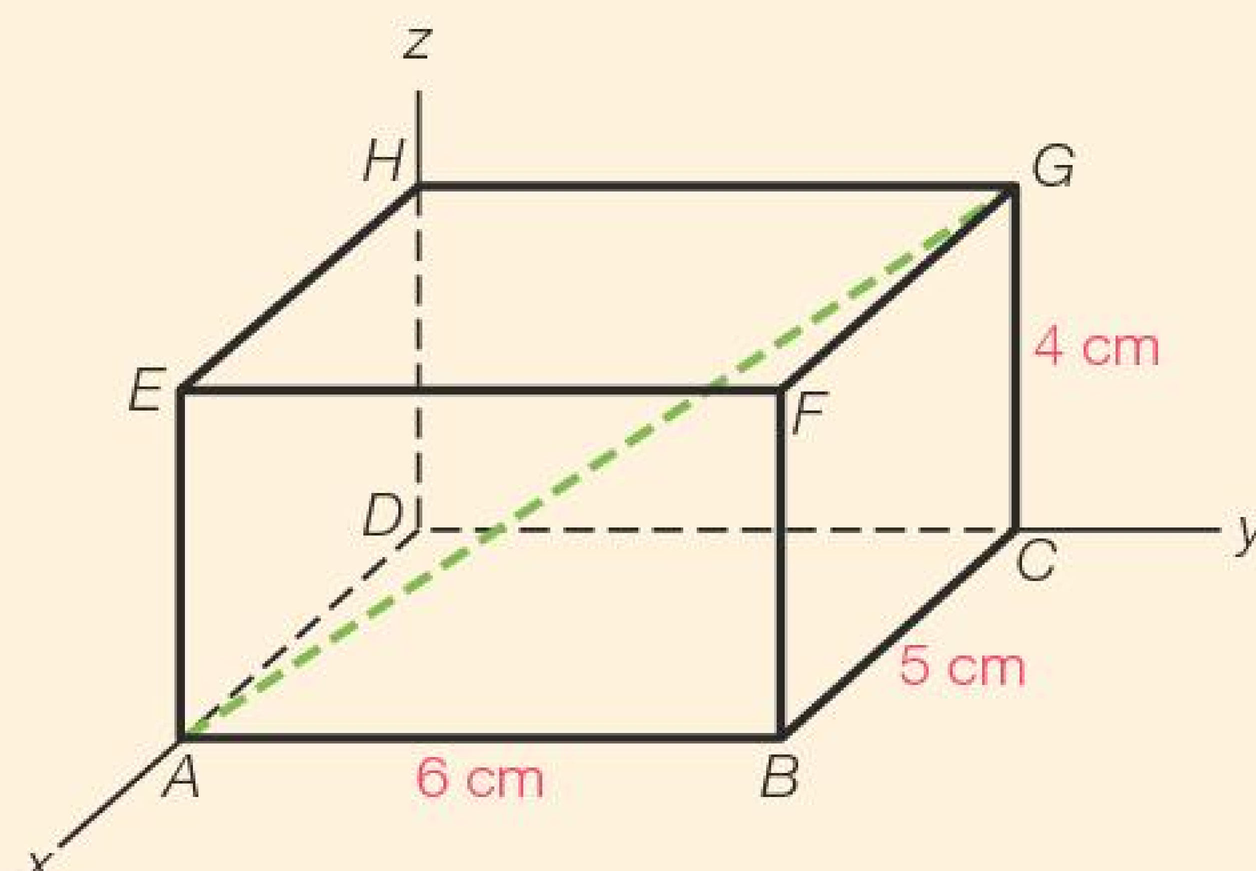
Theorie J [VMBO-GT] Pythagoras en goniometrie in de ruimte

Een balk en een kubus hebben vier **lichaamsdiagonalen**. Die gaan van een hoekpunt naar het hoekpunt er schuin tegenover. In de balk hiernaast zijn alle vier de lichaamsdiagonalen getekend: AG, BH, CE en DF. De vier lichaamsdiagonalen zijn even lang.
De lengte van een lichaamsdiagonaal kun je snel berekenen met de **verlengde stelling van Pythagoras**.
Om een hoek te berekenen met goniometrie zoek je altijd een rechthoekige driehoek.



Voorbeeld Lichaamsdiagonaal en goniometrie

Opgave
Hiernaast zie je een tekening van balk $ABCD\ EFGH$ in een assenstelsel.
De maten staan erbij.
a Bereken AG. Rond af op één decimaal.
b Bereken $\angle CAG$.

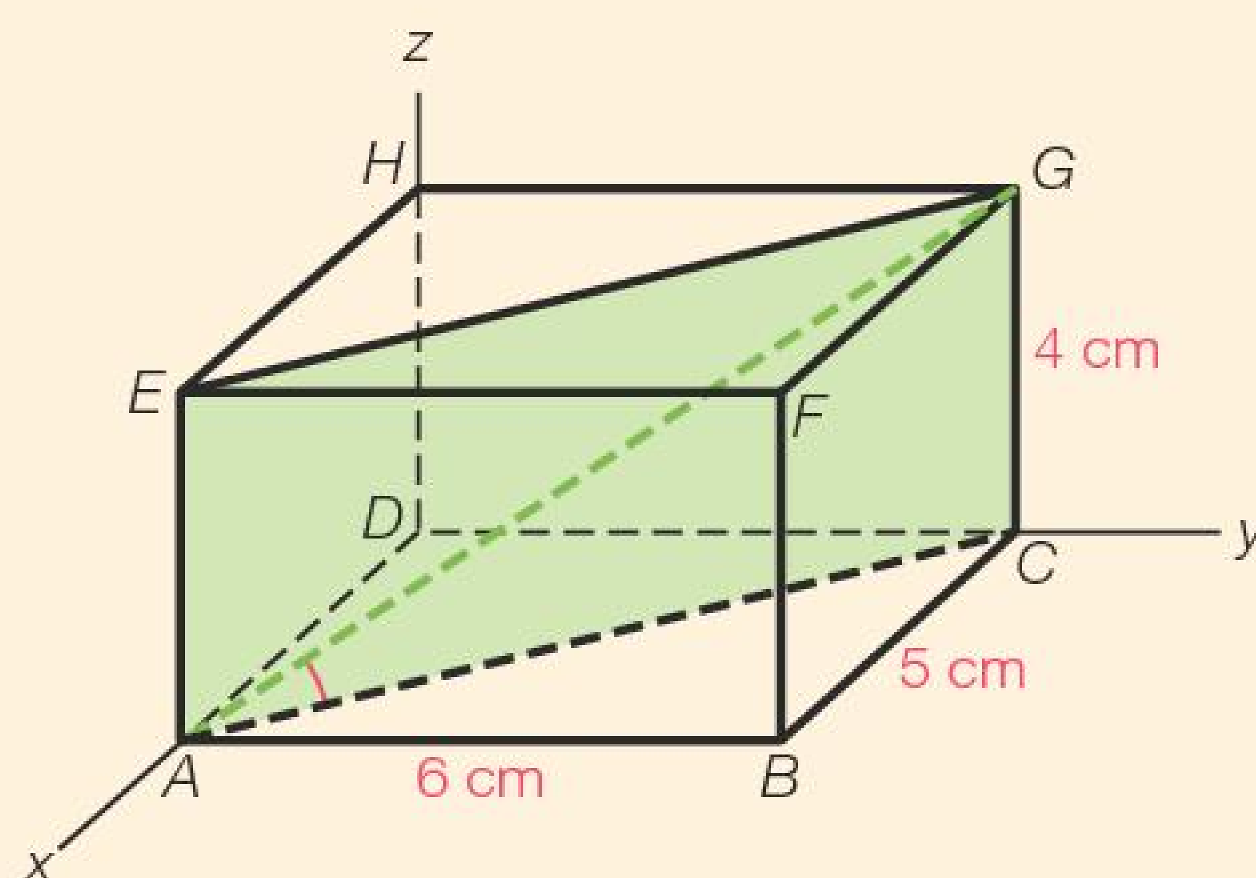


© Noordhoff Uitgevers bv

Aanpak

a Ga van A naar G via drie ribben.
Bijvoorbeeld $AB \rightarrow BC \rightarrow CG$.
De lengte van deze drie ribben gebruik je om AG te berekenen.

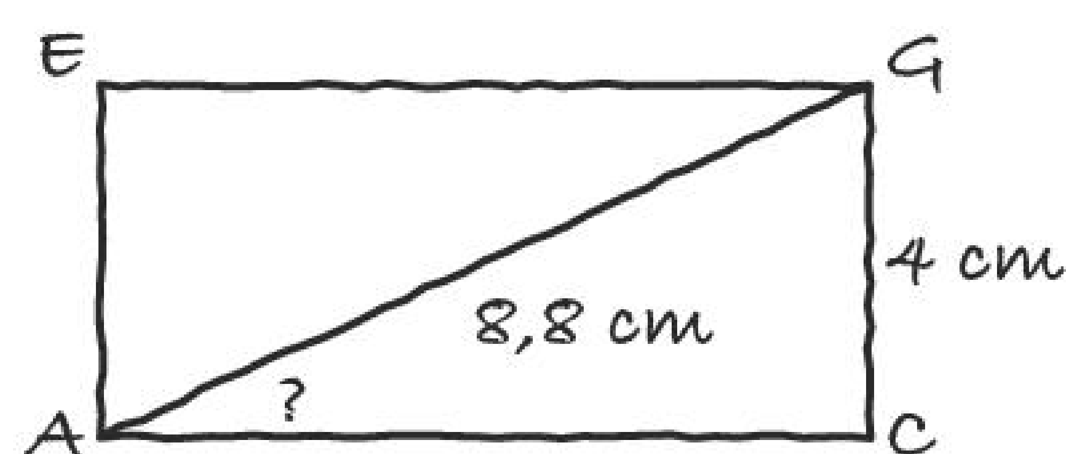
b $\angle CAG$ ligt in diagonaalvlak $ACGE$.
Maak een schets van dat diagonaalvlak.
Teken AG.
Van $\angle CAG$ weet je de **o**verstaande rechthoekszijde en de **s**chuine zijde, **SOS**, gebruik dus sinus.



Uitwerking

a
$\text{rhz}^2 = 36$
$\text{rhz}^2 = 25$
$\text{rhz}^2 = 16$ +
$\text{sz}^2 = 77$
$\text{sz} = \sqrt{77} = 8{,}774...$
$AG = 8{,}8$ cm

b $\sin \angle CAG = \frac{4}{8{,}8}$
$\angle CAG = 27°$



GT

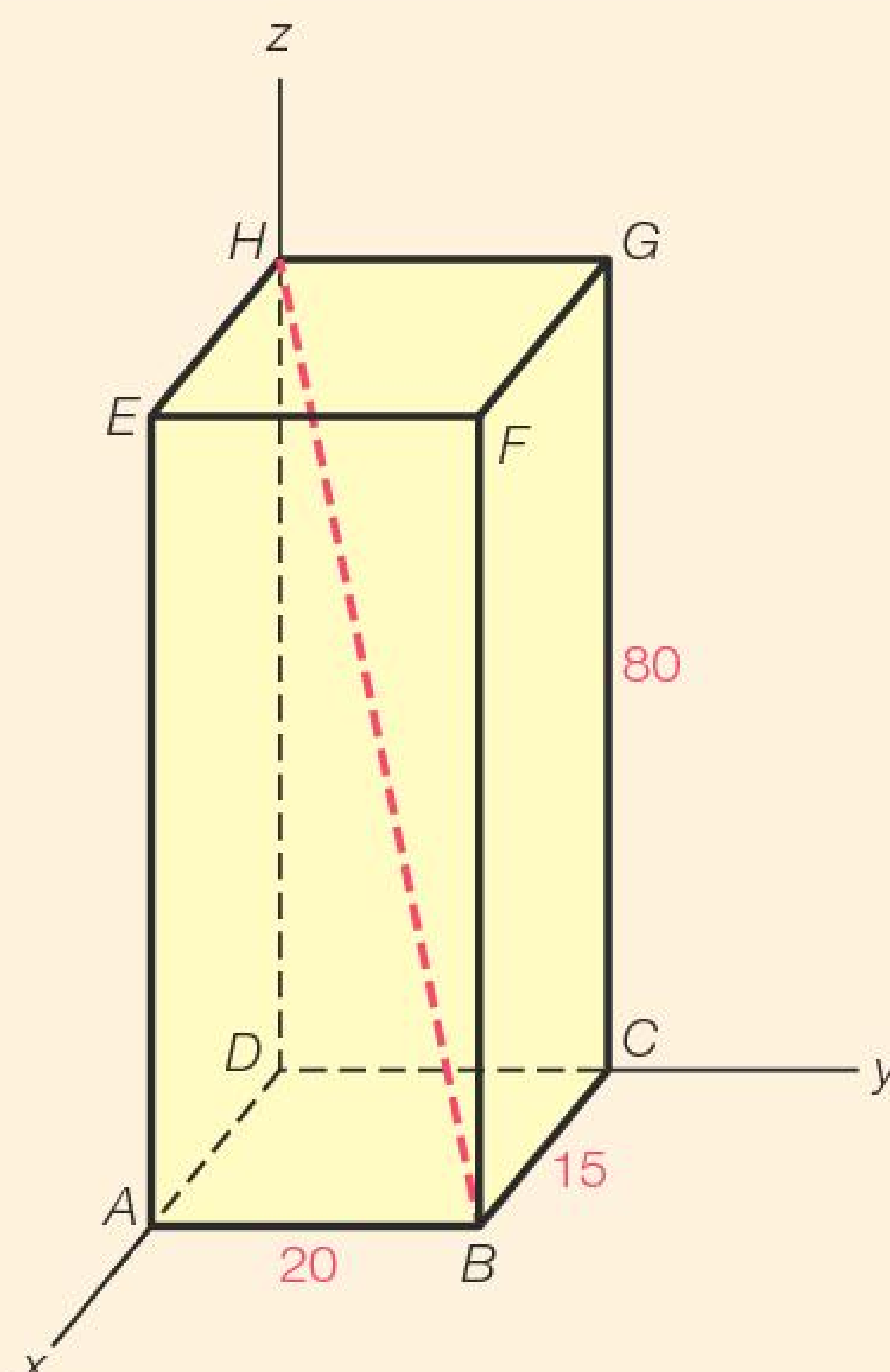
Test opgave

Lichaamsdiagonaal en hoek

Hiernaast zie je een tekening van balk $ABCD\ EFGH$ in een assenstelsel. De maten in centimeters staan erbij.

a Bereken BH met de verlengde stelling van Pythagoras.

b Bereken $\angle DBH$.



© Noordhoff Uitgevers bv

Verlengde Pythagoras

73 

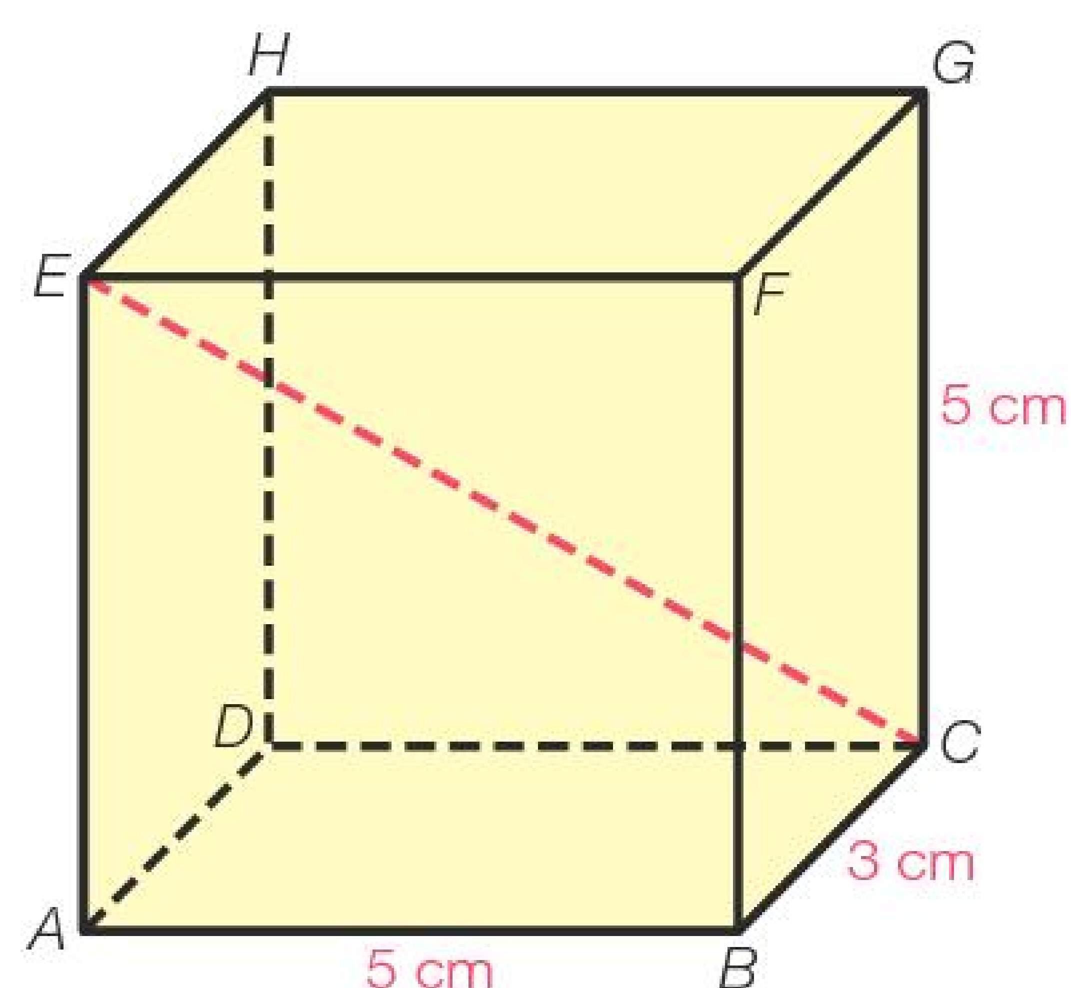
a Over welke drie ribben kun je van hoekpunt C naar hoekpunt E? Hoe lang zijn die ribben?

b Bereken de kwadraten van die ribben en tel ze op.

c Kies drie andere ribben om van hoekpunt C naar hoekpunt E te gaan. Hoe lang zijn die ribben?

d Bereken de kwadraten van die ribben en tel ze op.

e Zijn de antwoorden van vraag b en vraag d gelijk?
Zo ja, dan heb je het goed gedaan. Zo nee, zoek uit waar de fout zit.



74 

Gebruik de balk van de vorige opgave.
Bereken de lengte van CE. Gebruik de verlengde stelling van Pythagoras. Rond af op één decimaal.

rhz^2 =
rhz^2 =
rhz^2 =
______ +
? sz^2 =
sz = $\sqrt{...}$ = ...
CE =...cm

Hoek berekenen

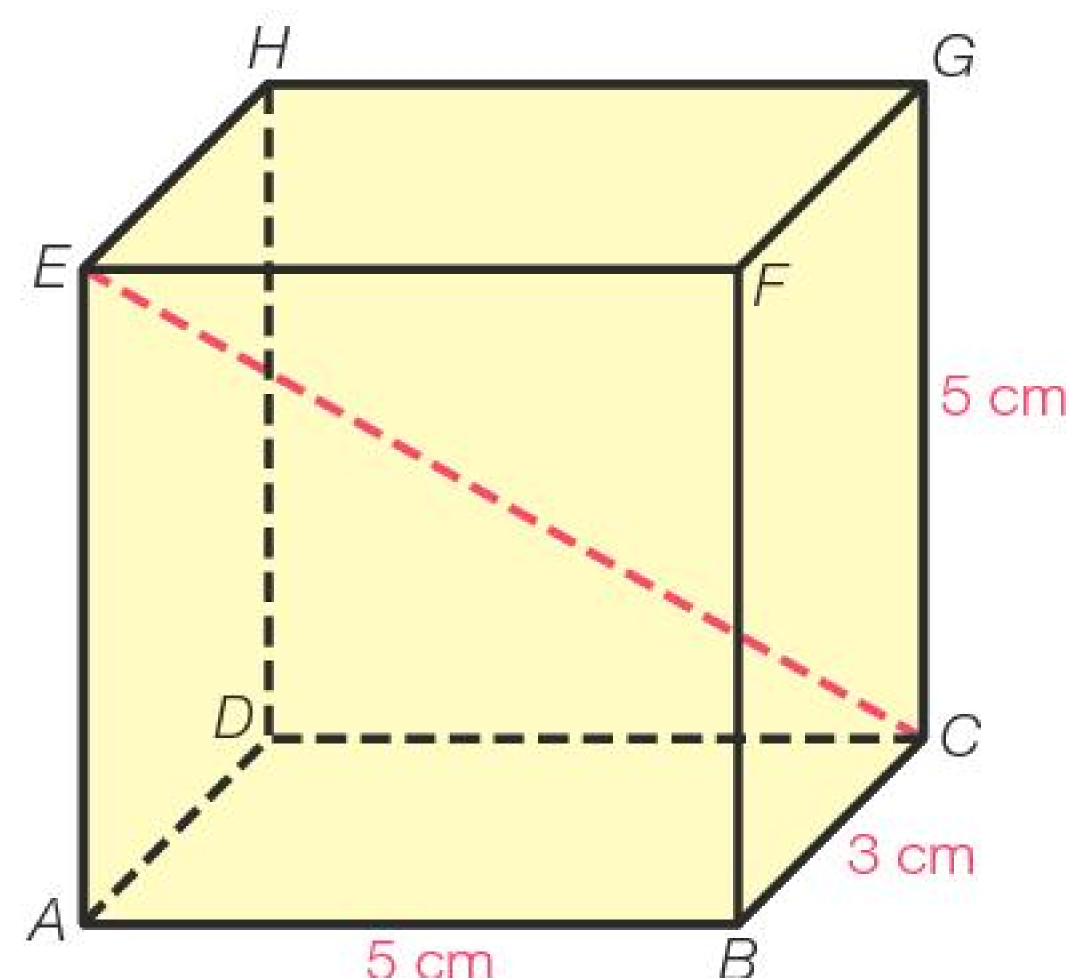
75 

a Maak een schets van diagonaalvlak $ACGE$.

b Teken CE in de schets. Zet alle maten erbij die je weet. Gebruik ook het antwoord van de vorige opgave.

c Zet een vraagteken in $\angle AEC$.

d Bereken $\angle AEC$. Gebruik de cosinus.



76 

Hiernaast zie je een balk in een driedimensionaal assenstelsel. De maten zijn in centimeters.

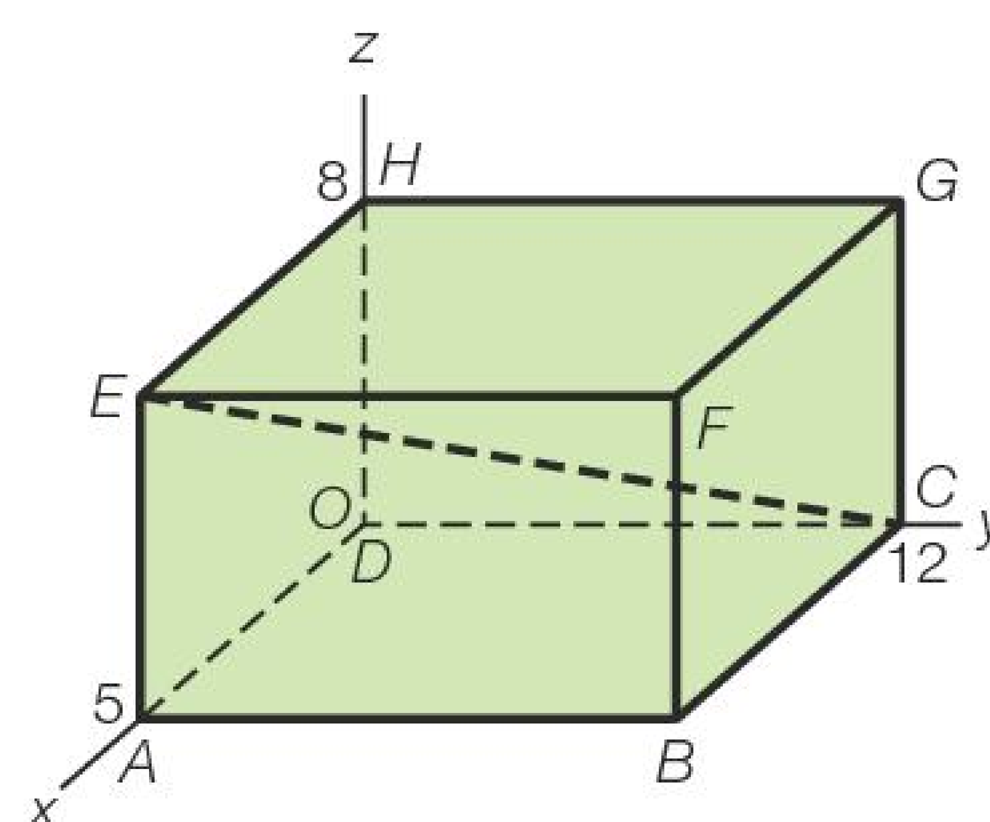
a Hoe lang zijn de ribben AB, BC en AE?

b Bereken de lengte van CE. Rond af op één decimaal.

c In welk diagonaalvlak ligt $\angle ACE$?

d Maak een schets van dit diagonaalvlak.

e Bereken $\angle ACE$.



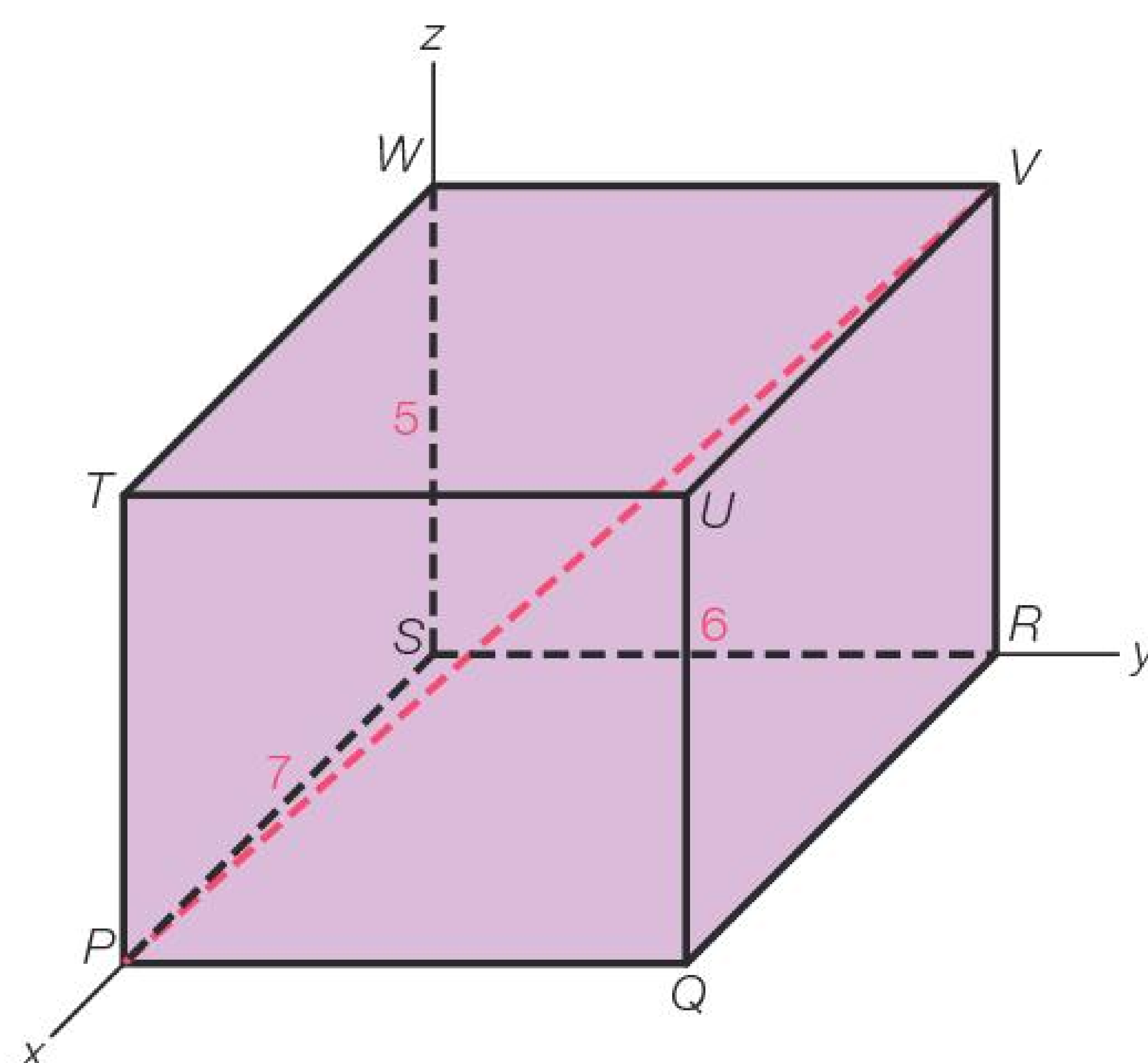
© Noordhoff Uitgevers bv

Lichaamsdiagonaal en hoek

77 Hiernaast zie je een tekening van balk *PQRS TUVW* in een assenstelsel. De maten in centimeters staan erbij.

a Bereken de lengte van *PV*. Rond af op één decimaal.

b Bereken $\angle PVR$.



Zonder tekening

78
a Bereken de lichaamsdiagonaal van kubus *ABCD EFGH* met ribben van 12 cm.

b Bereken $\angle DBH$.

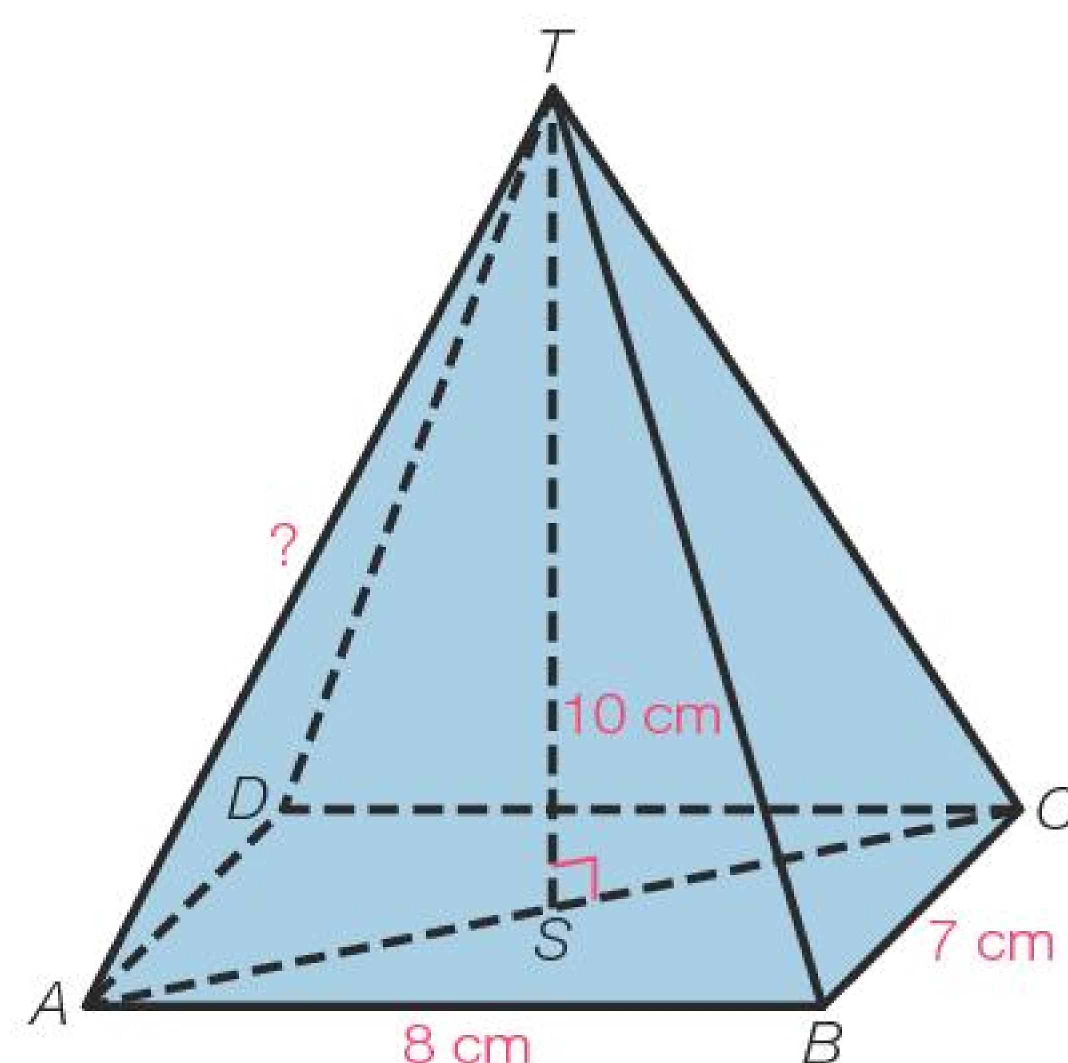
Piramide

79 Piramide *T ABCD* heeft een rechthoekig grondvlak. $AB = 8$ cm, $BC = 7$ cm en de hoogte $ST = 10$ cm.

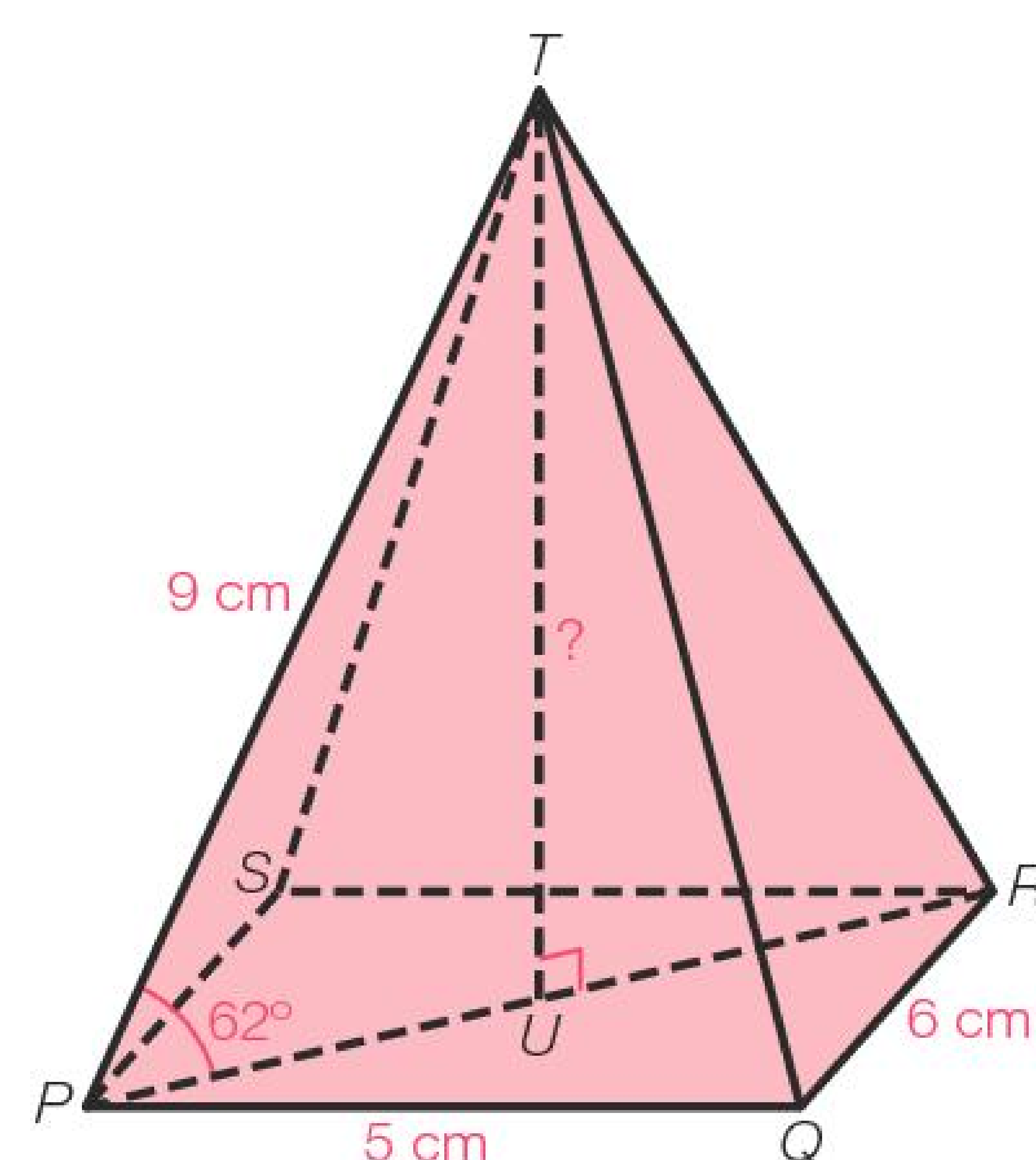
a Bereken *AC*. Rond af op twee decimalen.

b Bereken *AS*. Rond af op één decimaal.

c Bereken $\angle SAT$.



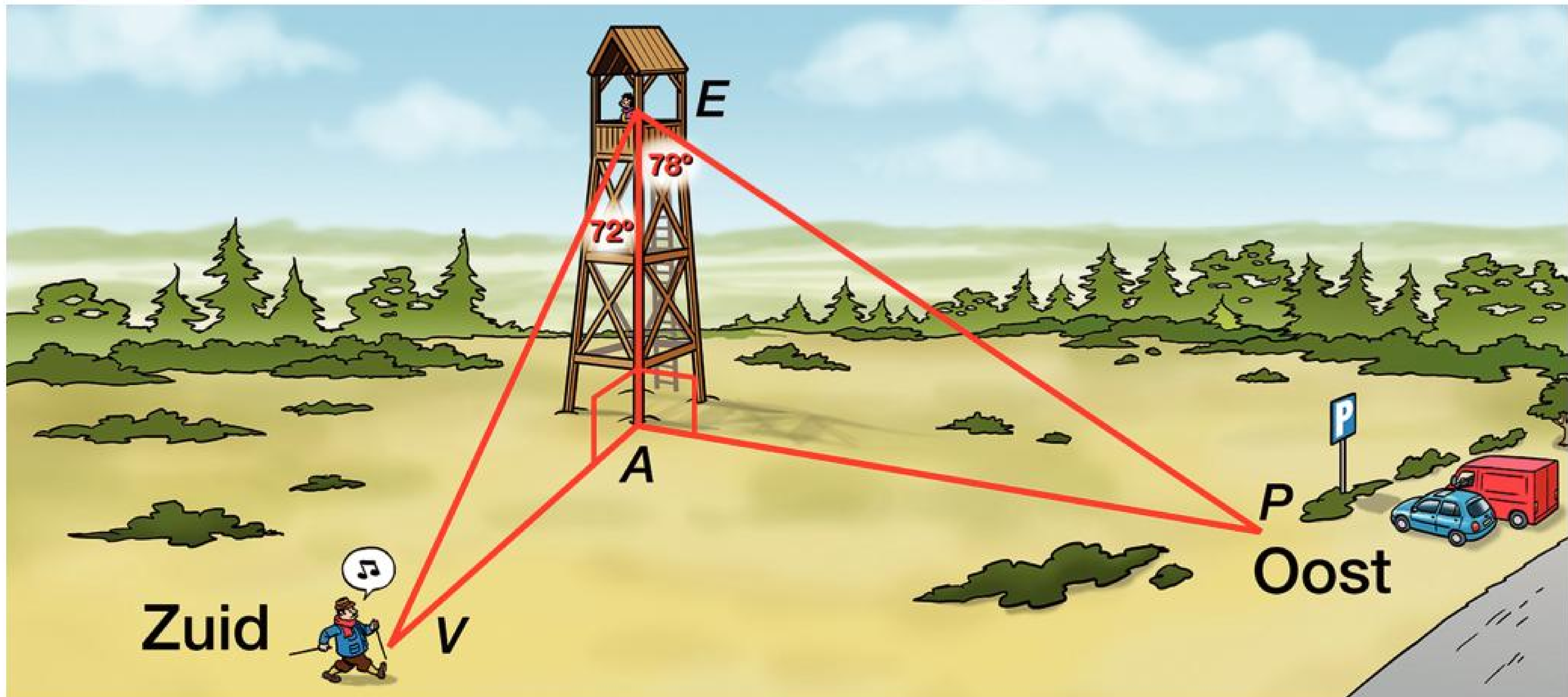
80 Piramide *T PQRS* heeft een rechthoekig grondvlak. $PQ = 5$ cm, $QR = 6$ cm, $PT = 9$ cm en $\angle TPR = 62°$.
Bereken de hoogte *TU*.
Rond af op één decimaal.

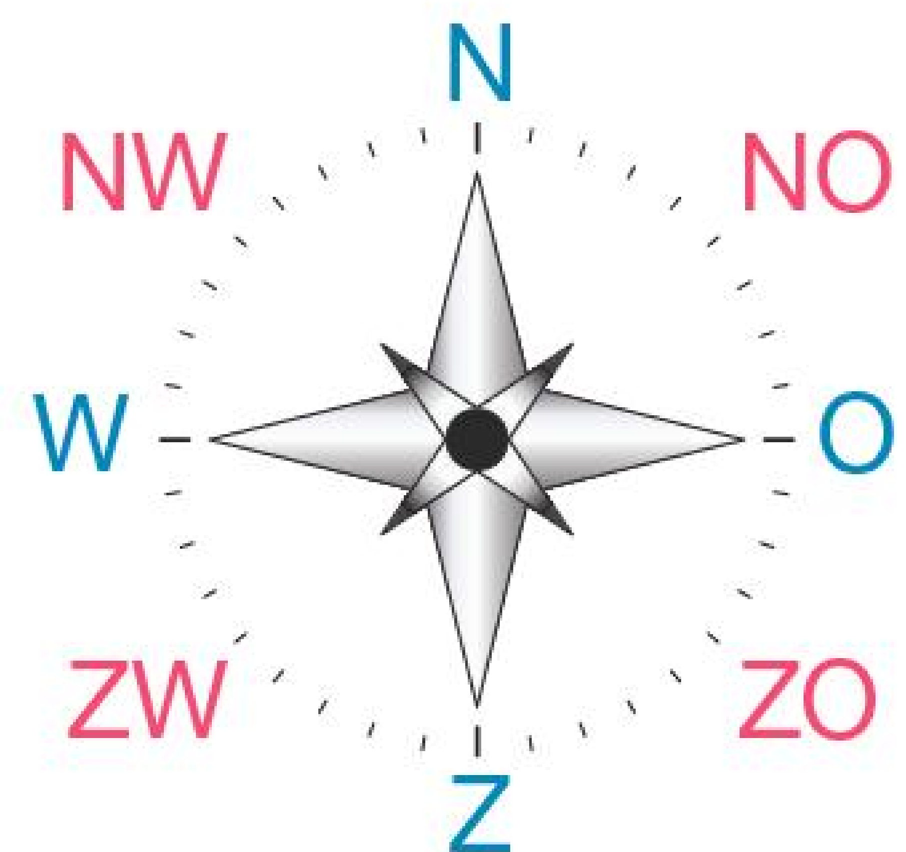


© Noordhoff Uitgevers bv

Uitkijktoren


81 Elly staat op een uitkijktoren. Zij kijkt vanaf een hoogte van 40 m.
Zij ziet haar vader in het zuiden.
De parkeerplaats ligt ten oosten van de toren.



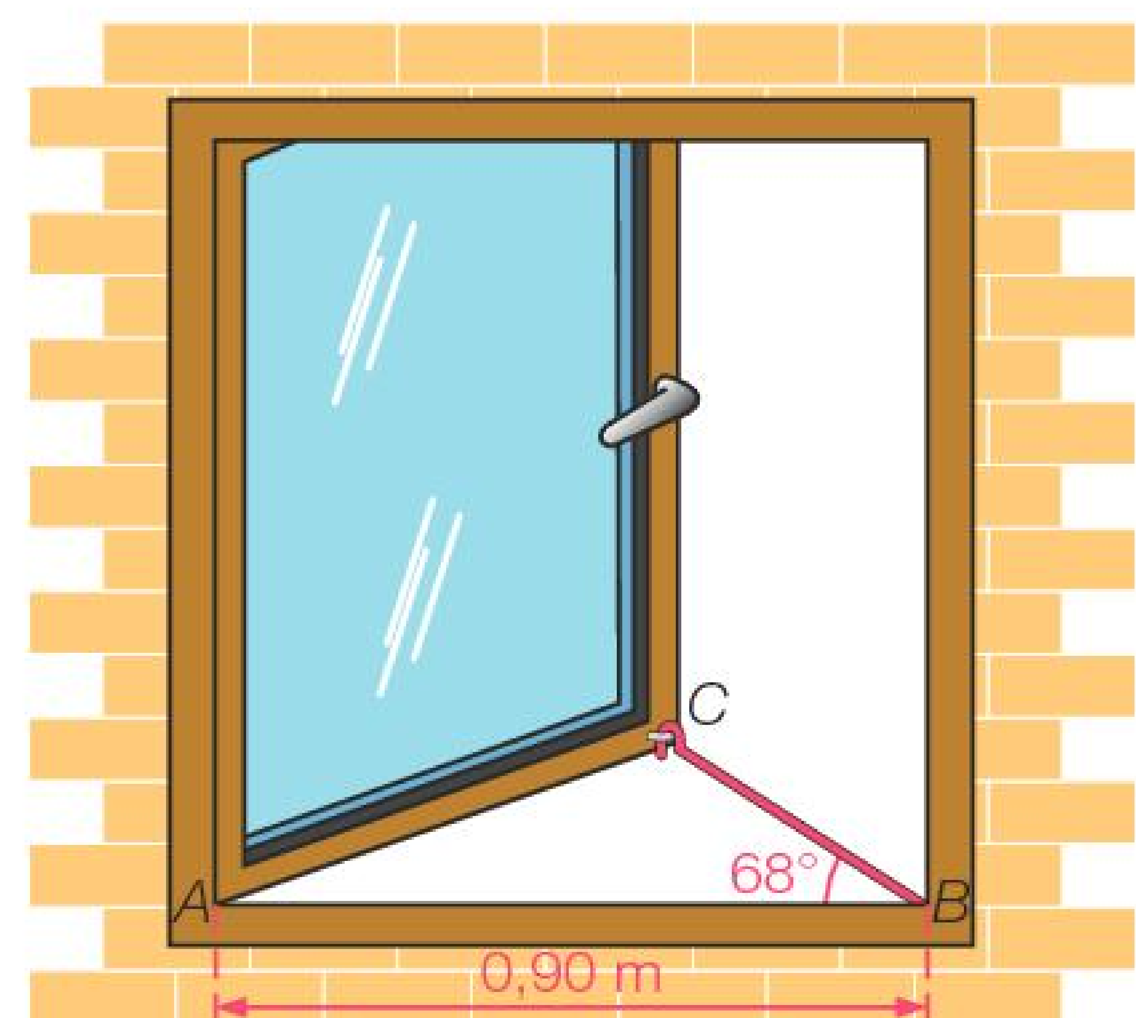


a Maak een schets van $\triangle AEV$.
b Hoe ver staat Elly's vader van de toren? Rond af op hele meters.
c Hoe ver is de parkeerplaats van de toren? Rond af op hele meters.


82 **a** Waarom is $\angle A$ in $\triangle VAP$ een rechte hoek?
b Maak een schets van $\triangle VAP$.
c Elly's vader loopt naar de parkeerplaats. Hoeveel meter is dat?

Raam


83 Een raam staat open. De uitzethaak BC maakt een hoek van 68° met het kozijn AB. Het raam is 90 cm breed.



a Waarom is $\triangle ABC$ een gelijkbenige driehoek?
b Maak een schets van $\triangle ABC$.
c Verdeel $\triangle ABC$ in twee rechthoekige driehoeken.
d Bereken de lengte van de uitzethaak BC. Rond af op één decimaal.

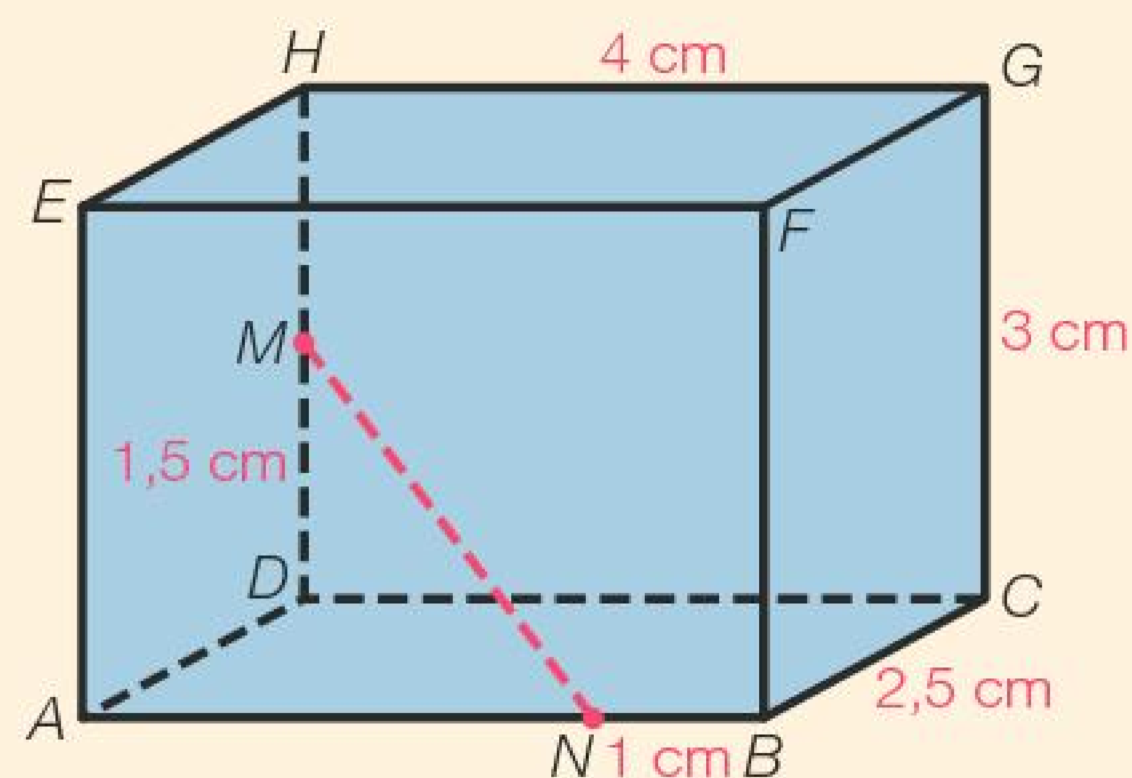
© Noordhoff Uitgevers bv

Theorie K [VMBO-GT] Over drie ribben

Zodra je in een kubus of balk over drie ribben of gedeeltes van ribben van het begin naar het eind van een lijnstuk kunt gaan, kun je de lengte van dat lijnstuk berekenen met de verlengde stelling van Pythagoras. Je gebruikt de kortste route. Hoe dat gaat zie je in het voorbeeld.

Voorbeeld Over drie ribben

Opgave
Bereken de lengte van *NM* in één decimaal.



Aanpak
Ga van *N* naar *M* over drie ribben of gedeeltes van ribben, dus:
$NA \rightarrow AD \rightarrow DM$.

Uitwerking

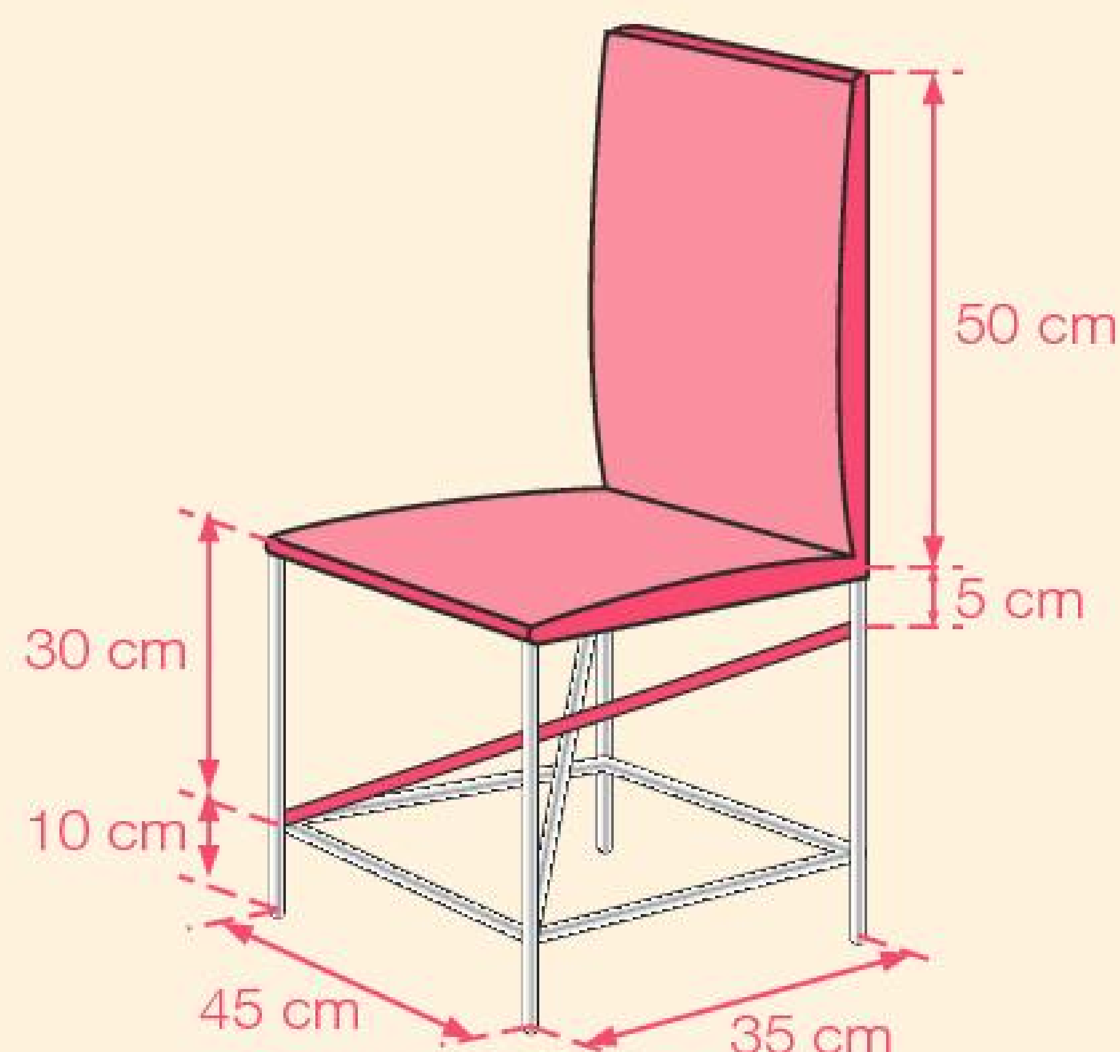
$\text{rhz}^2 = 9$
$\text{rhz}^2 = 6{,}25$
$\text{rhz}^2 = 2{,}25$
——————— +
$? \text{ sz}^2 = 17{,}5$
$\text{sz} = \sqrt{17{,}5} = 4{,}183...$
$NM = 4{,}2$ cm

GT

Test opgave

Stoel

De eetkamerstoel is gemaakt van stukken staaldraad. Bereken de lengte van de rode staaldraad.
Rond af op één decimaal.



 © Noordhoff Uitgevers bv

Balken

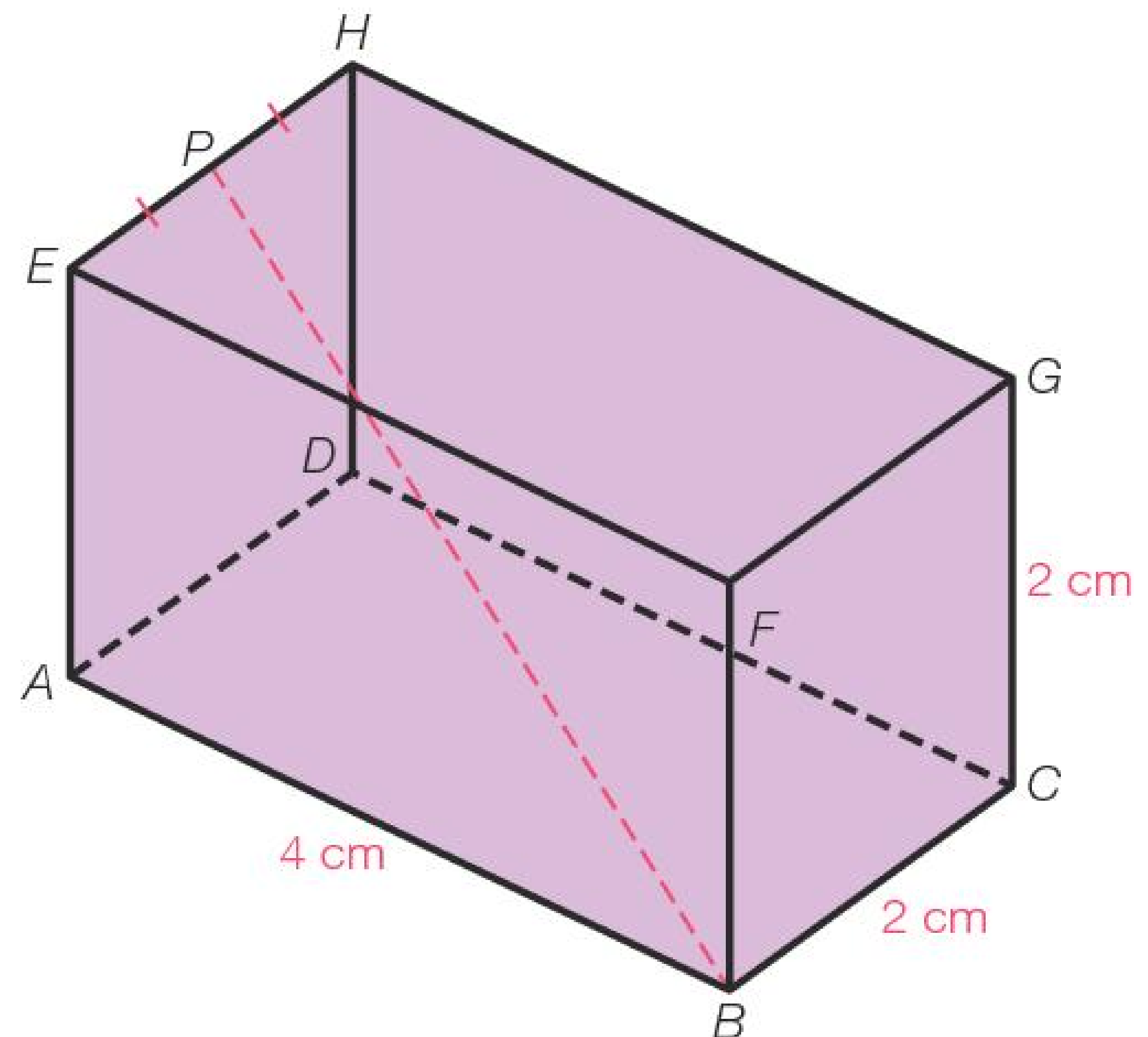
84 [▶ 📖 WERKBOEK]

a Kleur de route over drie ribben of gedeelten daarvan van hoekpunt B naar punt P. Begin met BA.

b Hoe zie je dat punt P het midden van ribbe EH is?

c Vul in: BA = ... cm
AE = ... cm
EP = ... cm

d Bereken BP. Gebruik de verlengde stelling van Pythagoras. Rond af op twee decimalen.



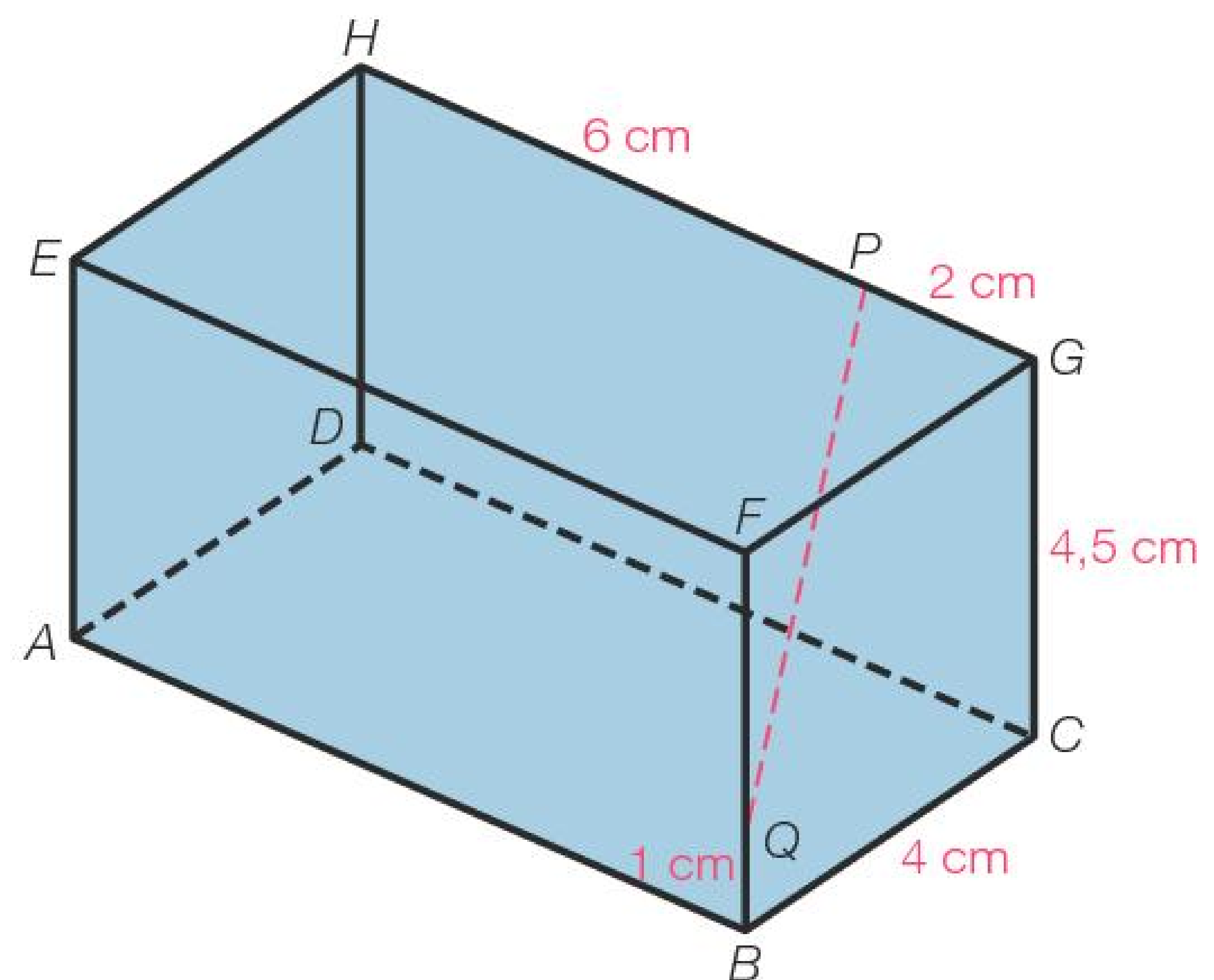
rhz^2 =
rhz^2 =
rhz^2 =
――――― +
? sz^2 =
sz = $\sqrt{\ldots}$ = ...
BP =...cm

85 [▶ 📖 WERKBOEK]

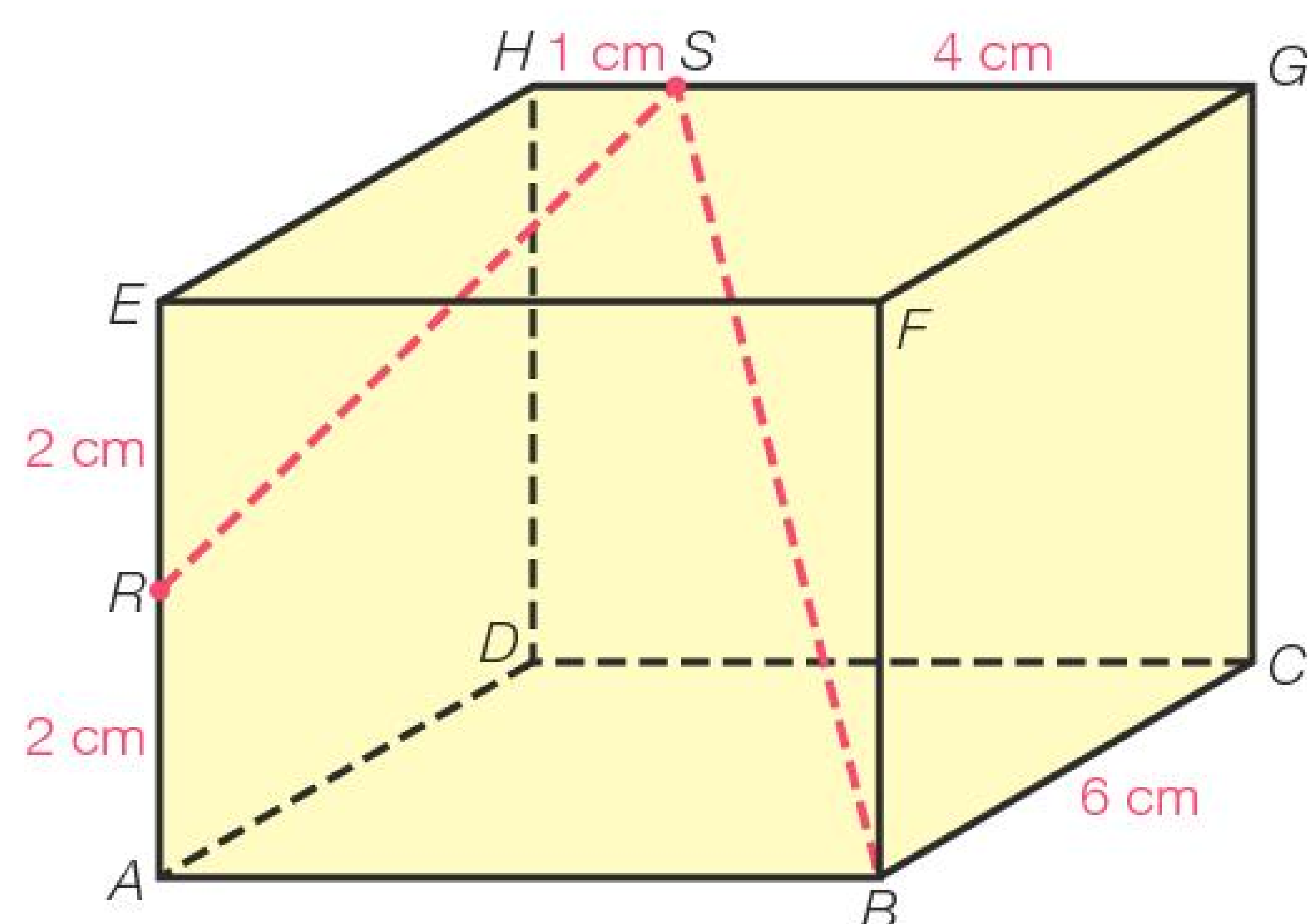
a Kleur de route over drie ribben of gedeelten daarvan van punt P naar punt Q.

b Vul in: PG =... cm
GF =.... cm
FQ =... cm

c Bereken PQ. Gebruik de verlengde stelling van Pythagoras. Rond af op één decimaal.

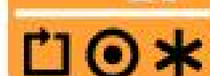


86 Bereken de lengte van BS en RS. Rond steeds af op één decimaal.

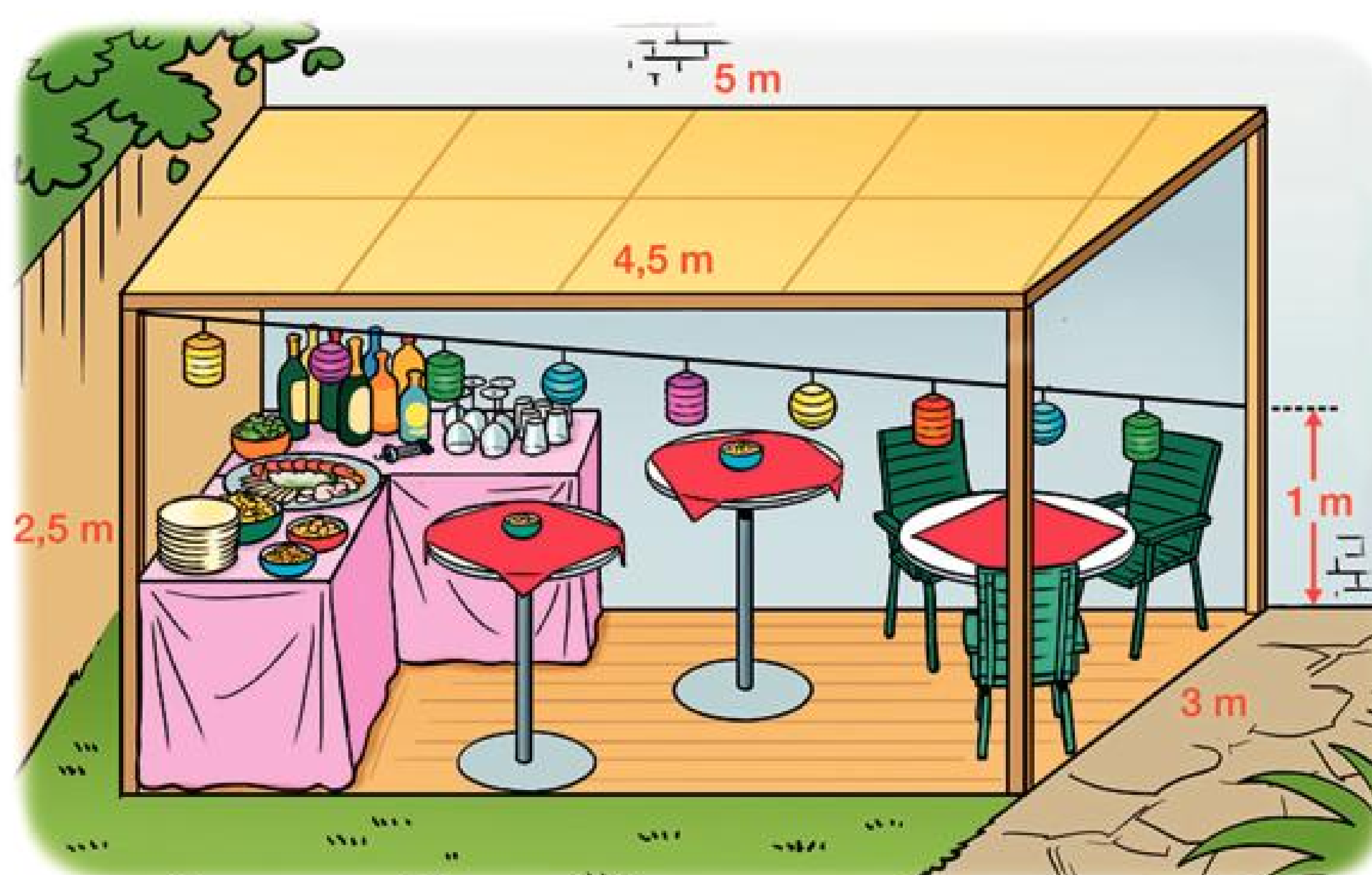


© Noordhoff Uitgevers bv

Tuinfeest


87

Kendra geeft een tuinfeest. Onder de overkapping hangt zij lampionnen aan een draad. Bereken de lengte van de draad.



Coördinaten in de ruimte

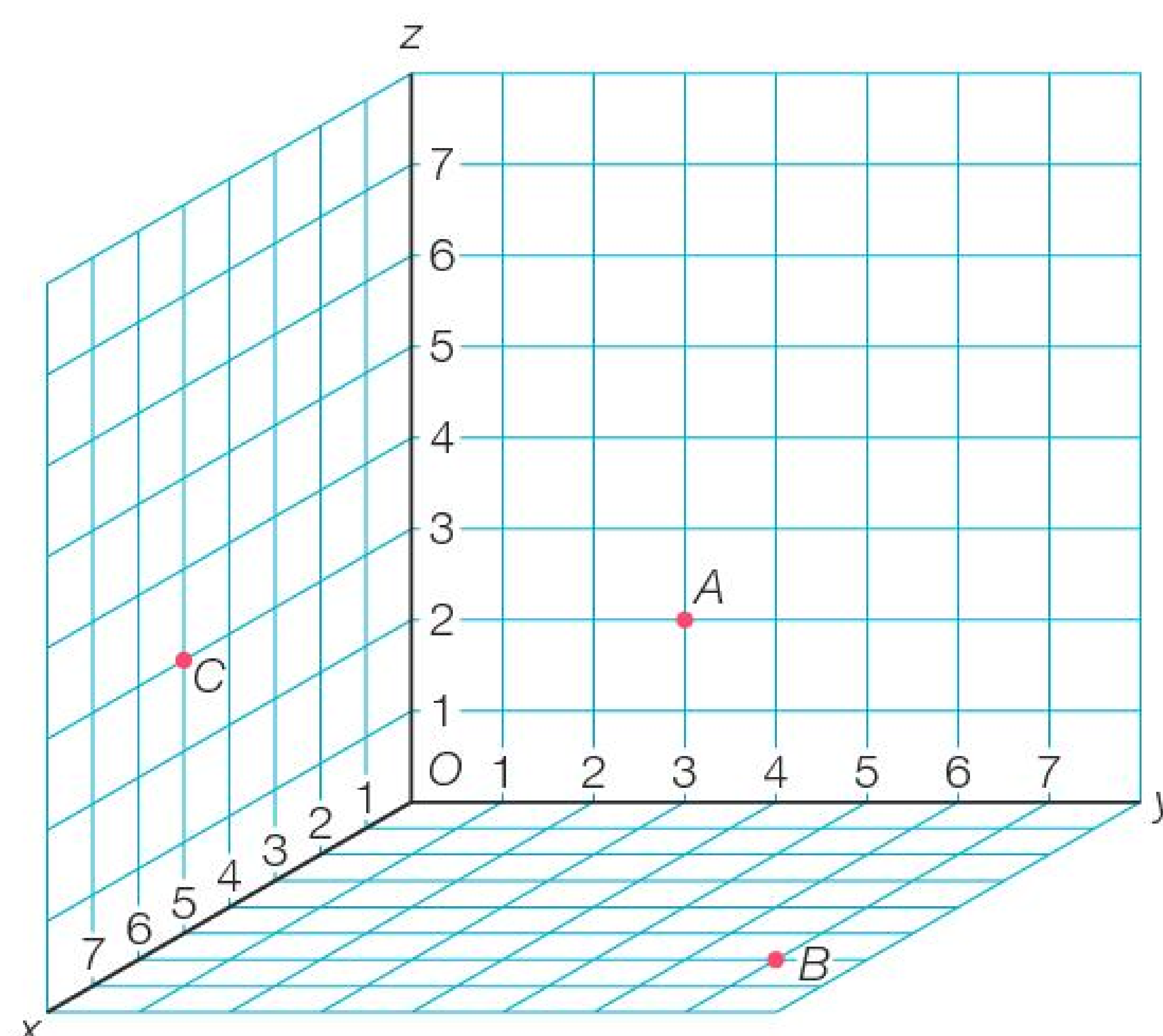

88

[WERKBOEK] In het driedimensionale assenstelsel is elk roostervierkant 1 bij 1 cm.

a Teken driehoek *ABC*.

b Bereken *AB*.

c Bereken de omtrek van driehoek *ABC*. Rond af op hele centimeters.



Rekenbreak

Hiernaast zie je de temperaturen in Upernavik, Groenland.
Bereken de gemiddelde maximum-temperatuur van 24 september tot en met 30 september.

Bereken de gemiddelde minimum-temperatuur van 24 september tot en met 30 september.

Datum	Weer	Min.Temp	Max.Temp
wo 24 09		-2°C	2°C
do 25 09		+1°C	1°C
vr 26 09		-2°C	0°C
za 27 09		-3°C	-2°C
zo 28 09		-5°C	-3°C
ma 29 09		-6°C	-3°C
di 30 09		-8°C	-3°C

Woordenlijst

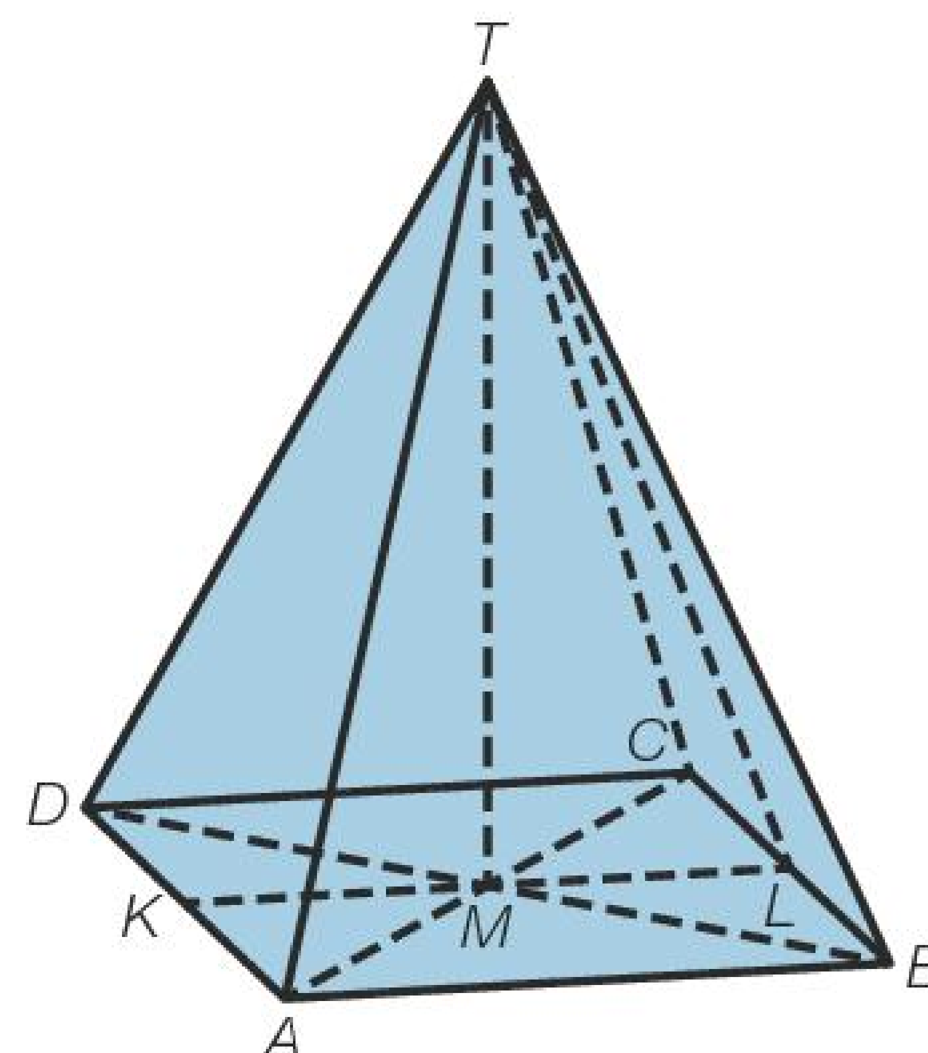
- lichaamsdiagonaal
- over drie ribben
- verlengde stelling van Pythagoras

© Noordhoff Uitgevers bv

3.8 Trainen op examenniveau

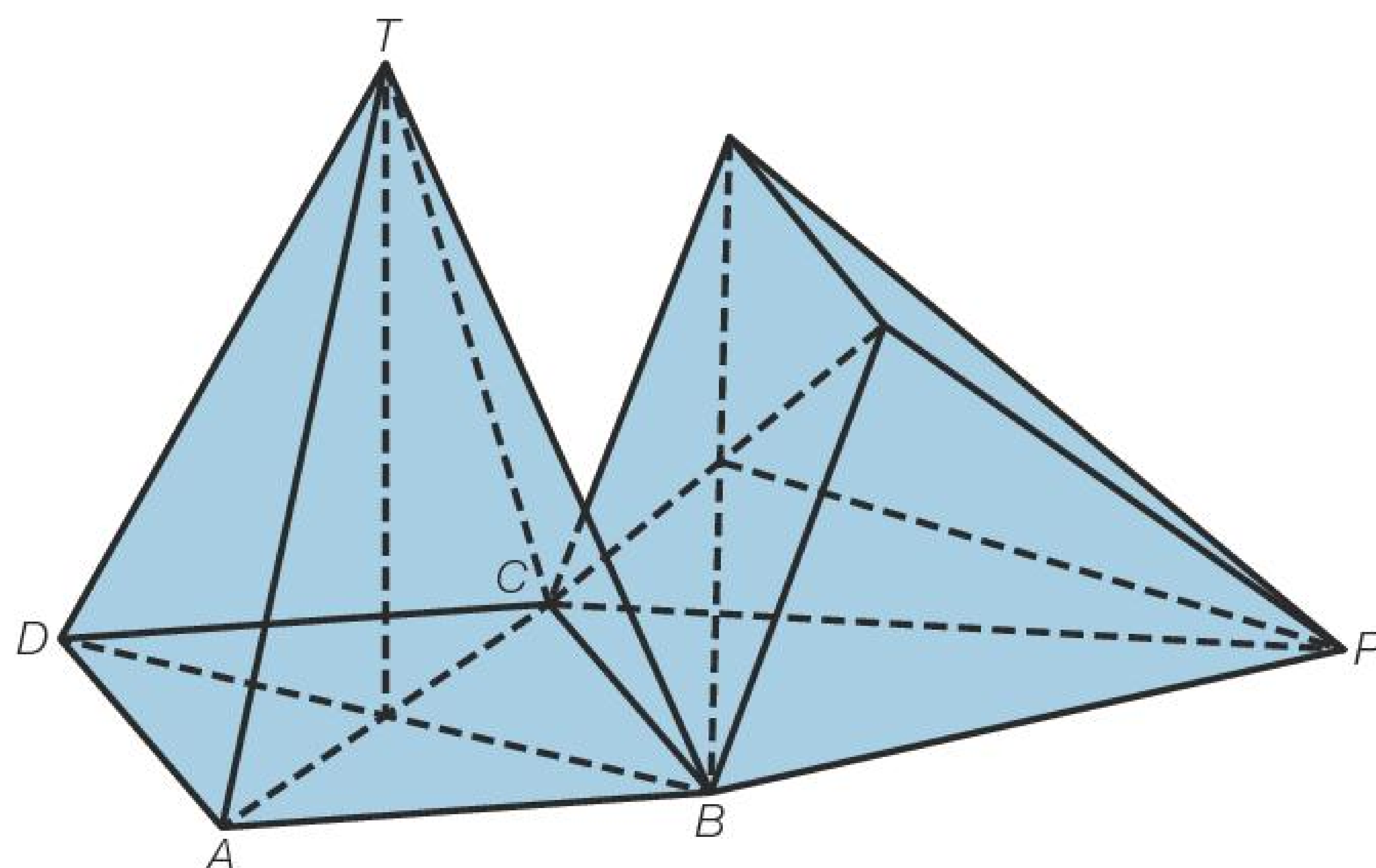
Piramide kantelen

Een piramide staat op een tafel. Het grondvlak van de piramide is een vierkant met zijden van 9 cm. *L* is het midden van zijde *BC* van het grondvlak. De lengte van *TL* is 12 cm.

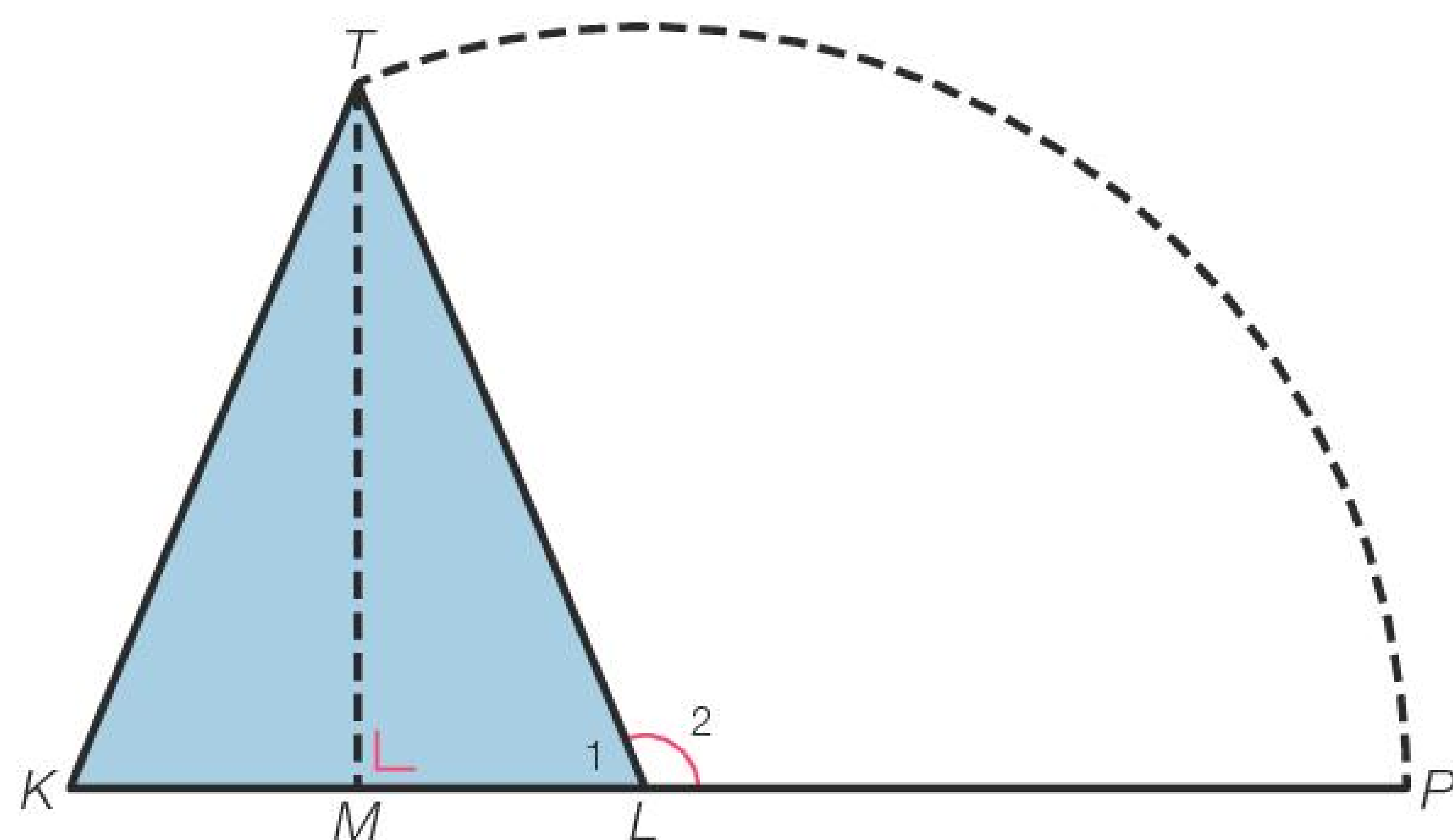


89 Bereken in cm de hoogte *TM* van de piramide. Rond je antwoord af op één decimaal.

De piramide wordt gekanteld om ribbe *BC* van het grondvlak. De top van de piramide komt dan op het tafelblad te liggen. Zie de tekening hieronder.



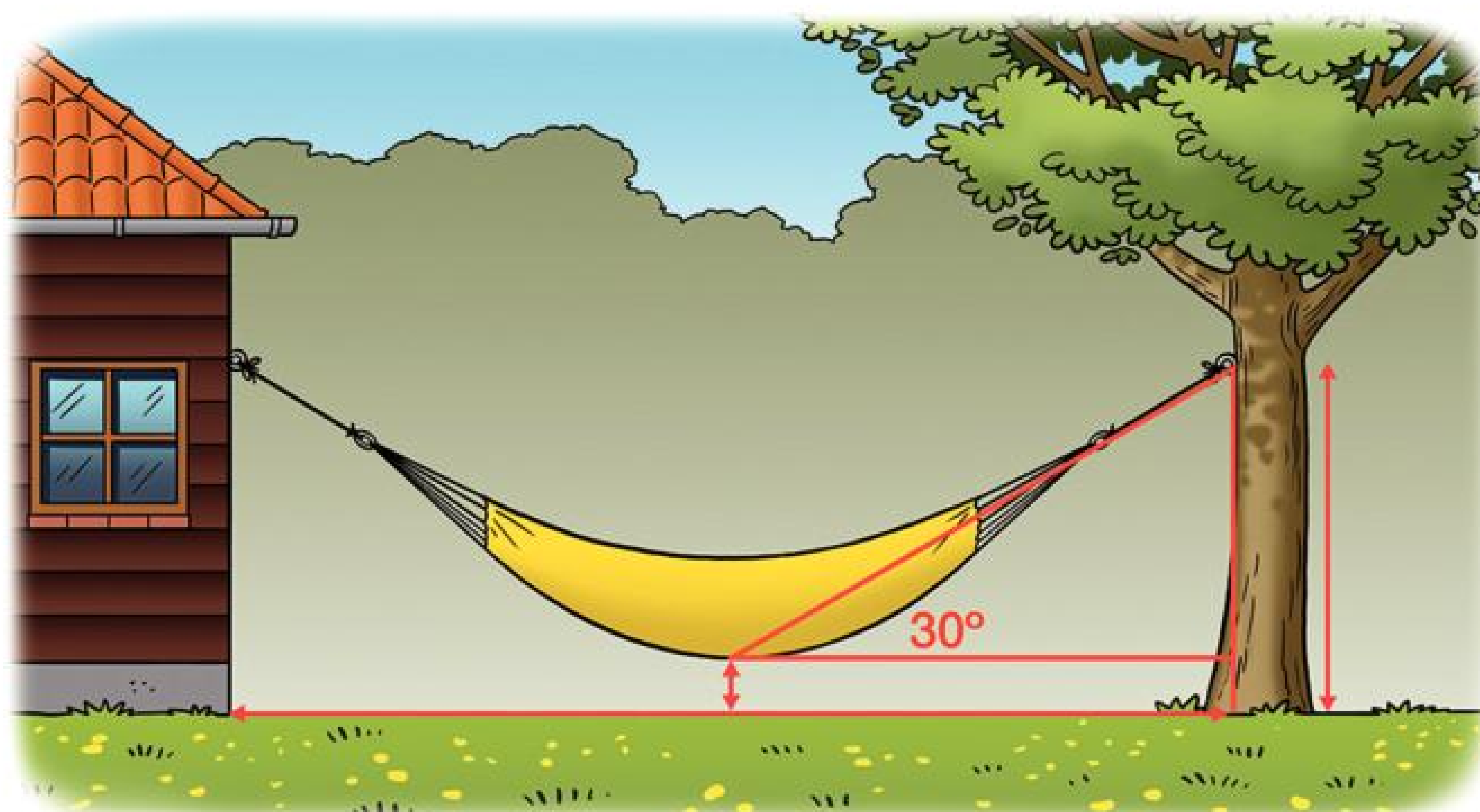
Hieronder is een doorsnede van de piramide getekend. In deze doorsnede is met het punt *P* aangegeven waar de top op het tafelblad terechtkomt. $\angle L_2$ is de draaiingshoek bij deze kanteling.



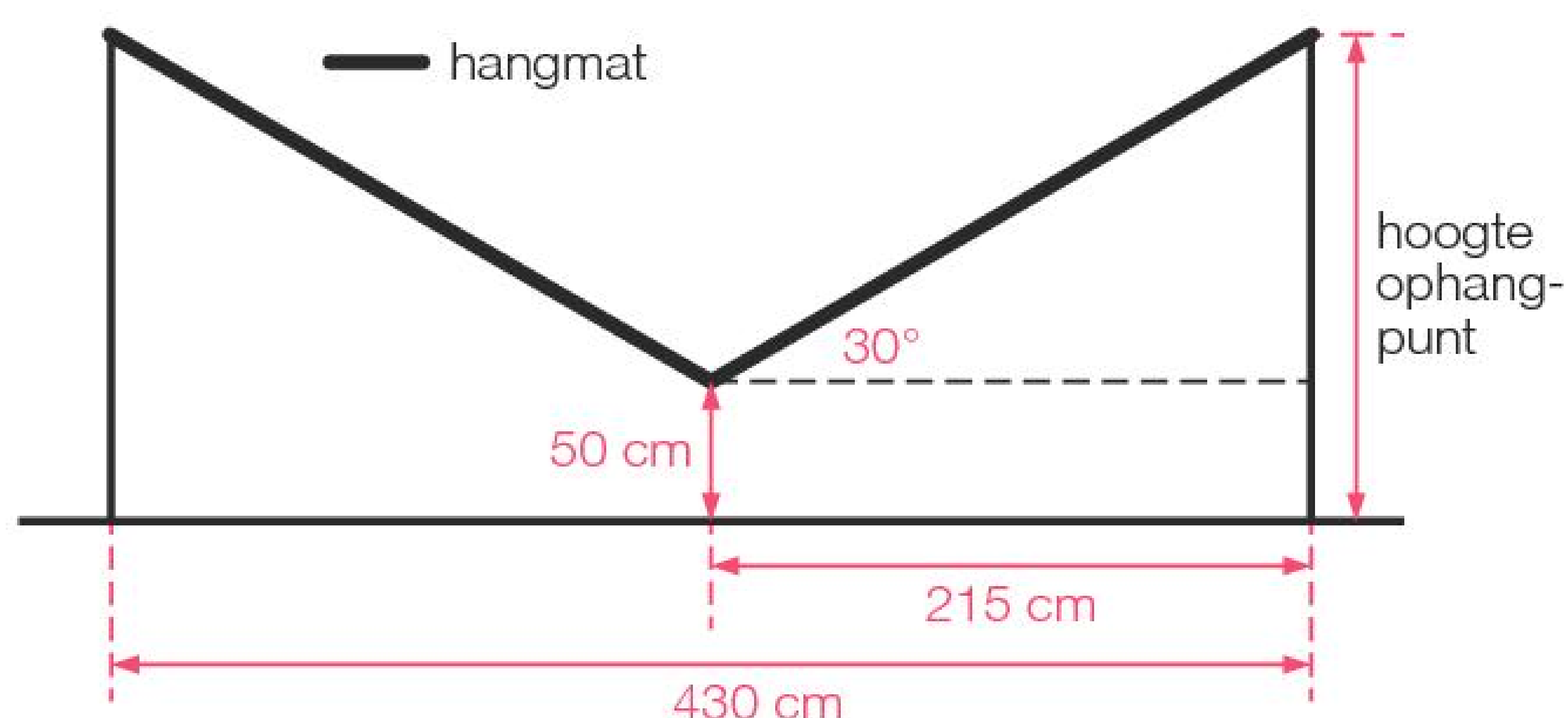
90 Laat met een berekening zien dat hoek $\angle L_2$ afgerond 112° is.

91 [▶ WERKBOEK] In je werkboek staat een tekening van driehoek *KLT* en het punt *P*. Als de piramide gekanteld wordt, komt de top *T* in het punt *P* terecht. De boog *TP* is een deel van een cirkel. Na de kanteling is uit driehoek *KLT* driehoek *K'LP* ontstaan. Teken driehoek *K'LP* in deze figuur. Laat duidelijk zien hoe je de plaats van punt *K'* hebt gevonden.

Hangmat



Lex wil een hangmat ophangen in zijn tuin. Hij gaat de hangmat tussen zijn huis en een boom hangen. De hoek waaronder de hangmat komt te hangen is 30°. Zie de afbeelding hiernaast.



De afstand tussen het huis en de boom is 430 cm. Lex wil dat de hangmat 50 cm boven de grond komt te hangen.

92 Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de lengte van de hangmat is. Schrijf je berekening op.

93 Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de hoogte van het ophangpunt moet zijn. Schrijf je berekening op.

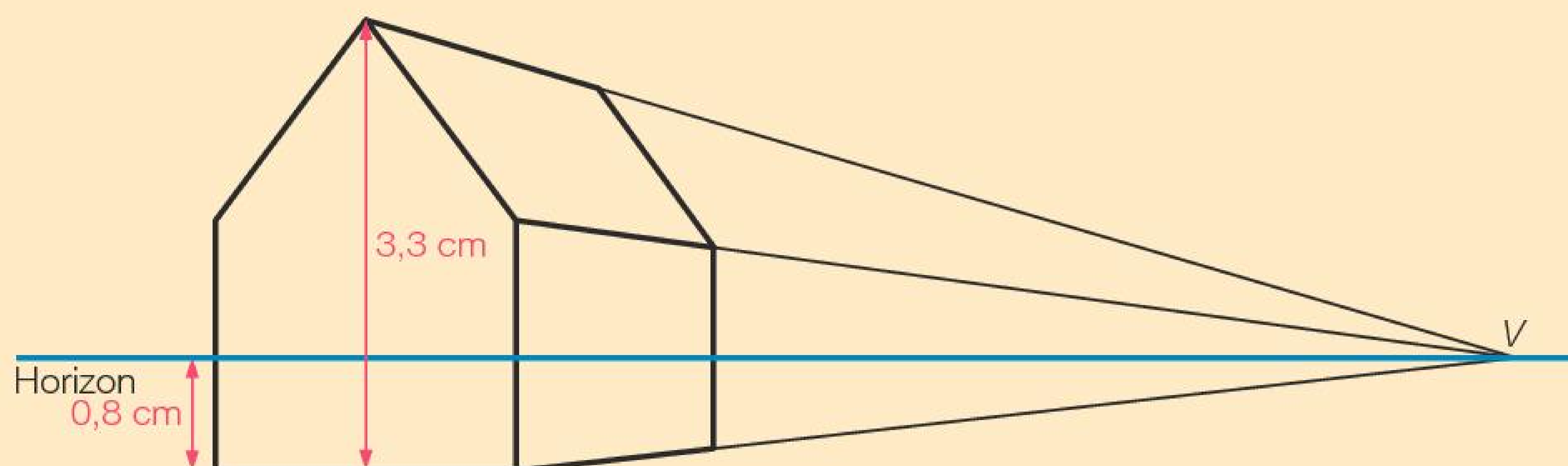
94 [▶ WERKBOEK] Lex heeft ook een kortere hangmat. Hij hangt deze hangmat op aan dezelfde ophangpunten. Hierdoor verandert de afstand van 50 cm boven de grond en verandert de hoek van 30°. Omcirkel in je werkboek de juiste woorden.

© Noordhoff Uitgevers bv

Samenvatting

3.1 Tekenen in perspectief

blz 116 Het huis is in perspectief getekend. De evenwijdige lijnen die in werkelijkheid van je af lopen, snijden elkaar in het verdwijnpunt V op de horizon.
Verticale lijnen blijven verticaal.



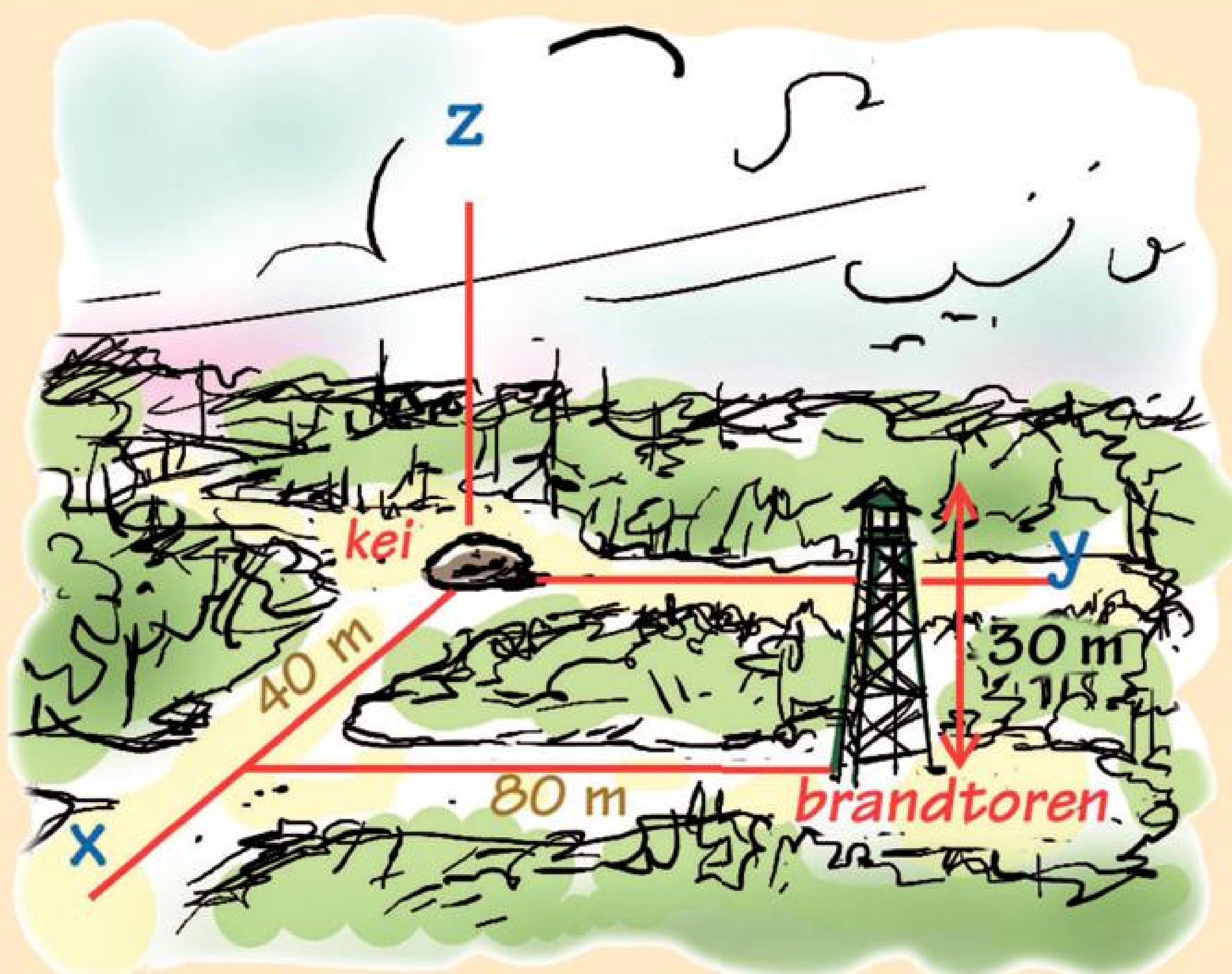
blz 120 De horizon is op ooghoogte, dus ongeveer 1,50 m.
Van de onderkant van het huis naar de horizon is 0,8 cm.
Van de onderkant van het huis naar de punt van het huis is 3,3 cm.
De hoogte van het huis is 3,3 : 0,8 = 4,125 keer ooghoogte.
$4{,}125 \times 1{,}5 = 6{,}187...$
Het huis is ongeveer 6 m hoog.

3.2 Coördinaten in de ruimte

blz 125 Een punt in de ruimte geef je aan met drie coördinaten.
De brandtoren is 30 m hoog.
Vanaf de kei naar de top van de brandtoren ga je

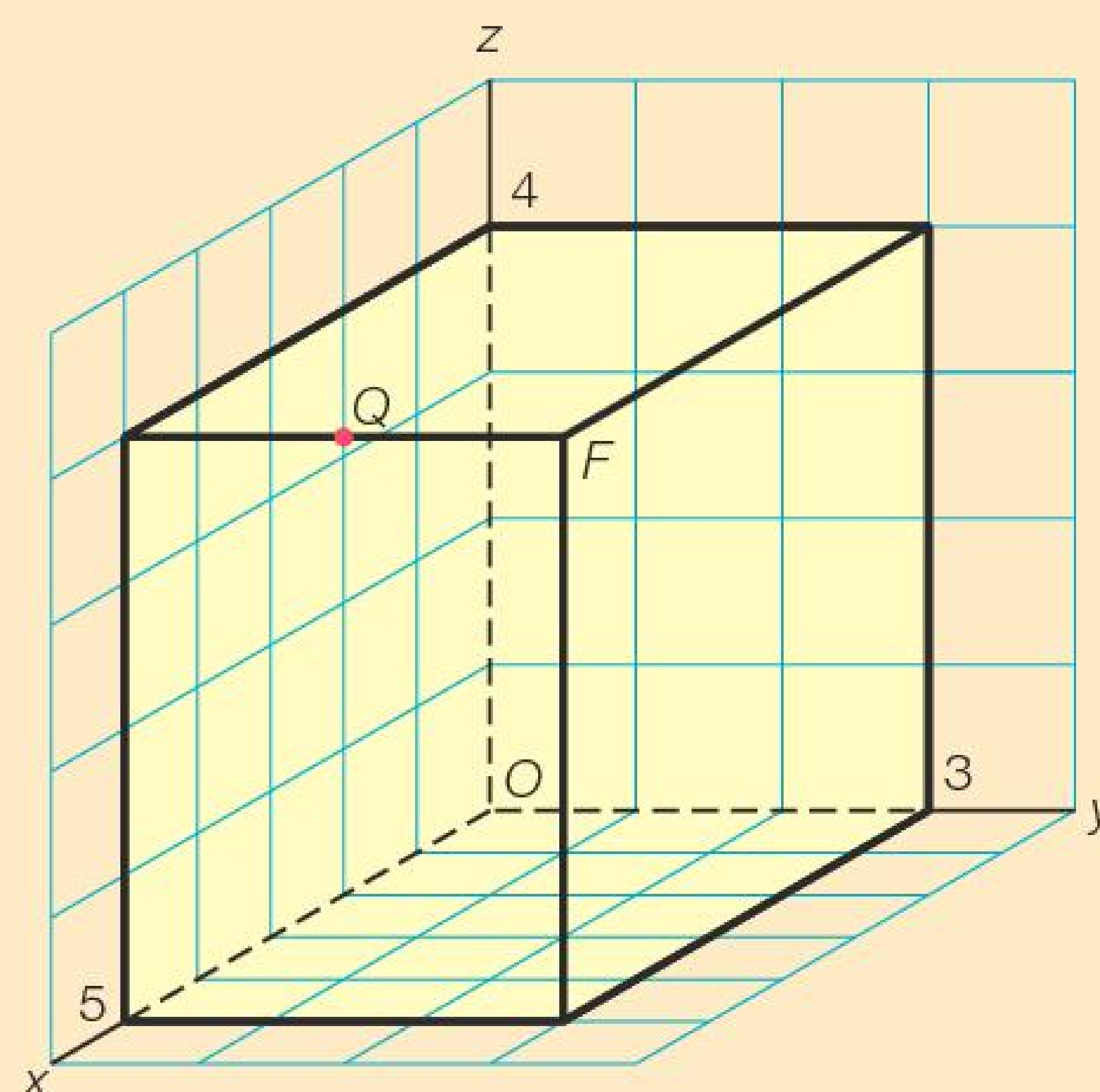
- 40 m in de x-richting
- 80 m in de y-richting
- 30 m in de z-richting.

De top van de brandtoren heeft dus de coördinaten (40, 80, 30).



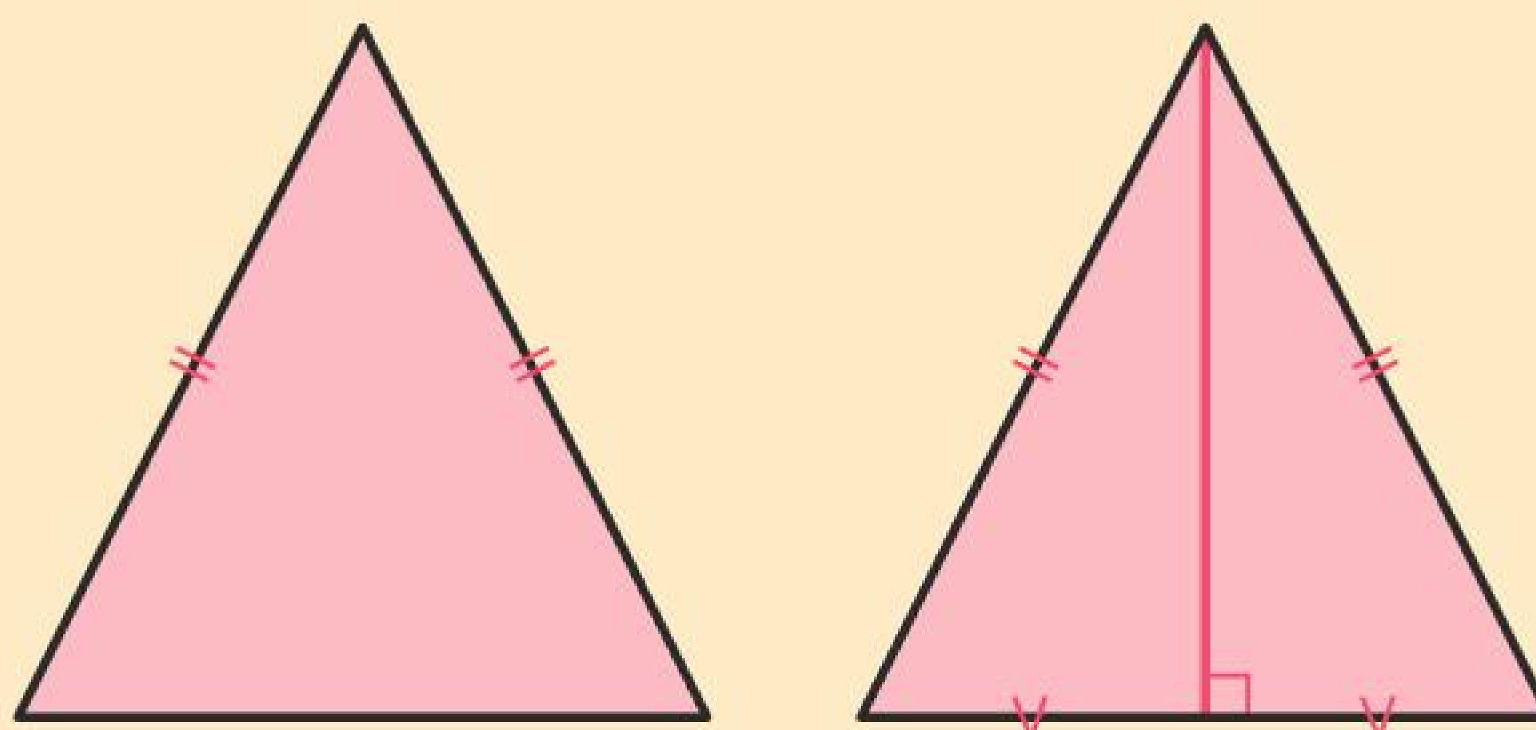
blz 127 [VMBO GT] Om een punt in de ruimte aan te geven heb je drie coördinaten nodig.
Voor punt Q ga je
- 5 stappen in de x-richting
- $1\frac{1}{2}$ stap in de y-richting
- 4 stappen in de z-richting.

Dus $Q(5, 1\frac{1}{2}, 4)$.



3.3 Zijden berekenen in een driehoek

blz 131 Krijg je de opdracht om in een driehoek de lengte van een zijde te berekenen, denk dan aan symmetrie en gelijkvormigheid.
Is de driehoek een rechthoekige driehoek, denk dan ook nog aan de stelling van Pythagoras en goniometrie, dus sinus, cosinus en tangens.
Soms moet je hulplijnen tekenen om een rechthoekige driehoek te krijgen.



3.4 Hellingspercentage

blz 138 Bij steile hellingen staat vaak een waarschuwingsbord met daarop een hellingspercentage.
hellingspercentage = tan hellingshoek × 100
Een hellingspercentage rond je af op een geheel getal.

Weet je het hellingspercentage, dan kun je de hellingshoek berekenen. Daarvoor bereken je dan eerst de tangens.
tan hellingshoek = hellingspercentage : 100

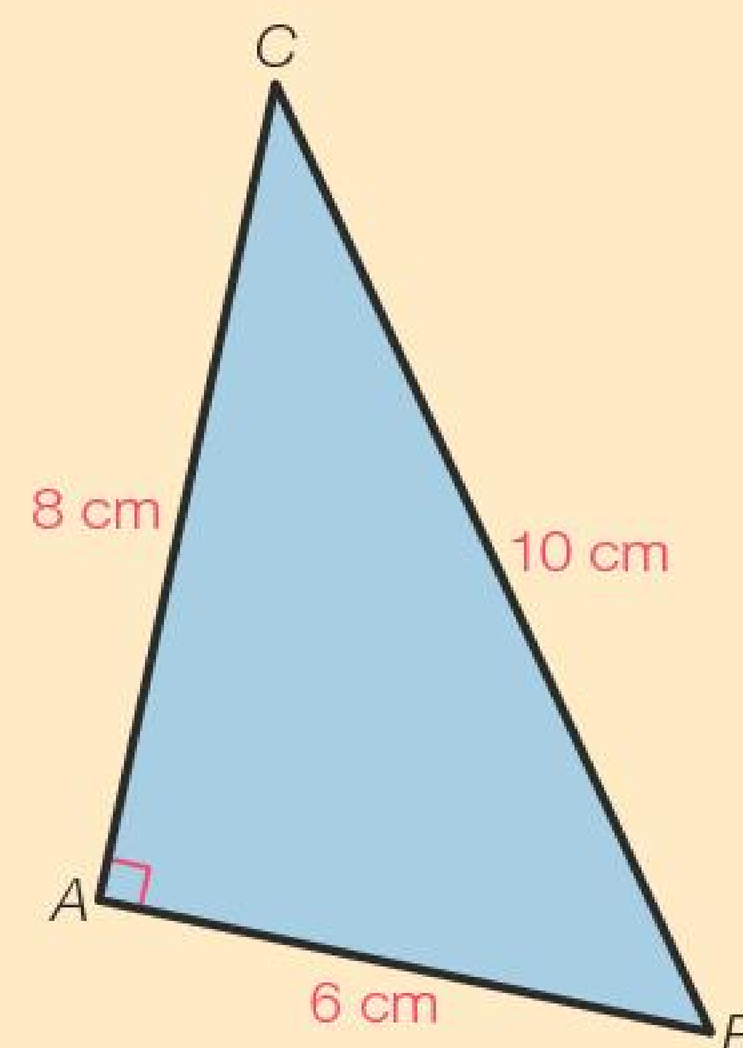
© Noordhoff Uitgevers bv

3.5 Goniometrie en hoeken

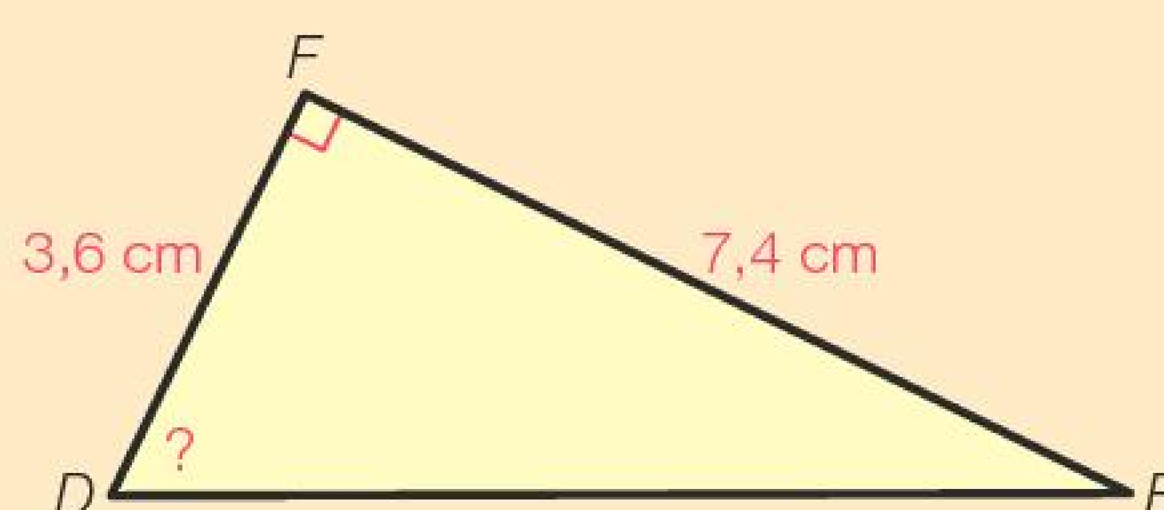
blz 142 $\text{Sin}\,\angle B = \dfrac{\text{Overstaande rechthoekszijde}}{\text{Schuine zijde}} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{8}{10}$

$\text{Cos}\,\angle B = \dfrac{\text{Aanliggende rechthoekszijde}}{\text{Schuine zijde}} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{6}{10}$

$\text{Tan}\,\angle B = \dfrac{\text{Overstaande rechthoekszijde}}{\text{Aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{8}{6}$



Gebruik het ezelsbruggetje **SOSCASTOA**.
Weet je de sinus, cosinus of tangens van een hoek in een rechthoekige driehoek? Dan kun je die hoek berekenen.
Je gebruikt dan de knoppen [$\sin^{-1}$], [$\cos^{-1}$] of [$\tan^{-1}$] van je rekenmachine.
Om $\angle D$ te berekenen tik je in
[$\tan^{-1}$] $\dfrac{7{,}4}{3{,}6}$ [ )] [=]
De uitkomst is 64,057...., dus $\angle D = 64°$.



3.6 Hoeken in vlakke figuren

blz 146 Bij het berekenen van een hoek gebruik je de volgende eigenschappen.

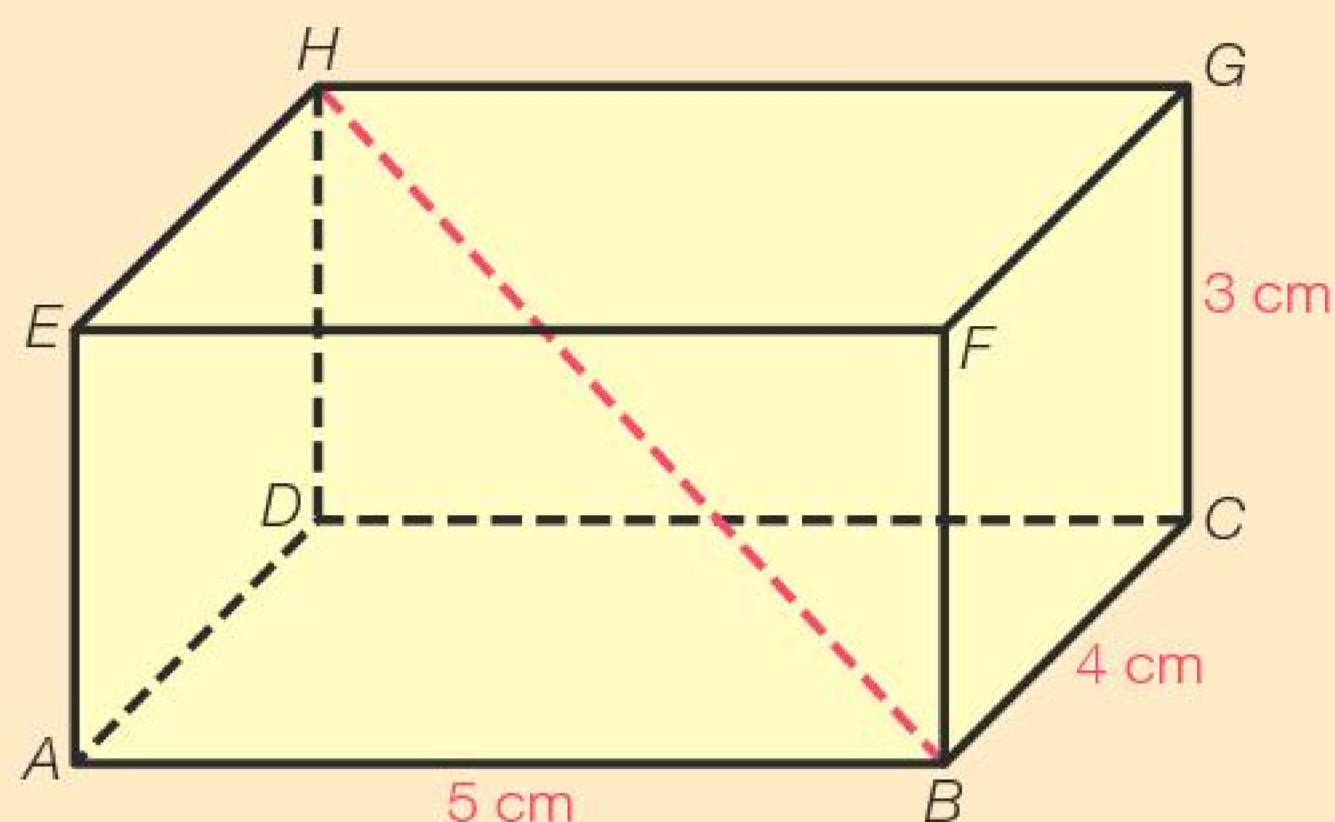
De drie hoeken in een driehoek zijn samen 180°.	In een gelijkzijdige driehoek zijn alle hoeken 60°.	In een gelijkbenige driehoek zijn twee hoeken gelijk.
In een rechthoekige driehoek is één hoek 90°.	Hoeken die een gestrekte hoek vormen zijn samen 180°.	Een deellijn deelt een hoek doormidden.

blz 149 Ook met symmetrie kun je hoeken berekenen.
Er zijn drie soorten symmetrie.

Lijnsymmetrie	Draaisymmetrie	Schuifsymmetrie
C, A, B, D, symmetrieas	M, S, K, L, draaipunt	S, P, R, Q

3.7 [VMBO GT] Berekeningen in de ruimte

blz 153 Met de verlengde stelling van Pythagoras kun je afstanden in ruimtefiguren berekenen.
Om *BH* te berekenen ga je van *B* naar *H* over drie ribben.

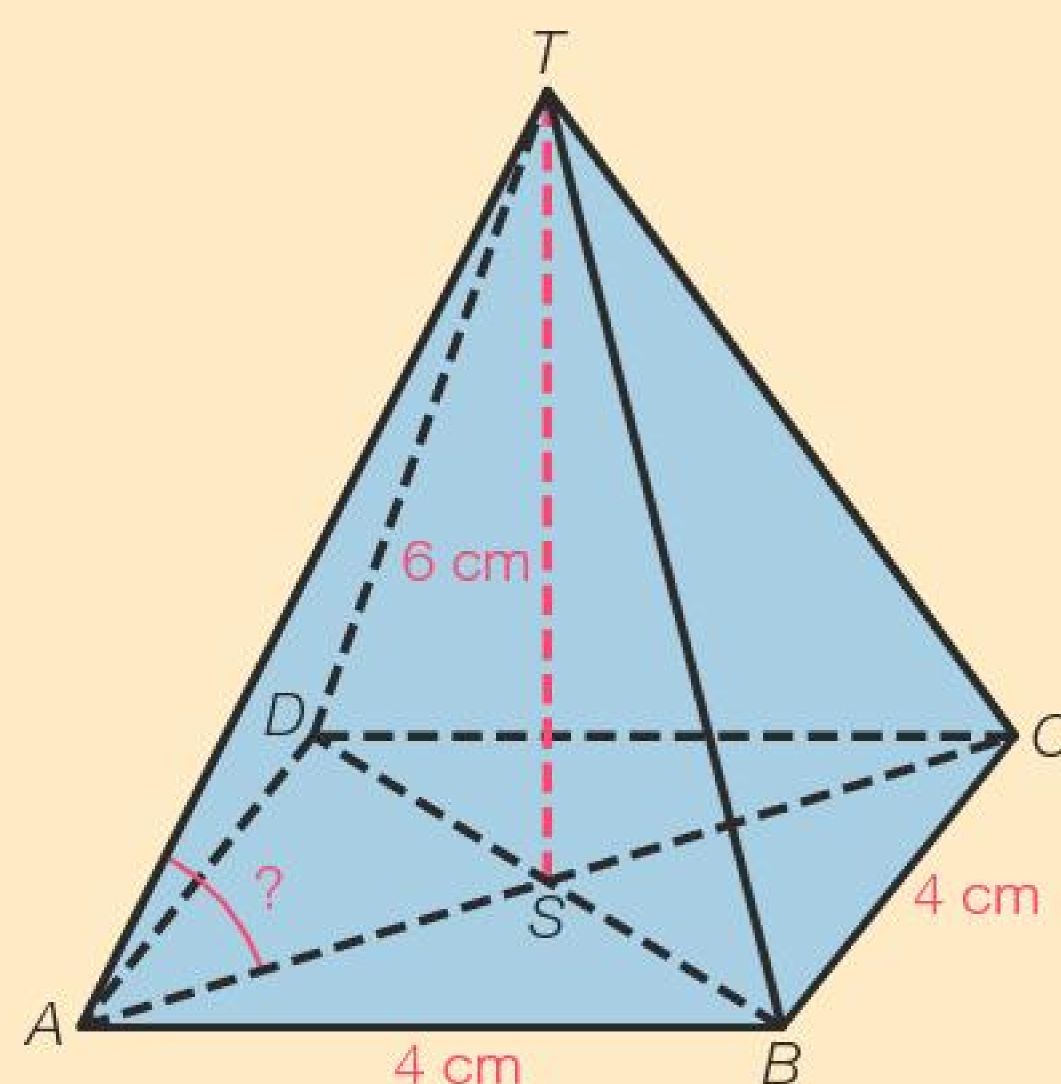


$BC \rightarrow CG \rightarrow GH$

$\text{rhz}^2 = 16$
$\text{rhz}^2 = 9$
$\text{rhz}^2 = 25$ +
$? \ \text{sz}^2 = 50$

$\text{sz} = \sqrt{50} = 7{,}071...$
$BH = 7{,}1$ cm

In piramide *T ABCD* kun je $\angle TAS$ berekenen.
Je berekent dan eerst *AC* met de stelling van Pythagoras.



$\text{rhz}^2 = 16$
$\text{rhz}^2 = 16$ +
$? \ \text{sz}^2 = 32$

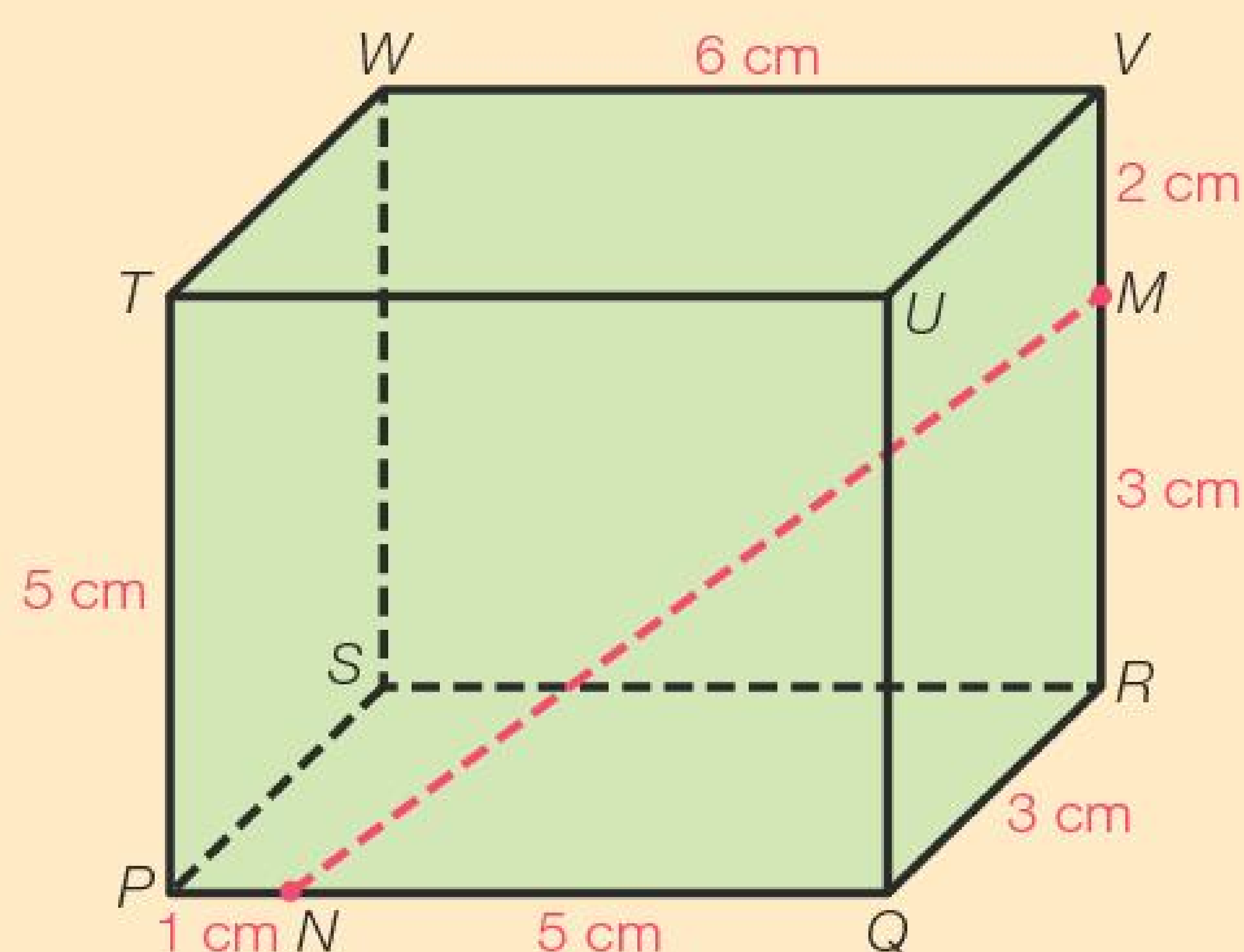
$\text{sz} = \sqrt{32} = 5{,}656...$
$AC = 5{,}66$ cm

$AS = 0{,}5 \times 5{,}66 = 2{,}83$ cm

$\tan \angle TAS = \dfrac{6}{2{,}83}$

$\angle TAS = 65°$

blz 158 Om *NM* te berekenen ga je van *N* naar *M* over drie ribben of gedeelten daarvan.
$NQ \rightarrow QR \rightarrow RM$



$\text{rhz}^2 = 25$
$\text{rhz}^2 = 9$
$\text{rhz}^2 = 9$ +
$? \ \text{sz}^2 = 43$

$\text{sz} = \sqrt{43} = 6{,}557...$
$NM = 6{,}6$ cm

© Noordhoff Uitgevers bv

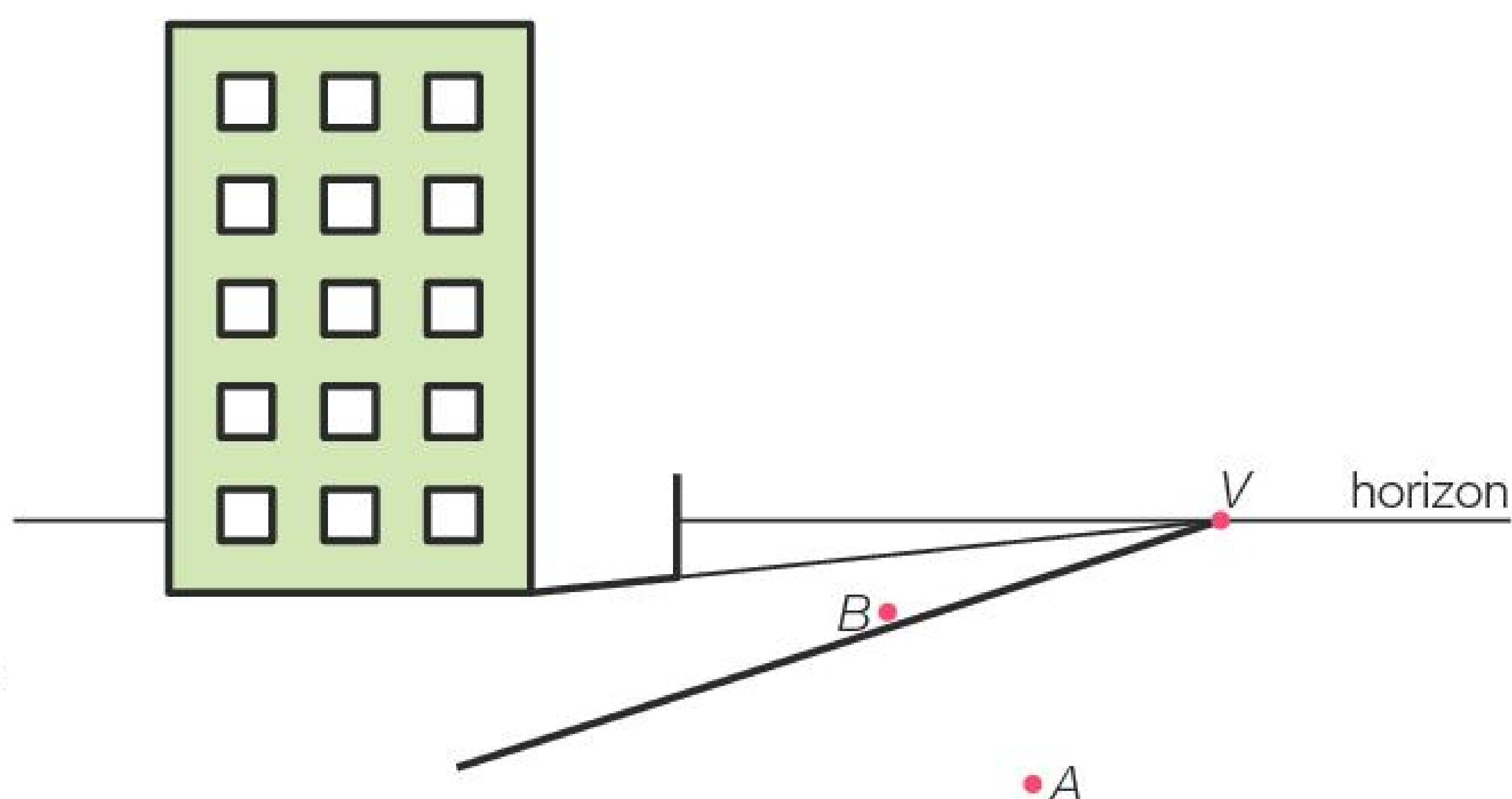
D-toets

3.1 Tekenen in perspectief

1 Theorie A
Teken een kubus in perspectief.

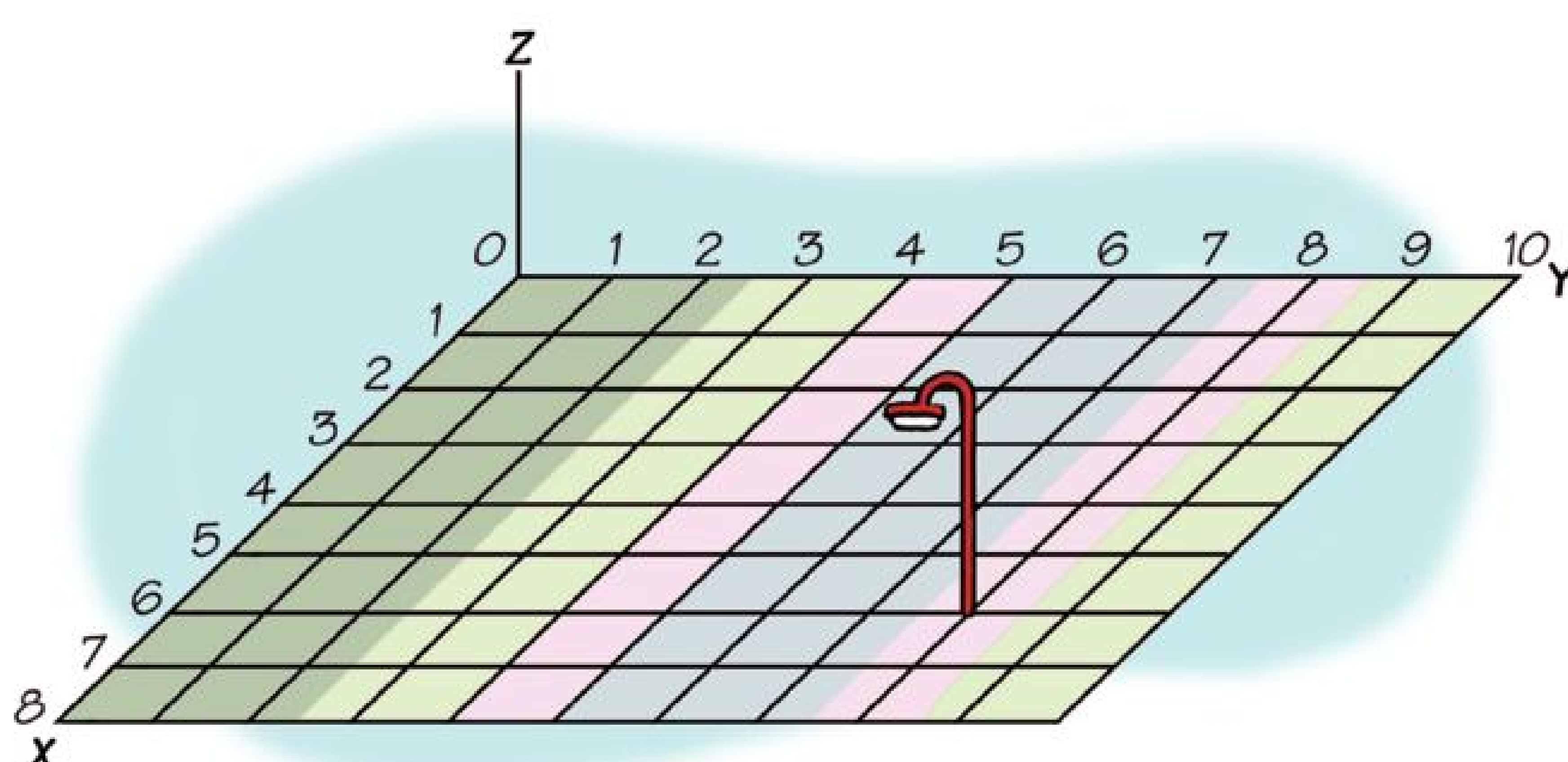
2 Theorie B
[WERKBOEK]

a Teken de rechterkant van de weg in perspectief. Begin bij *A*.
b Teken bij *B* een lantaarnpaal van 6 m hoog.
c Hoe hoog is het kantoorgebouw ongeveer?
d Maak het gebouw af.



3.2 Coördinaten in de ruimte

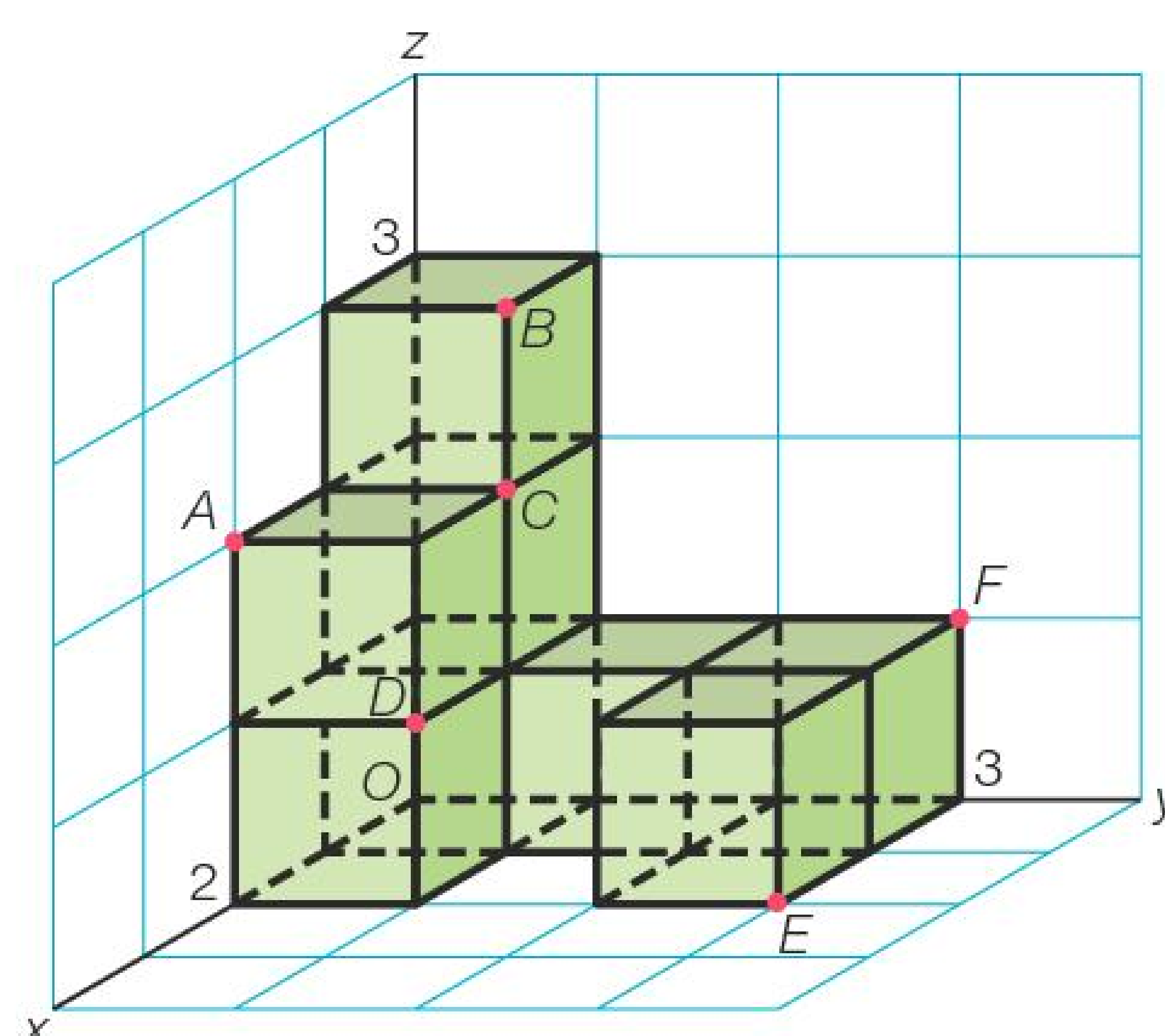
3 Theorie C
De lantaarnpaal is 4,20 m hoog.
Schrijf de coördinaten op van de top van de lantaarnpaal.



GT

4 Theorie D

a Welk punt hoort bij de coördinaten (1, 1, 2)?
b Schrijf de coördinaten van de andere punten op.



© Noordhoff Uitgevers bv

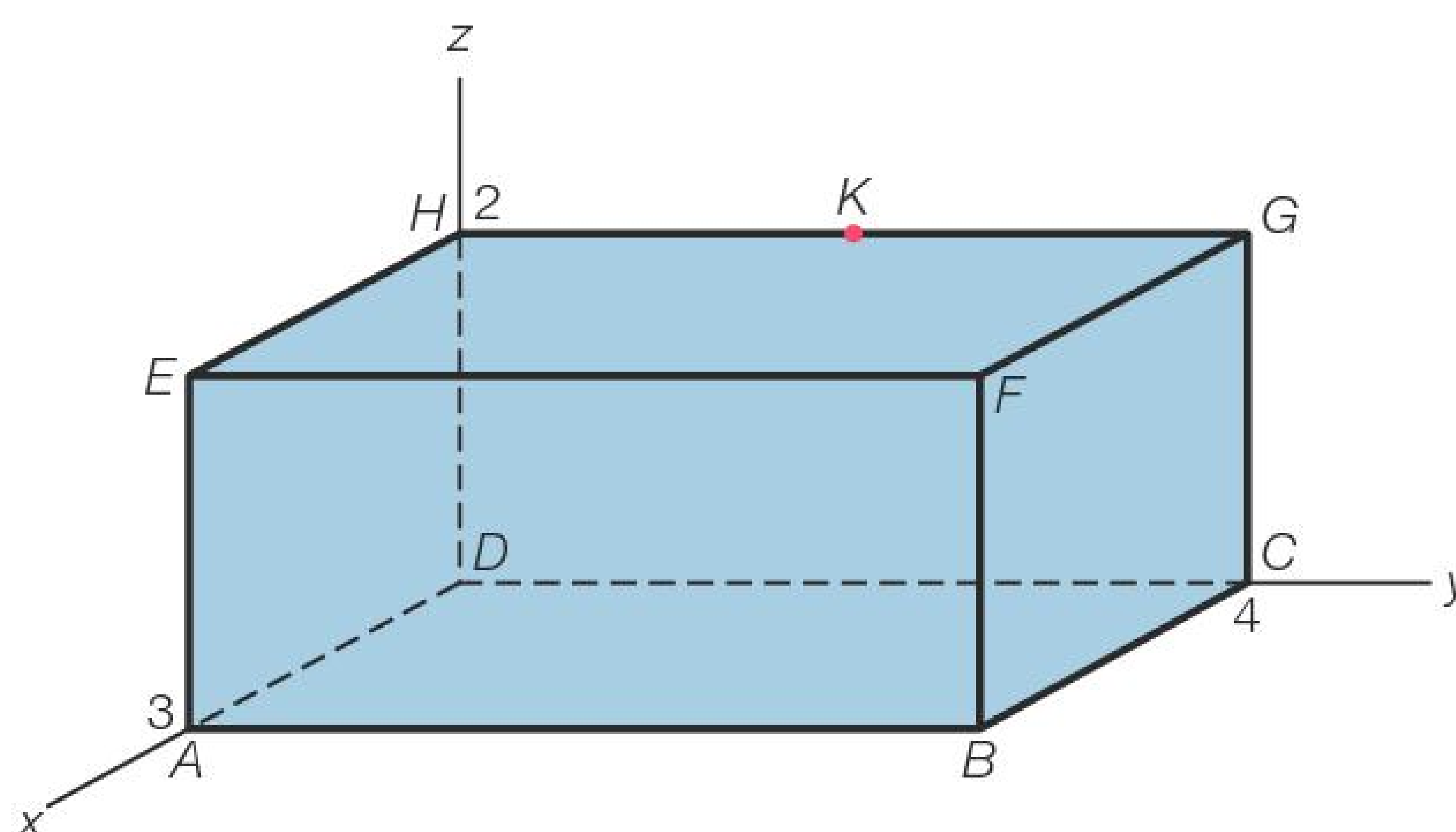
5 Theorie D

van balk *ABCD EFGH* staat het hoekpunt *D* in de oorsprong.

a Welke coördinaten horen bij hoekpunt *B*?

b Punt *K* is het midden van ribbe *GH*. Welke coördinaten horen bij punt *K*?

c In dezelfde ruimte is een punt *L*(4, 2, 1). Waar ligt dat punt? Kies uit: *in de balk, op een van de zijvlakken van de balk, buiten de balk.*

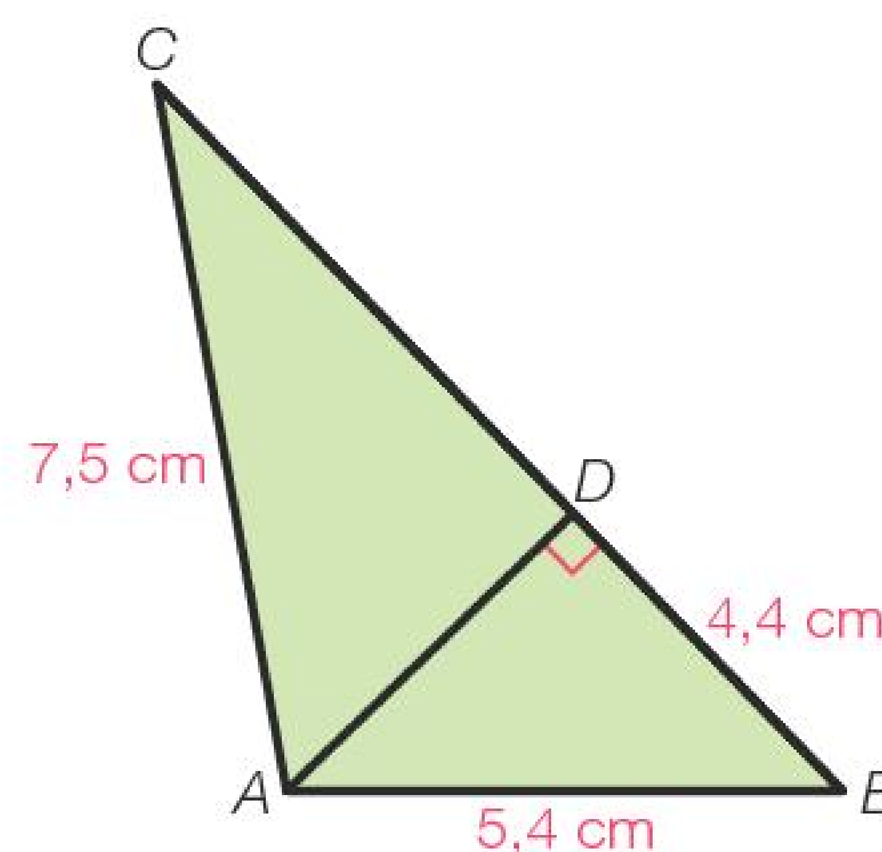


GT

3.3 Zijden berekenen in een driehoek

6 Theorie E

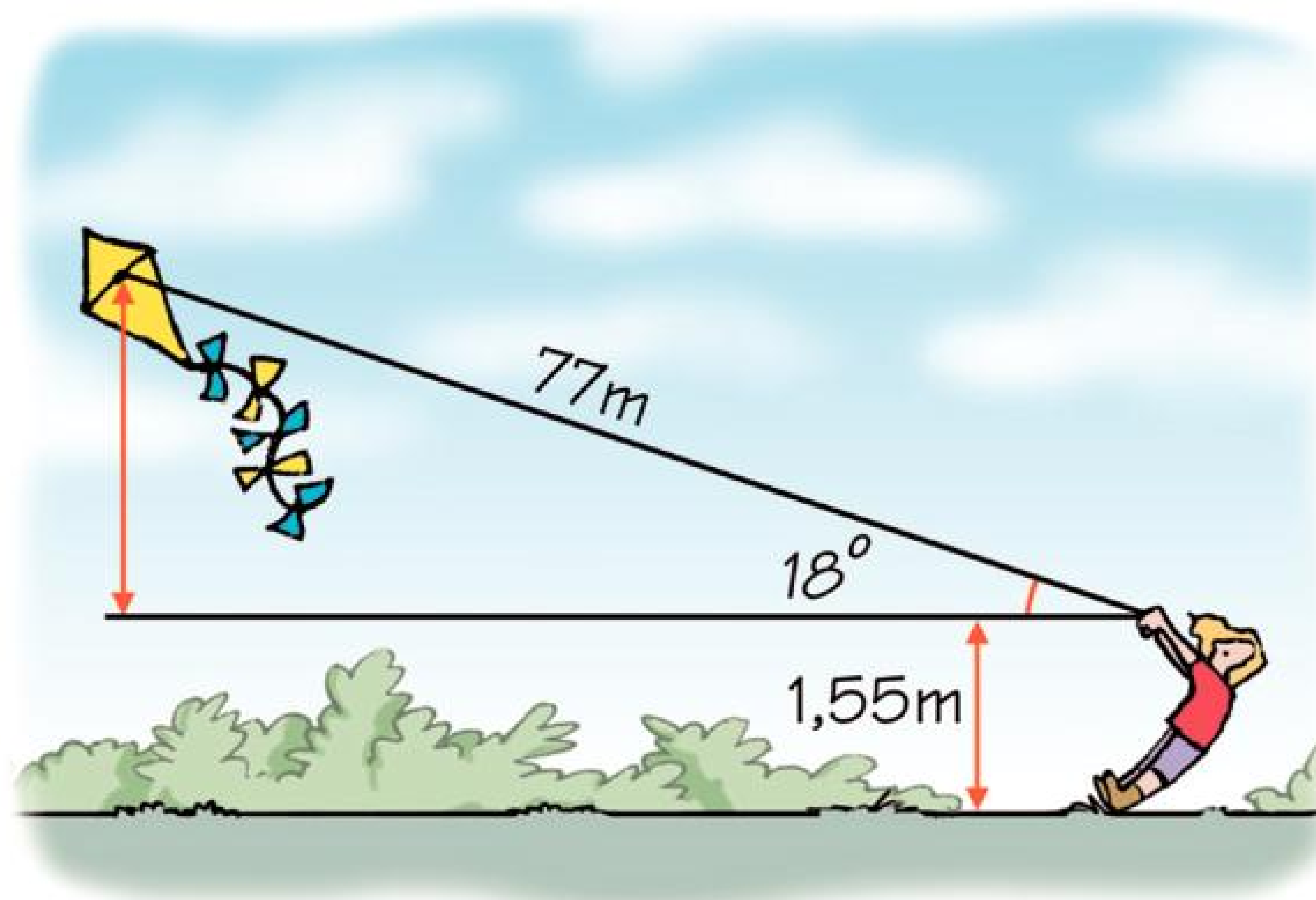
Bereken zijde *CD*.
Rond af op één decimaal.



7 Theorie E

a Elaine is aan het vliegeren.
Hoe hoog staat de vlieger?

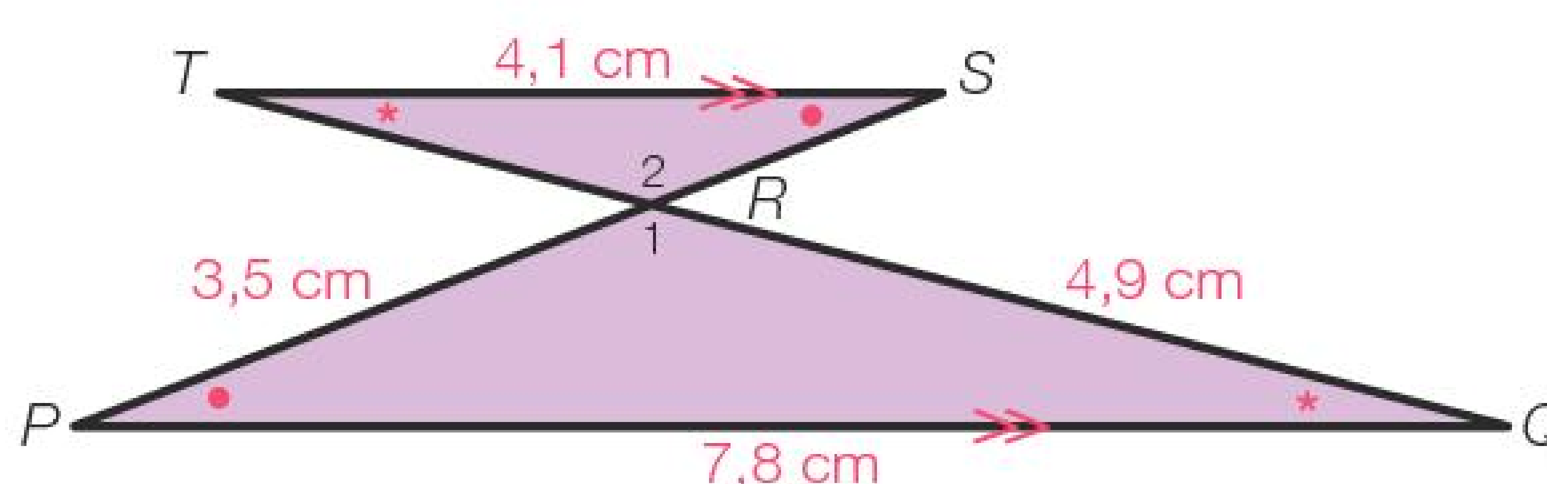
b Het gaat harder waaien.
De vlieger gaat steeds hoger.
De hoek wordt nu 40°.
Hoe hoog staat de vlieger nu?



8 Theorie E

a Bereken de lengte van *RT*.
Rond af op één decimaal.

b Bereken de lengte van *RS*.
Rond af op één decimaal.



© Noordhoff Uitgevers bv

9 Theorie E

De twee delen van de ladder staan 130 cm uit elkaar.
Van beide delen is de hellingshoek 72°.

a Op welke hoogte zit de top van de ladder? Rond af op hele cm.

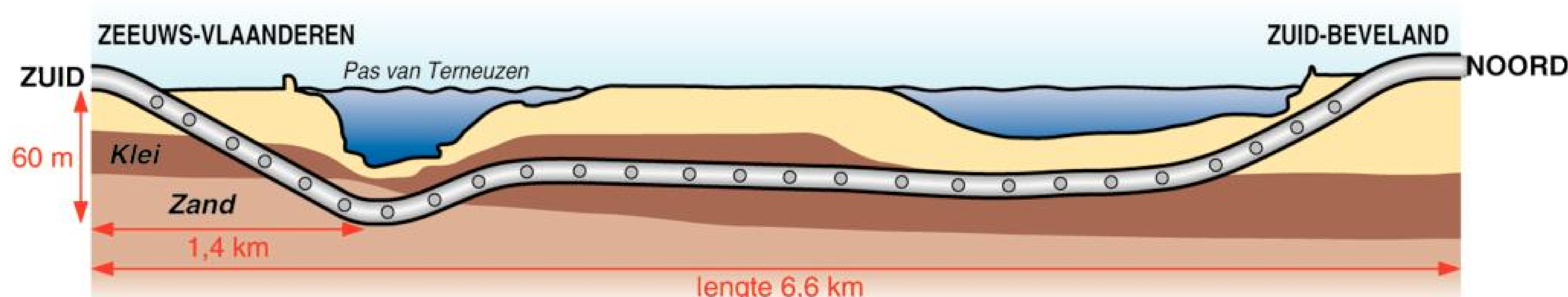
b Hoe lang is elk deel van de ladder? Rond af op hele cm.



3.4 Hellingspercentage

10 Theorie F

a Het steilste gedeelte van de Westerscheldetunnel bevindt zich aan de kant van Zeeuws-Vlaanderen. Bereken het hellingspercentage van dit stuk.

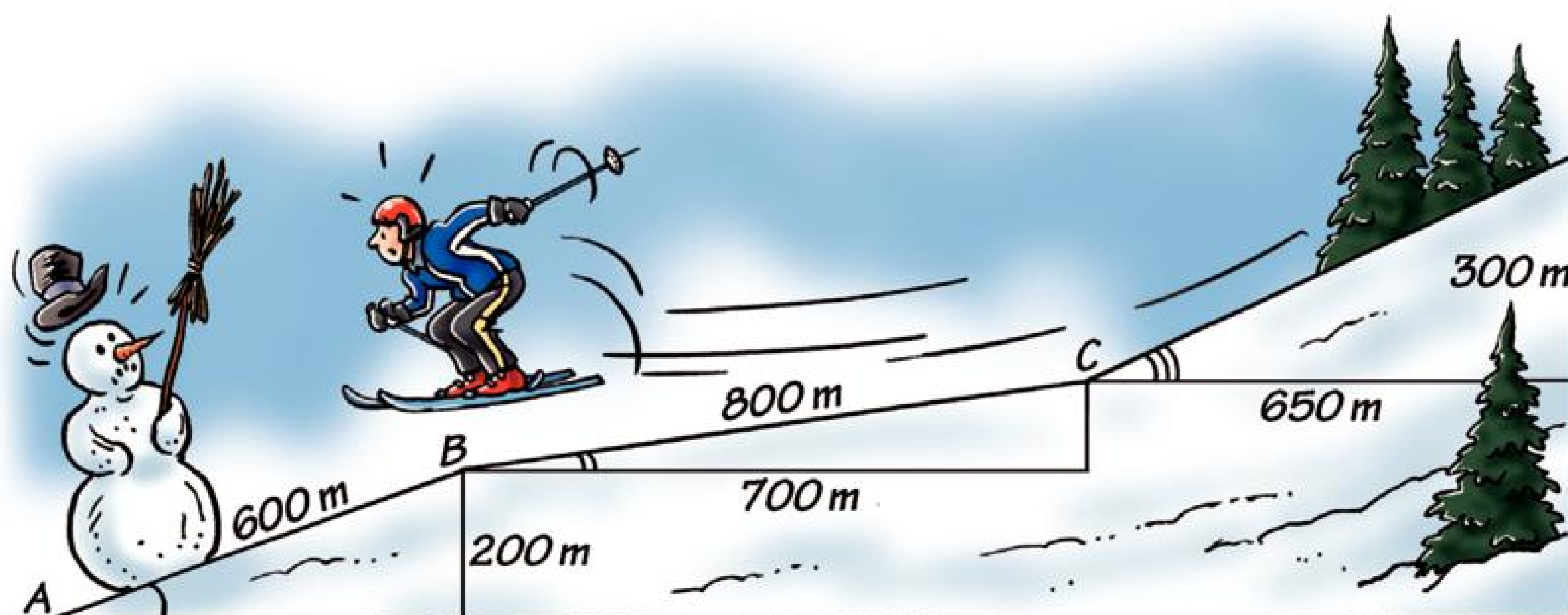


b Het hellingspercentage aan de kant van Zuid-Beveland is 2,6%.
Bereken de hellingshoek.

11 Theorie F

Een skihelling is 1200 m lang. De helling heeft een percentage van 11%.
Bereken het hoogteverschil.

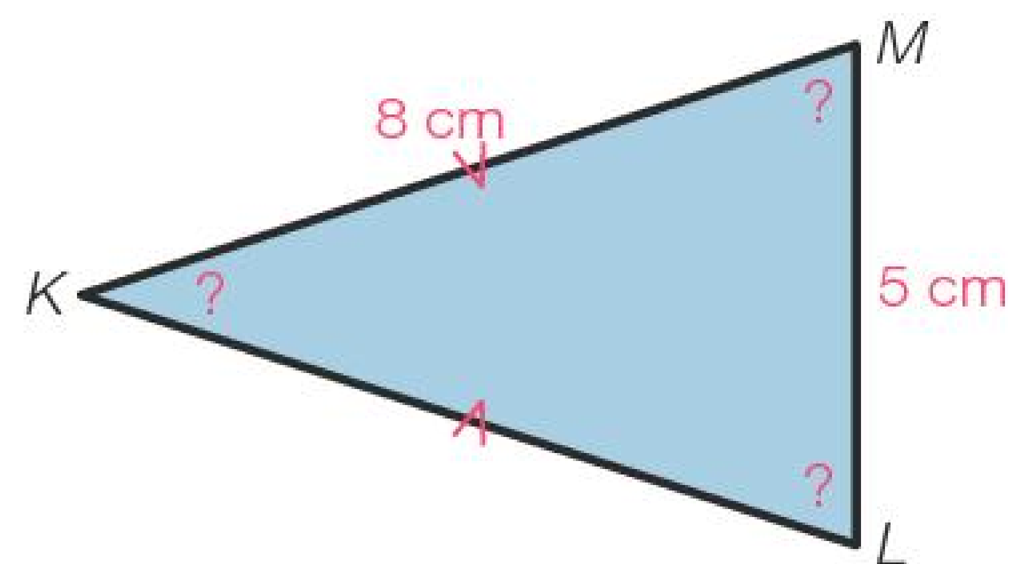
3.5 Goniometrie en hoeken



12 Theorie G

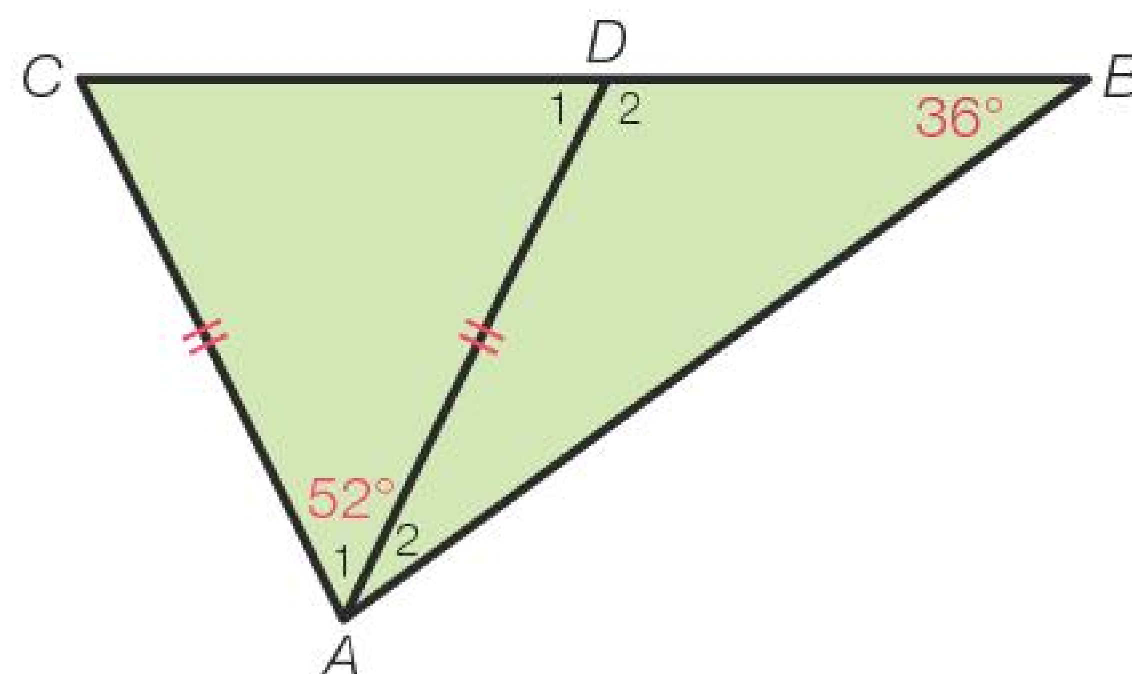
Bereken de hoeken bij A, bij B en bij C.

13 Theorie G
Bereken de hoeken *K*, *L* en *M* in de gelijkbenige driehoek *KLM*.



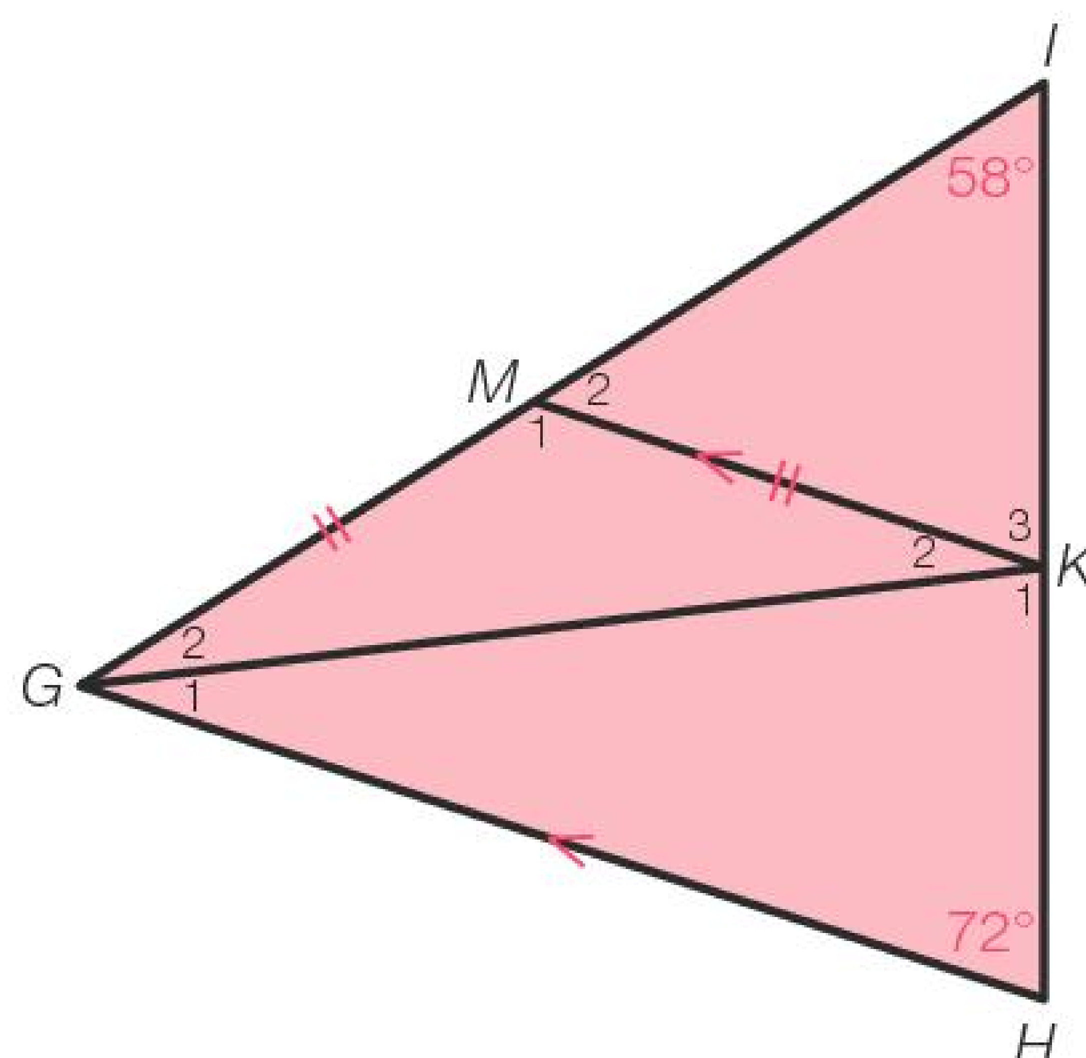
3.6 Hoeken in vlakke figuren

14 Theorie H
[▸📖 WERKBOEK] In de figuur is $\angle A_1 = 52°$ en $\angle B = 36°$. Verder is $AC = AD$.
Bereken de andere hoeken.

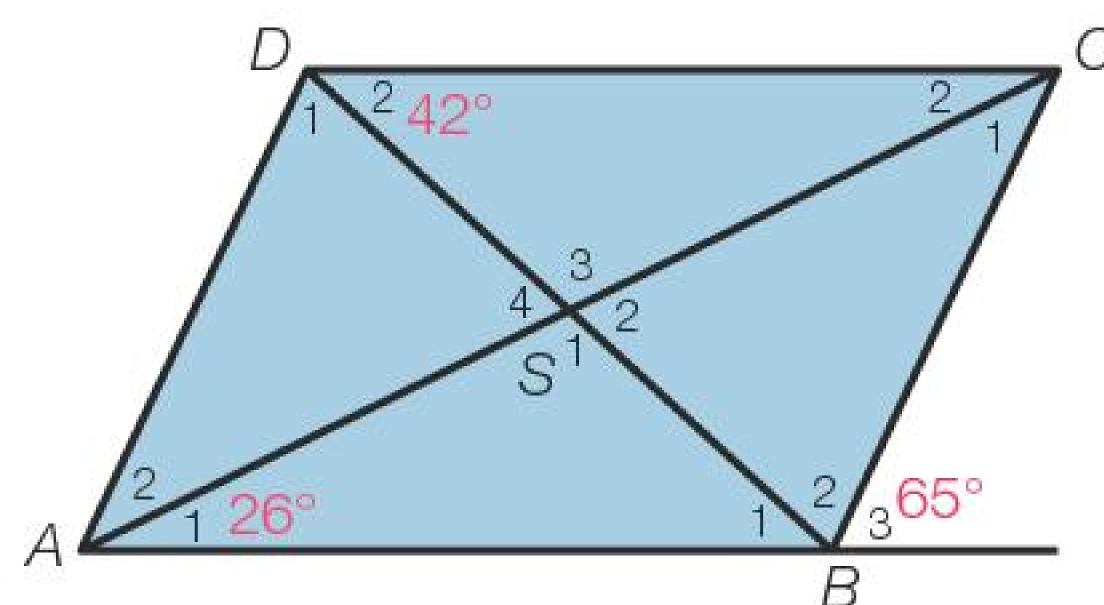


15 Theorie H
Van een $\triangle PQR$ is $PR = QR$ en $\angle R = 65°$.
Bereken $\angle P$ en $\angle Q$.

16 Theorie I
[▸📖 WERKBOEK] Van $\triangle GHI$ weet je $\angle H = 72°$ en $\angle I = 58°$.
Verder is $GM = KM$ en $GH \parallel KM$.
Bereken de andere hoeken.



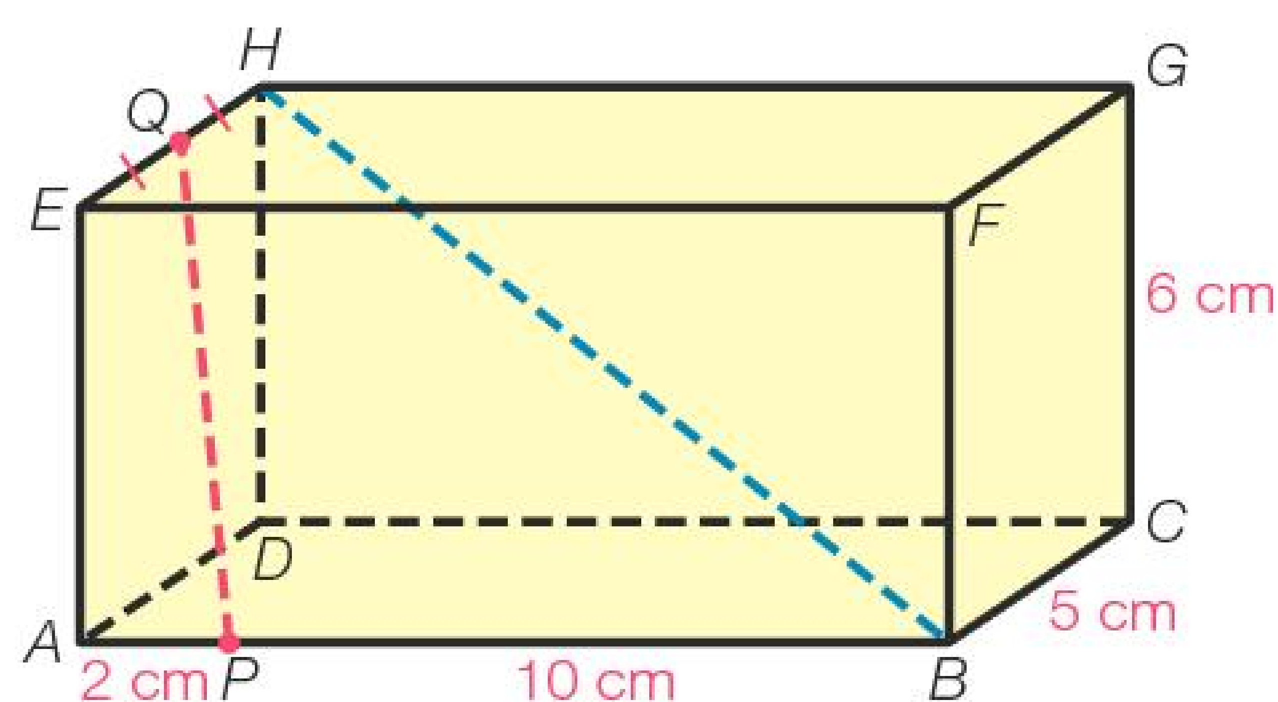
17 Theorie I
[▸📖 WERKBOEK] Vierhoek *ABCD* is een parallellogram.
a Bereken $\angle A_2$.
b Bereken $\angle S_1$.
c Bereken $\angle C_1$.



3.7 [VMBO-GT] Berekeningen in de ruimte

18 Theorie J
a Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal *BH*.
b Bereken $\angle DBH$.

19 Theorie K
Bereken de lengte van *PQ*.



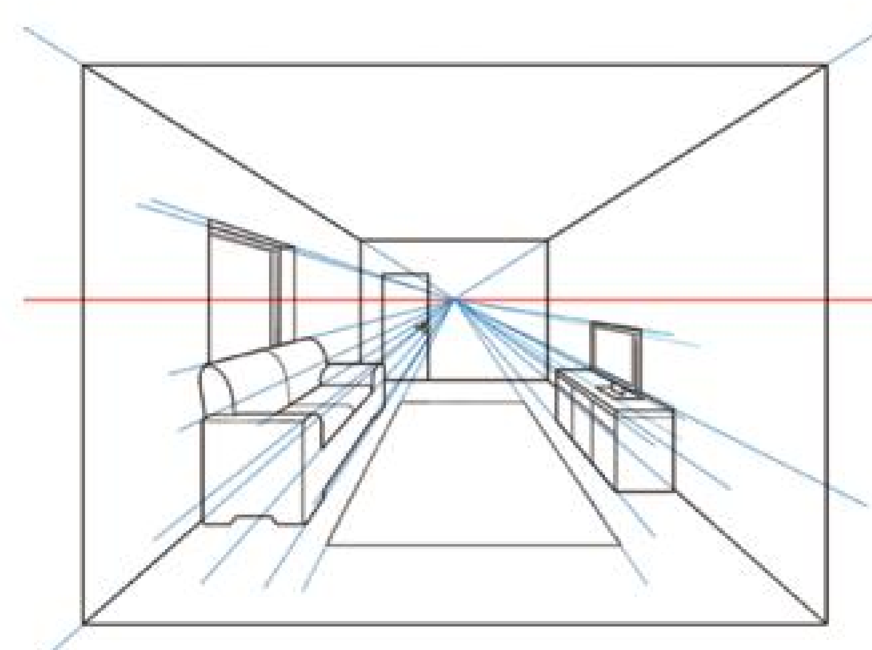
© Noordhoff Uitgevers bv

Onderzoeksopdracht
Perspectief

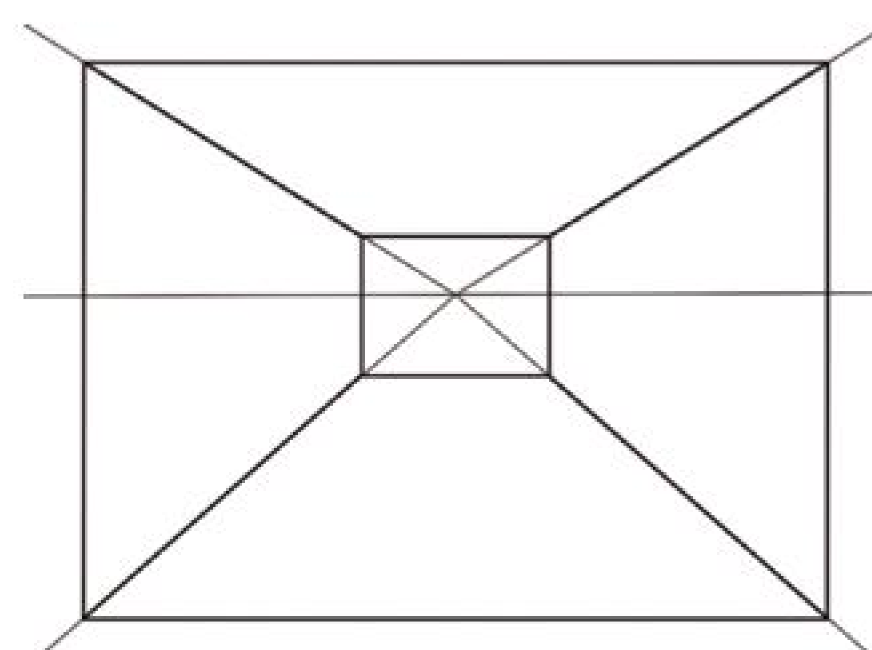


Voorbereiding
- Deze opdracht maak je alleen of met z'n tweeën.
- Lees de onderzoeksopdracht eerst helemaal door.

Opdracht
Maak een tekening van een binnenruimte waarin je gebruikmaakt van perspectief.



Aanpak
Bedenk van welke ruimte je de perspectieftekening gaat maken. Dat kan zijn je kamer thuis, het klaslokaal of een heel andere ruimte. Het moet wel een ruimte zijn waar je in kunt gaan zitten tekenen.
- Begin met een dunne horizon in het midden van het papier.
- Teken een verdwijnpunt in het midden van de horizon.
- Teken vluchtlijnen vanaf de twee onderste hoekpunten van het papier.
- Teken vluchtlijnen vanaf de twee bovenste hoekpunten van het papier.
- Teken nu de wand waar je tegenaan kijkt met horizontale en verticale lijnen, met de hoekpunten op de vluchtlijnen. Maak de lijnen dikker dan de vluchtlijnen.
- Maak de vluchtlijnen dikker tot aan de wand waar je tegenaan kijkt. Een voorbeeld zie je hiernaast.
- Gum de horizon uit, maar laat het vluchtpunt staan, dat heb je nog nodig.
- Nu moet je goed gaan kijken. Vul de ruimte in met ramen, deuren, meubels, enzovoorts. Op de zijwanden, de vloer en het plafond heb je weer vluchtlijnen nodig. Daarom maak je die als eerste.
- Als je de wand gaat tekenen waar je tegenaan kijkt, gum je eerst de stukjes vluchtlijnen daarin uit.
- Kleur je tekening in.
- Zet je handtekening rechtsonder in de hoek.
- Geef je werk een titel.



Presentatie
Maak een tentoonstelling van alle tekeningen van alle vierdeklassers.

4 Grafieken en vergelijkingen

Hoe meer, hoe minder

De vierdeklassers van het Pythagorascollege organiseren een reis naar een pretpark. Hoe meer leerlingen er mee gaan, hoe minder je per persoon betaalt. Er is een verband tussen het aantal deelnemende personen en de prijs die ze moeten betalen.
In de onderzoeksopdracht ga je op zoek naar verbanden die bij jouw profiel passen Je gaat er formules bij maken en grafieken bij tekenen. Dit hoofdstuk gaat daarover. Daarom is het belangrijk dat je eerst dit hoofdstuk leert en maakt.

Wat leer je?

– Werken met omgekeerd evenredige verbanden.
– Werken met stippengrafiek en trapgrafiek.
– Werken met diverse formules en grafieken.
– Vergelijkingen oplossen.







© Noordhoff Uitgevers bv



© Noordhoff Uitgevers bv

Voorkennis Formules en vergelijkingen

Deelstreep

1 Bereken. Schrijf ook de tussenstappen op.

a $\frac{10 + 2}{4}$ **b** $\frac{8 \times 40}{80 + 80} - 25$

$\frac{2 \times 4 + 2 \times 6}{5} =$

$\frac{8 + 12}{5} =$

$\frac{20}{5} = 4$

Lengte

2 Er is een verband tussen de lengte van een kind en de lengte van zijn ouders. De lengte van een jongen kun je voorspellen met een formule.

lengte jongen (cm) $= \frac{(m + 13) + v}{2} + 4{,}5$

Hierin is m de *lengte* van de moeder in cm en v de *lengte* van de vader in cm.

a De moeder van Robert is 174 cm en zijn vader is 182 cm.
Bereken met de formule hoe lang Robert zal worden.

b De moeder van Wilfred is 160 cm en zijn vader is 172 cm.
Bereken hoe lang Wilfred zal worden.



3 De lengte van een meisje kun je voorspellen met een formule.

lengte meisje (cm) $= \frac{(v - 13) + m}{2} + 4{,}5$

Hierin is m de *lengte* van de moeder in cm en v de *lengte* van de vader in cm.

a De moeder van Melina is 168 cm en haar vader is 181 cm.
Bereken met de formule hoe lang Melina zal worden.

b De moeder van Anniek is 171 cm en haar vader is 169 cm.
Bereken hoe lang Anniek zal worden.

4 Hoe lang word jij volgens de formule?

© Noordhoff Uitgevers bv

5 Er bestaat nog een formule om de lengte van jongens te berekenen. De formule is
lengte (cm) = 50 + $\sqrt{900 \times \text{leeftijd (jaren)}}$.

a Bereken de lengte van Jeroen die 15 jaar is. Rond af op helen.

b Jan is 145 cm. Daarbij hoort de vergelijking
145 = 50 + $\sqrt{900 \times \text{leeftijd (jaren)}}$.
Los de vergelijking op met inklemmen.
Hoe oud is Jan volgens de formule?

Inklemmen: vul steeds een getal in tot je de oplossing hebt.

Balansmethode

$5x - 7 = 3x + 3$	In het rechterlid geen variabele.
$-3x \quad -3x$	
$2x - 7 = 3$	In het linkerlid geen losse getallen.
$+7 \quad +7$	
$2x = 10$	Delen door het getal dat voor de variabele staat.
$:2 \quad :2$	
$x = 5$	Dit is de oplossing.

Taxi

6 Hiernaast zie je de formules waarmee twee taxibedrijven hun tarief berekenen. Hierin is de variabele *a* de *afstand* in kilometers.



a Welk verband is er tussen de *ritprijs* en de afstand *a*? Kies uit: *lineair verband* of *kwadratisch verband*.

b Hoeveel kost een rit van 12 km bij Cartax?

c Ferdi wil naar het station. De afstand is 6 km. Welk taxibedrijf is voor deze rit voordeliger en hoeveel euro scheelt het?

d Om uit te zoeken bij hoeveel kilometer de taxi's even duur zijn maak je de vergelijking
$8 + 2{,}5a = 12 + 2a$.
Los de vergelijking op met behulp van de balansmethode.
Bij hoeveel kilometer zijn de taxibedrijven even duur?

e Welk taxibedrijf is bij grote afstanden voordeliger? Laat het met een berekening zien.

4.1 Omgekeerd evenredig

Uitstapje

1 Barend en Fadine organiseren een uitstapje naar een attractiepark voor de vierdeklassers. Ze huren een bus voor € 1200. De leerlingen die meegaan betalen met elkaar de bus.



a Hoeveel betaalt ieder voor de bus als er 20 leerlingen meegaan?

b Hoeveel betaalt ieder voor de bus als er 40 leerlingen meegaan?

c In de bus passen maximaal 60 passagiers. Hoeveel betaal je per persoon als de bus vol is?

d Vul in *meer* of *minder*.
Hoe meer leerlingen meegaan hoe ... het per persoon kost.

Theorie A Omgekeerd evenredig

Het inhuren van een band voor een schoolfeest kost € 600. Hoe meer leerlingen er komen, hoe minder je per leerling betaalt. Hierbij kun je een formule maken.

$$B = \frac{600}{a}$$

Hierin is *B* het *bedrag* in euro's per leerling en *a* het *aantal* leerlingen.
Hierbij kun je een tabel en een grafiek maken.



BAND HUREN

a	10	15	20	30	40	60
B	60	40	30	20	15	10

In de tabel en in de grafiek zie je:
als *a* zes keer zo groot wordt, dan wordt *B* zes keer zo klein
als *a* drie keer zo klein wordt, dan wordt *B* drie keer zo groot.
Er is een **verband** tussen *a* en *B*.
Zo'n verband noemen we een **omgekeerd evenredig** verband.
De grafiek bij een omgekeerd evenredig verband heet een **hyperbool**.
Bij een tabel met een omgekeerd evenredig verband, kun je boven in de tabel geen 0 invullen, want delen door 0 kan niet. Je krijgt ook nooit 0 onder in de tabel als antwoord.

© Noordhoff Uitgevers bv

Voorbeeld Omgekeerd evenredig verband

Opgave

Het huren van een bus kost € 800. Je betaalt de bus met iedereen die meereist.

Hierbij hoort de formule $P = \frac{800}{a}$.

Hierin is P de *prijs per persoon* in euro's en a het *aantal* personen.

a Teken de grafiek bij de formule.

b Er gaan maximaal 55 personen in de bus. Het uitstapje gaat alleen door als de prijs van de bus onder de € 20 per persoon is. Kleur het gedeelte van de grafiek dat betekenis heeft.

c Wat gebeurt er met de prijs per persoon als het aantal personen twee keer zo groot wordt?

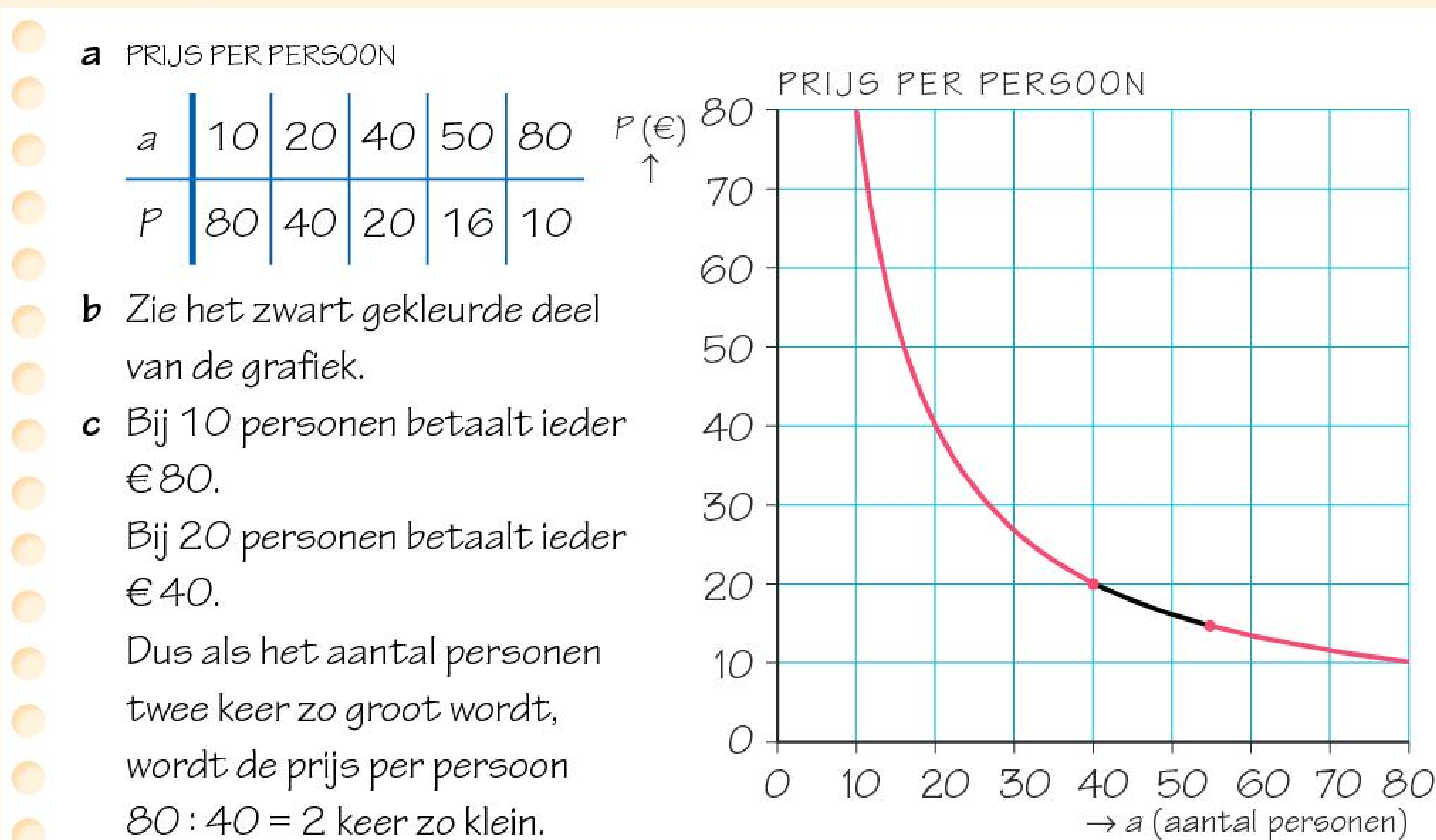
Aanpak

a Vul de tabel in. Teken de punten uit de tabel in het assenstelsel. Teken een vloeiende kromme door de punten.

b Zoek op de horizontale as 55 personen en ga naar boven naar de grafiek. Zet daar een punt. Zoek op de verticale as 20 euro en ga naar rechts naar de grafiek. Zet daar een punt. Tussen deze twee punten heeft de grafiek betekenis.

c Kies een getal voor a, bijvoorbeeld $a = 10$ en bereken de prijs per persoon. Kies dan voor a een getal twee keer zo groot, dus $a = 20$, en bereken de prijs per persoon.

Uitwerking


a PRIJS PER PERSOON

a	10	20	40	50	80
P	80	40	20	16	10

b Zie het zwart gekleurde deel van de grafiek.

c Bij 10 personen betaalt ieder € 80.
Bij 20 personen betaalt ieder € 40.
Dus als het aantal personen twee keer zo groot wordt, wordt de prijs per persoon 80 : 40 = 2 keer zo klein.

Cadeau kopen

Test opgave

[▶ 📖 WERKBOEK] Chantal is jarig. Een aantal vriendinnen koopt een cadeau voor haar verjaardag. Dat cadeau kost € 50. Hierbij hoort de formule $B = \frac{50}{a}$.

Hierin is B het *bedrag per persoon* in euro's en a het *aantal* vriendinnen.

a Teken de grafiek bij de formule.

b Wat gebeurt er met het bedrag per persoon als het aantal vriendinnen vier keer zo groot wordt?

c Chantal nodigt 10 vriendinnen uit. De vriendinnen die komen kopen het cadeau alleen als ze niet meer dan € 12,50 per persoon hoeven te betalen. Kleur het gedeelte van de grafiek dat zinvol is.

Attractiepark

2

[▶ 📖 WERKBOEK] Bij het huren van een grote bus hoort de formule $B = \frac{1500}{a}$.

a	10	20	30	50	60	75	100
B							

Hierin is B het *bedrag per persoon* in euro's en a het *aantal* personen.

a Als er 10 personen meegaan betaal je per persoon $\frac{1500}{10} = 150$ euro.
Vul dat in de tabel in.

b Wat betaal je per persoon als er 20 personen meegaan?

c Vul de tabel verder in.

d Teken de punten die volgen uit de tabel. Begin bij (10, 150).

e Teken de grafiek door de punten. De grafiek is een vloeiende kromme.

3

[▶ 📖 WERKBOEK] Barend wil dat de bus niet meer dan 30 euro per persoon kost. In de bus kunnen maximaal 75 passagiers. Je gaat het gedeelte op de grafiek kleuren dat betekenis heeft.



a Zoek op de verticale as 30 euro en ga naar rechts naar de grafiek. Zet daar een punt.

b Zoek op de horizontale as 75 personen en ga naar boven naar de grafiek. Zet daar een punt.

c Tussen deze twee punten heeft de grafiek betekenis. Kleur het gedeelte tussen de twee punten.

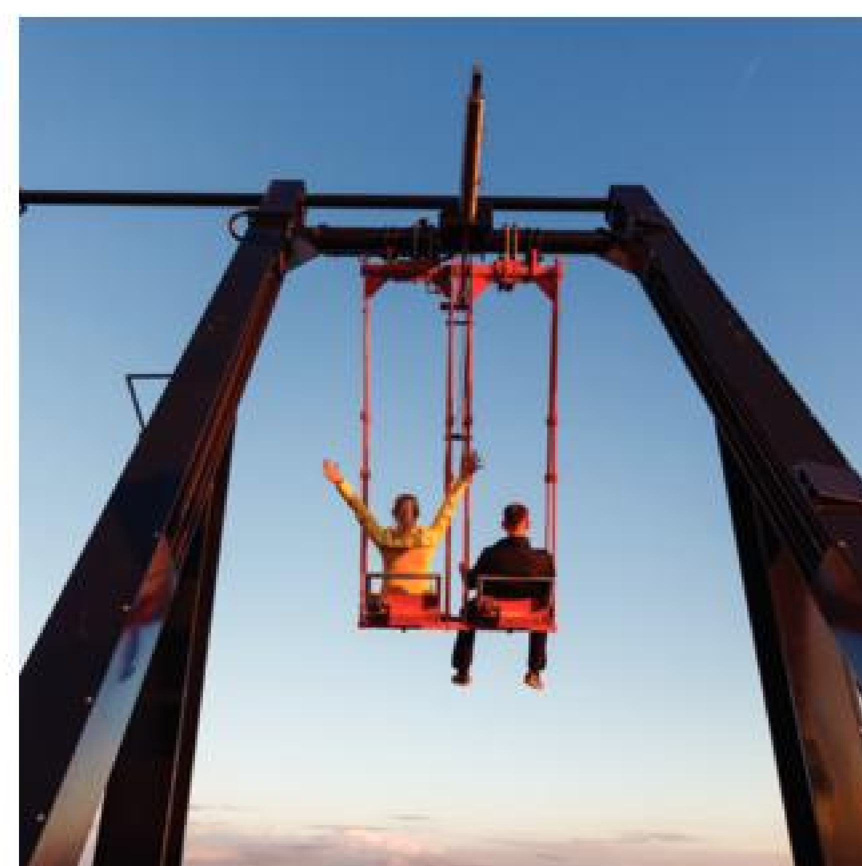
© Noordhoff Uitgevers bv

Reuzenschommel

4 [WERKBOEK] Gijs bedient de reuzenschommel. Hij kan de schommeltijd aanpassen. Als de rij langer wordt, maakt hij de schommeltijd korter. Daarbij hoort de formule

schommeltijd (minuten) $= \frac{360}{a}$.

Hierin is *a* het *aantal* wachtenden.



- **a** Hoelang duurt het schommelen als er 20 wachtenden zijn?
- **b** Hoelang duurt het schommelen als er 240 wachtenden zijn?
- **c** Vul de tabel in en teken de grafiek bij de formule.
- **d** Wat gebeurt er met de schommeltijd als het aantal wachtenden twee keer zo groot wordt? Gebruik de tabel. Kijk bij $a = 60$ en $a = 120$.

5 [WERKBOEK] Gijs zegt: 'Het schommelen duurt maximaal 3 minuten en er mogen niet meer dan 180 wachtenden zijn.

- **a** Zoek op de verticale as 3 minuten en ga naar rechts naar de grafiek. Zet daar een punt.
- **b** Zoek op de horizontale as 180 wachtenden en ga naar boven naar de grafiek. Zet daar een punt.
- **c** Tussen deze twee punten heeft de grafiek betekenis. Kleur het gedeelte tussen de twee punten.

Winkelruimte

6 [WERKBOEK] Op de ruit van een winkelpand hangt de tekst hiernaast. De vloer van de winkel is rechthoekig. De breedte van de vloer kun je berekenen met de formule $b = \frac{800}{l}$.

Hierin is *b* de *breedte* in meters en *l* de *lengte* in meters.



- **a** Teken de grafiek bij de formule.
- **b** Wat gebeurt er met de breedte als de lengte acht keer zo groot wordt?
- **c** Kleur het gedeelte van de grafiek dat volgens jou betekenis heeft. Leg uit waarom je dat vindt.

© Noordhoff Uitgevers bv

Pizza

7 ⊙✱ Een meerpersoons pizza weegt 2,4 kg.
De pizza wordt eerlijk verdeeld.

Hierbij hoort de formule $G = \frac{2400}{a}$.

Hierin is *a* het aantal personen en
G het gewicht van één portie in grammen.

a Hoeveel gram krijgt ieder als er 12 personen zijn?
b Ieder krijgt 600 gram.
Hoeveel personen zijn er?



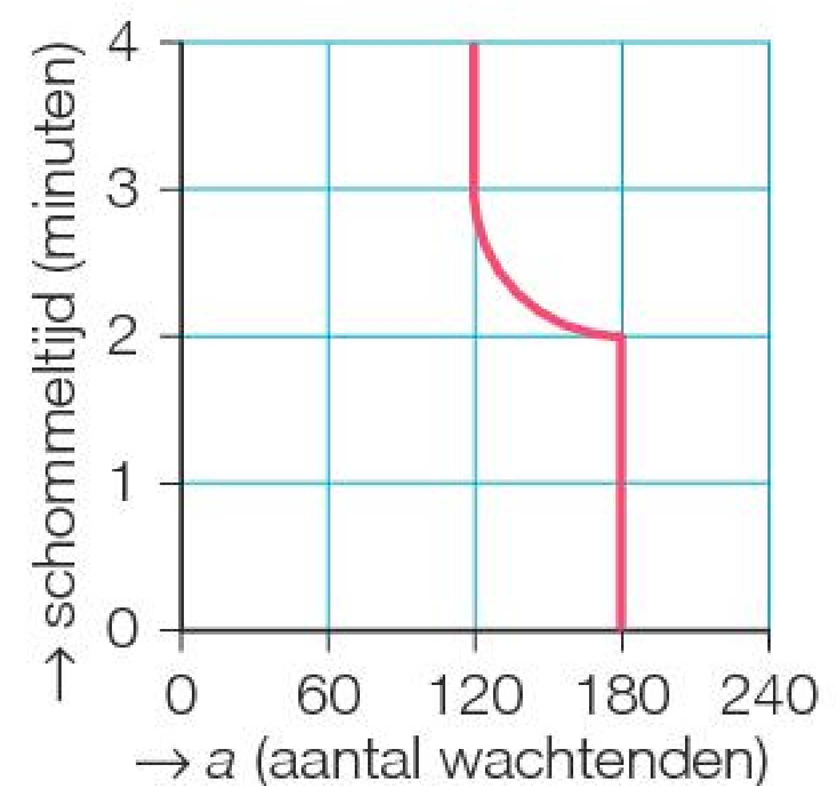
8 ✱ Als er heel erg veel mensen mee eten van de pizza krijgt ieder bijna niets.
Leg dit uit met voorbeelden.

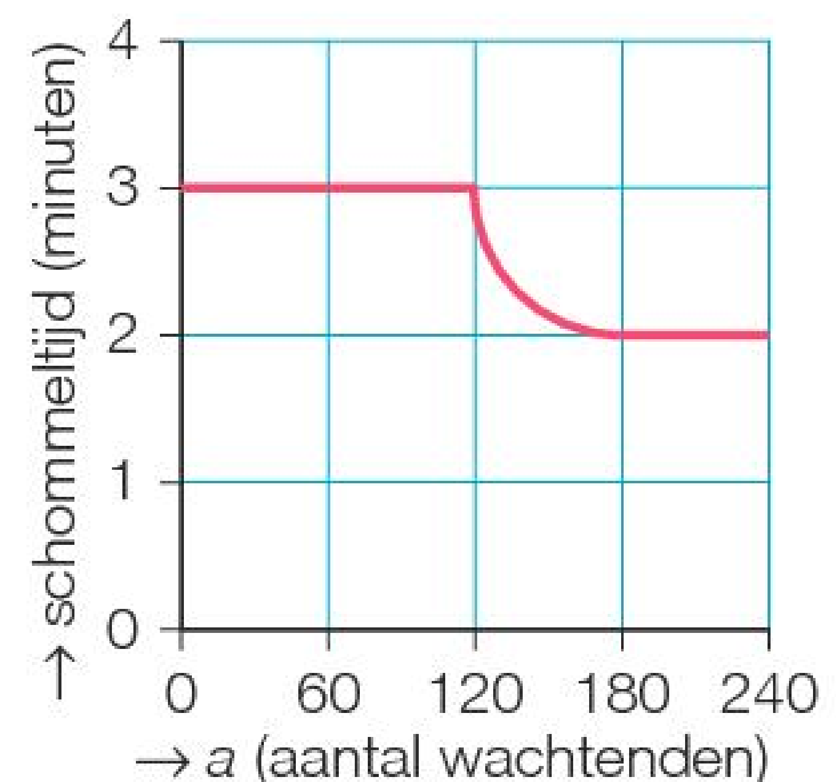
Schommeltijd

9 ✱ Gijs bedient de reuzenschommel.
Hij kan de schommeltijd aanpassen.
Als de rij langer wordt, maakt hij de schommeltijd korter. Daarbij hoort de formule

$$\text{schommeltijd (minuten)} = \frac{360}{a}.$$

Hierin is *a* het *aantal* wachtenden.
Gijs zegt: ‘Het schommelen duurt altijd minstens twee minuten en hoogstens 3 minuten.’
Welke van de twee grafieken hoort bij de schommeltijd?





Delen door 0

10 ⊙✱ Bereken $\frac{10}{0}$ met je rekenmachine.
Wat staat er op je scherm?

Afspraak: Delen door 0 kan niet.

11 ⊙✱ Bereken of zet *kan niet*.

a $\frac{1}{0}$

b $\frac{0}{1}$

c $26 : 0$

d $0 : 26$

e $\frac{76589}{0}$



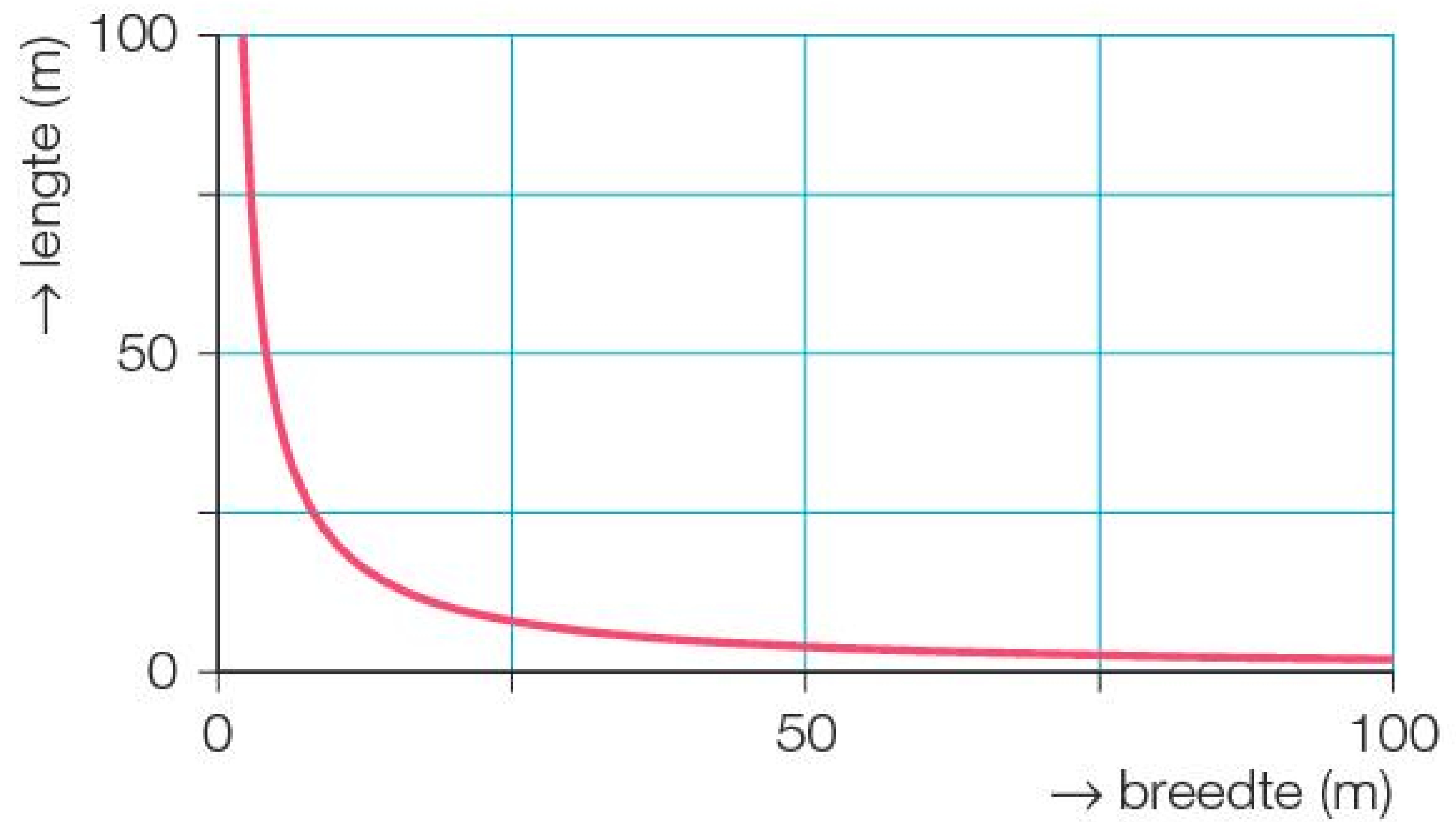
© Noordhoff Uitgevers bv

Assen en hyperbool

12 Bij een rechthoek met een oppervlakte van 200 m^2 hoort de formule

$$\text{lengte} = \frac{200}{\text{breedte}}.$$

Hierin zijn de *lengte* en de *breedte* in meters.
De grafiek van de formule is een hyperbool.



a Neem de tabel over en vul hem in.

OPPERVLAKTE 200 M^2

breedte (m)	0,1	1	10	20	50	100	100 000	1 000 000
lengte (m)								

b Wat gebeurt met de grafiek als je voor de *breedte* een steeds groter getal invult. Kies uit:
A De grafiek snijdt de horizontale as.
B De grafiek gaat steeds verder van de horizontale as af.
C De grafiek komt steeds dichter bij de horizontale as.

c Kun je voor de breedte een getal invullen waardoor de lengte nul wordt?

De breedte kan nooit nul zijn, want een rechthoek zonder breedte bestaat niet.



Camping

13 [WERKBOEK] Atie en Sylvia gaan naar camping De Hunze. In de campinggids lezen ze dat de oppervlakte van elke kampeerplaats 100 m^2 is.
De kampeerplaatsen hebben de vorm van een rechthoek.

a Hoe breed is de plaats als de lengte 20 m is?
b En als de lengte 12,5 m is?
c Vul de tabel in.

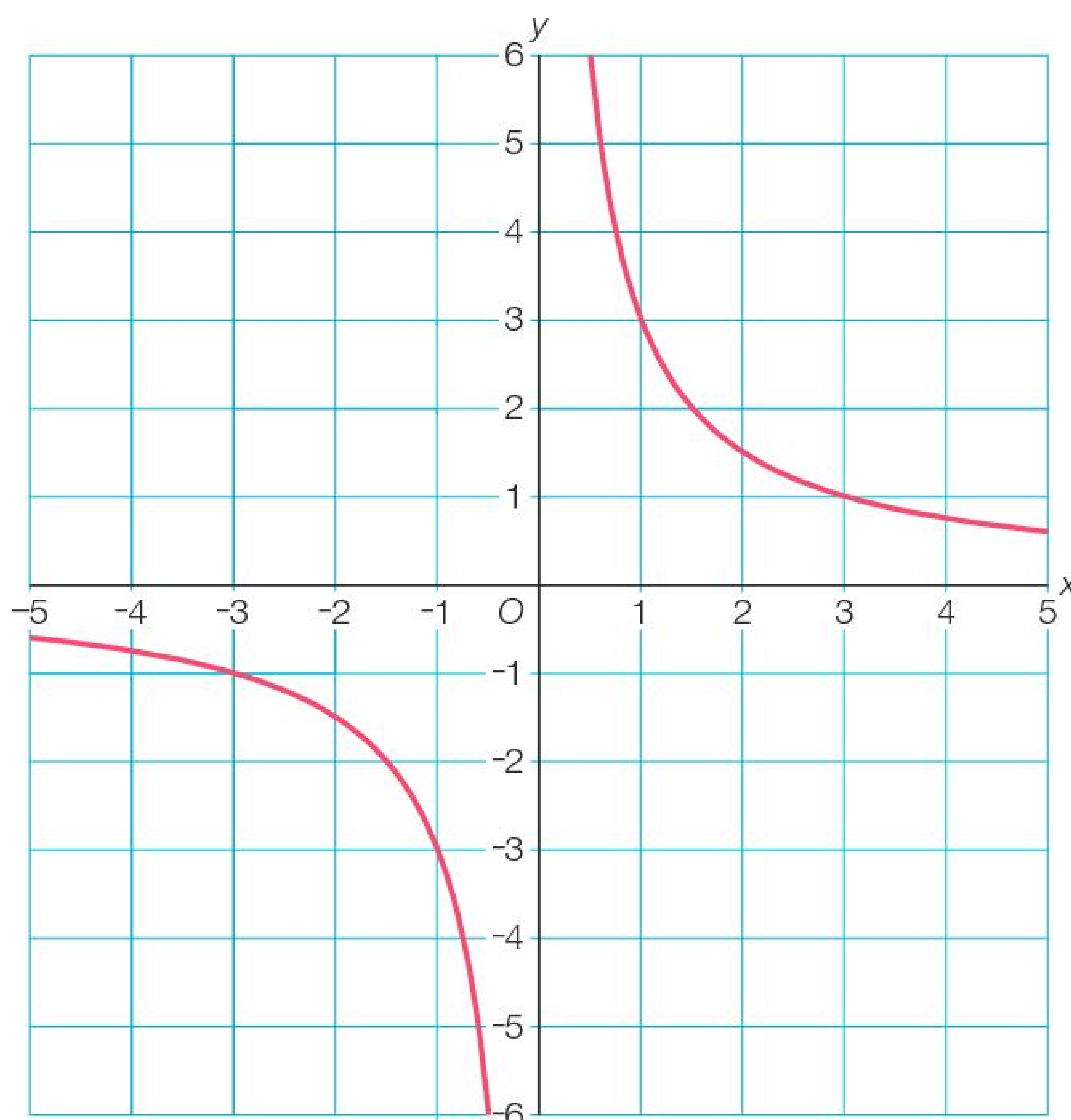
OPPERVLAKTE 100 M^2

lengte (m)	1	2	4	5	8	10	12,5	20	25	50	100
breedte (m)											

d Schrijf de formule op die bij de tabel hoort.
e Teken de grafiek bij de formule.
f Kleur het gedeelte van de grafiek dat volgens jou zinvol is.

Hyperbool

14 * [▶ WERKBOEK] Hiernaast zie je de grafiek die hoort bij de formule $y = \frac{3}{x}$.



a Bij welke waarde van x heeft deze formule geen uitkomst?

b Een punt van de grafiek heeft als y-waarde 12. Bereken de x-waarde voor dit punt.

c De gegeven formule $y = \frac{3}{x}$ verandert in de nieuwe formule $y = \frac{3}{x} - 2$.
Teken in hetzelfde assenstelsel de grafiek die bij de nieuwe formule hoort. Vul eerst de tabel in.

Rekenbreak

Lisa en Dirk kopen elk een spijkerbroek.
Ze delen de rekening.
Hoeveel betaalt ieder?



Jeans €89,-
Nu elke tweede jeans voor de halve prijs.

Woordenlijst

- hyperbool
- omgekeerd evenredig verband

© Noordhoff Uitgevers bv

4.2 Allerlei formules en grafieken

Chips

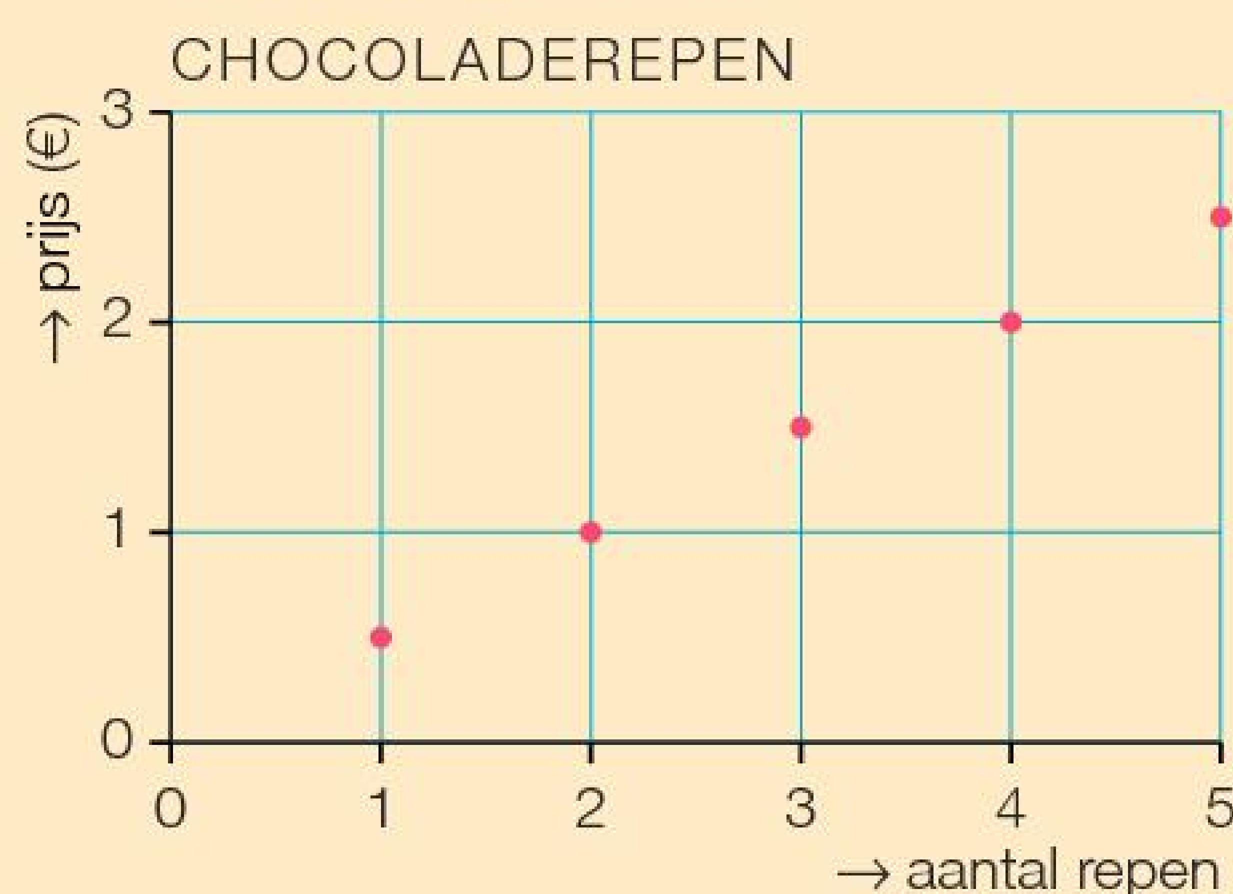
15 Een zak paprikachips kost € 0,88.

a Hanna heeft chips gekocht. Zij betaalt € 7,04.
Hoeveel zakken chips heeft Hanna gekocht?

b Dean heeft € 2,20.
Hoeveel zakken chips kan hij hiervoor kopen?

Theorie B Stippengrafiek

In de grafiek zie je het verband tussen het aantal repen chocola en de prijs. Eén reep chocolade kost € 0,50. Twee repen kosten € 1.

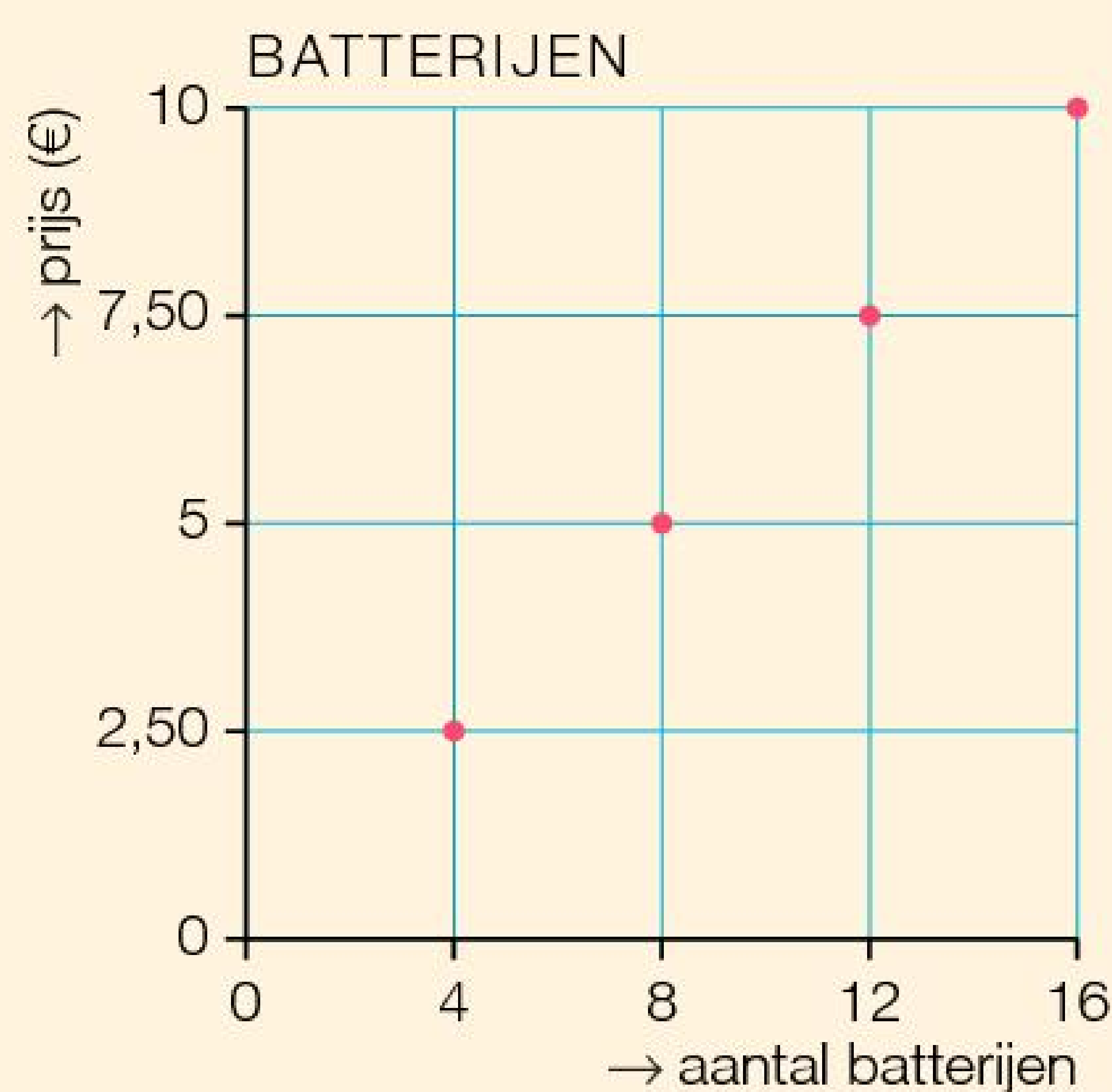


Je kunt alleen maar hele repen kopen, daarom is er geen lijn getrokken door de stippen.
Zo'n grafiek noemen we een **stippengrafiek**.

Voorbeeld Stippengrafiek

Opgave

Bij fotozaak Muis kun je batterijen kopen.
De stippengrafiek gaat daarover.



a De batterijen zitten verpakt in plastic.
Hoeveel batterijen zitten in één verpakking?

b Laureen heeft voor haar camera 6 batterijen nodig.
Hoeveel rekent zij daarvoor af bij de kassa?

c Charley heeft € 8.
Hoeveel batterijen kan hij maximaal aanschaffen?

Aanpak

a Kijk naar de horizontale as. Om de hoeveel batterijen staat een stip?

b Bij 6 batterijen staat geen stip. Lees daarom af hoeveel 8 batterijen kosten.

c Bij € 8 staat geen stip. Lees daarom af hoeveel batterijen je voor € 7,50 kunt krijgen.

© Noordhoff Uitgevers bv

Uitwerking

a In een verpakking zitten 4 batterijen.
b Zij rekent daarvoor € 5 af bij de kassa.
c Hij kan maximaal 12 batterijen aanschaffen.

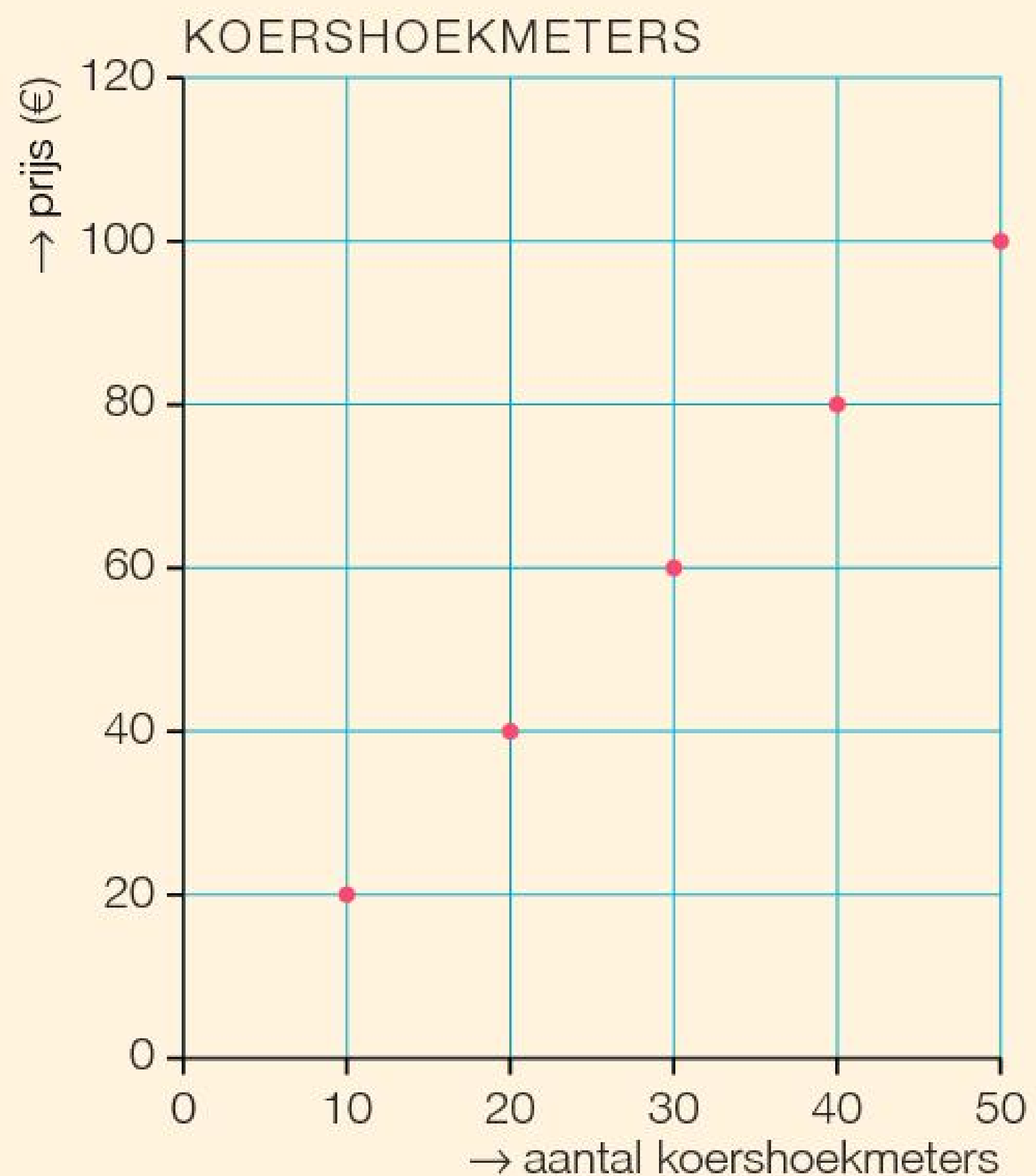
Koershoekmeters

Test opgave

Meneer Bosch bestelt koershoekmeters.
De grafiek hiernaast hoort daarbij.

a De koershoekmeters koop je per doosje.
Hoeveel koershoekmeters zitten er in een doosje?

b Meneer Bosch heeft 34 koershoekmeters nodig.
Hoeveel moet meneer Bosch betalen?



Stroopwafels

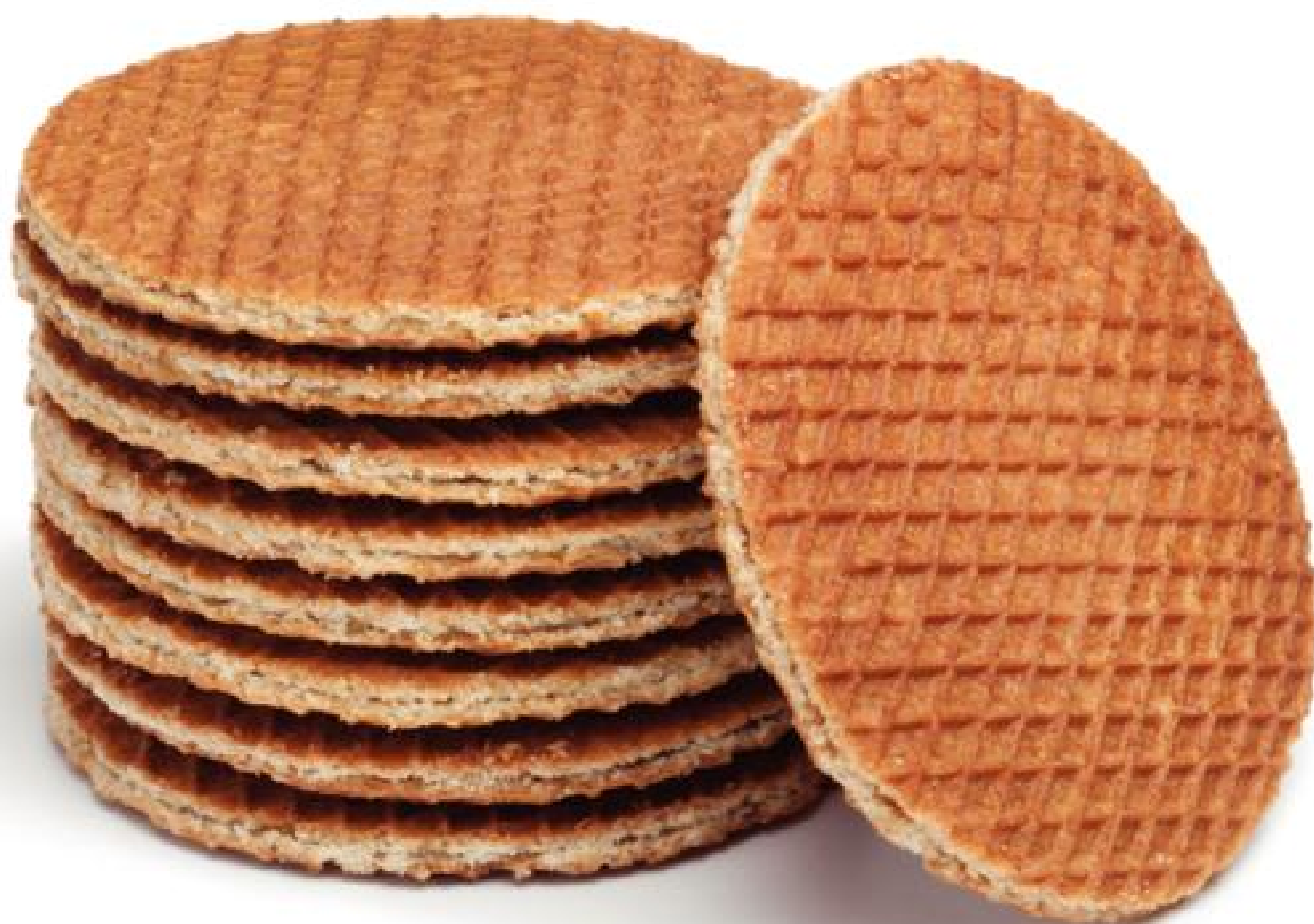
16 

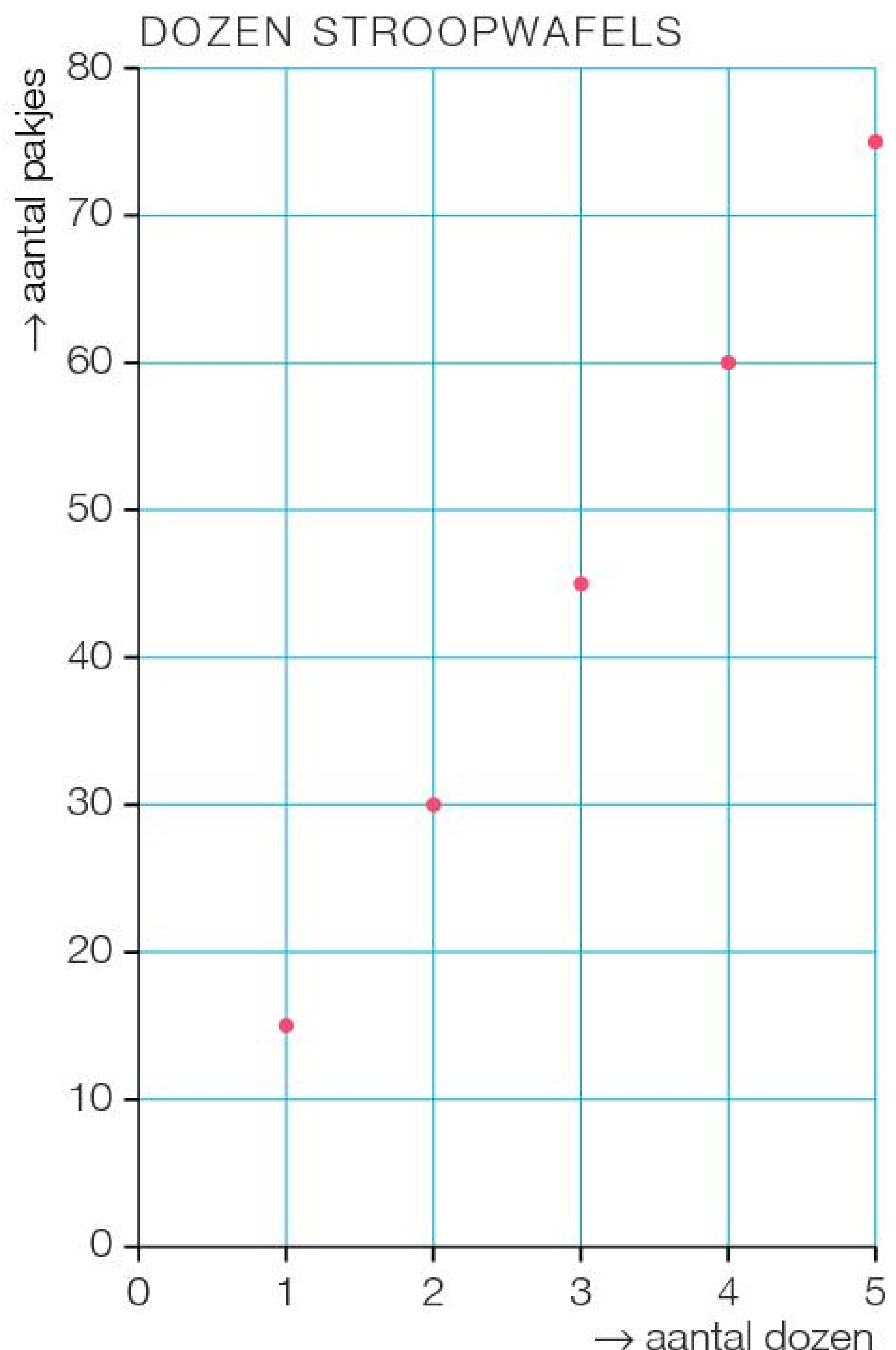
Groothandel Wafel verkoopt pakjes stroopwafels per doos.

a Hoeveel pakjes stroopwafels zitten er in één doos?

b Hoeveel pakjes stroopwafels zitten er in drie dozen?

c Waarom staat er geen stip bij 2,5 doos?





© Noordhoff Uitgevers bv

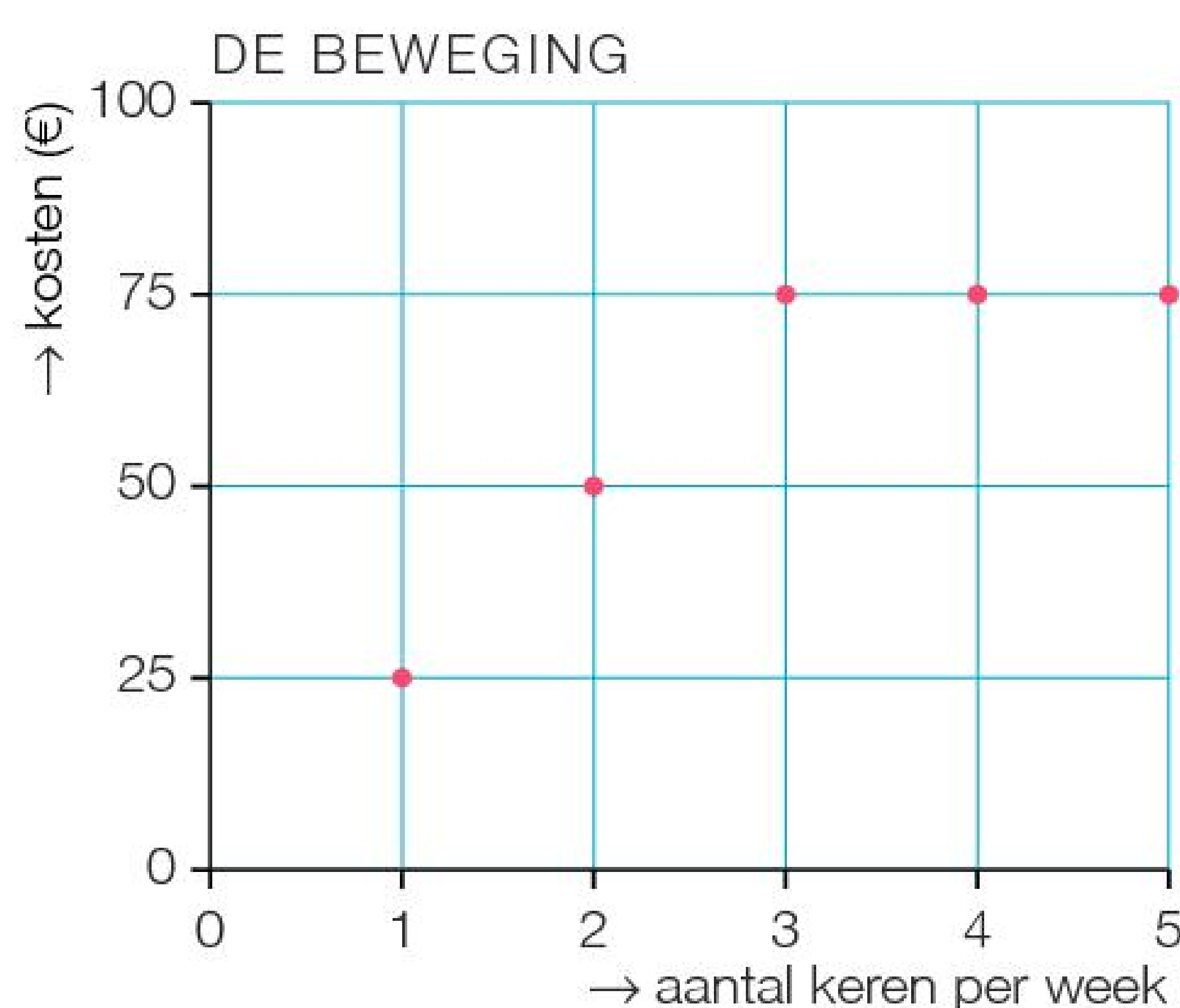
Sportschool

17 De tarieven per kwartaal van sportschool De Beweging zie je in de stippengrafiek hiernaast.

a Hoeveel kost een kwartaalabonnement als je één keer per week sport?

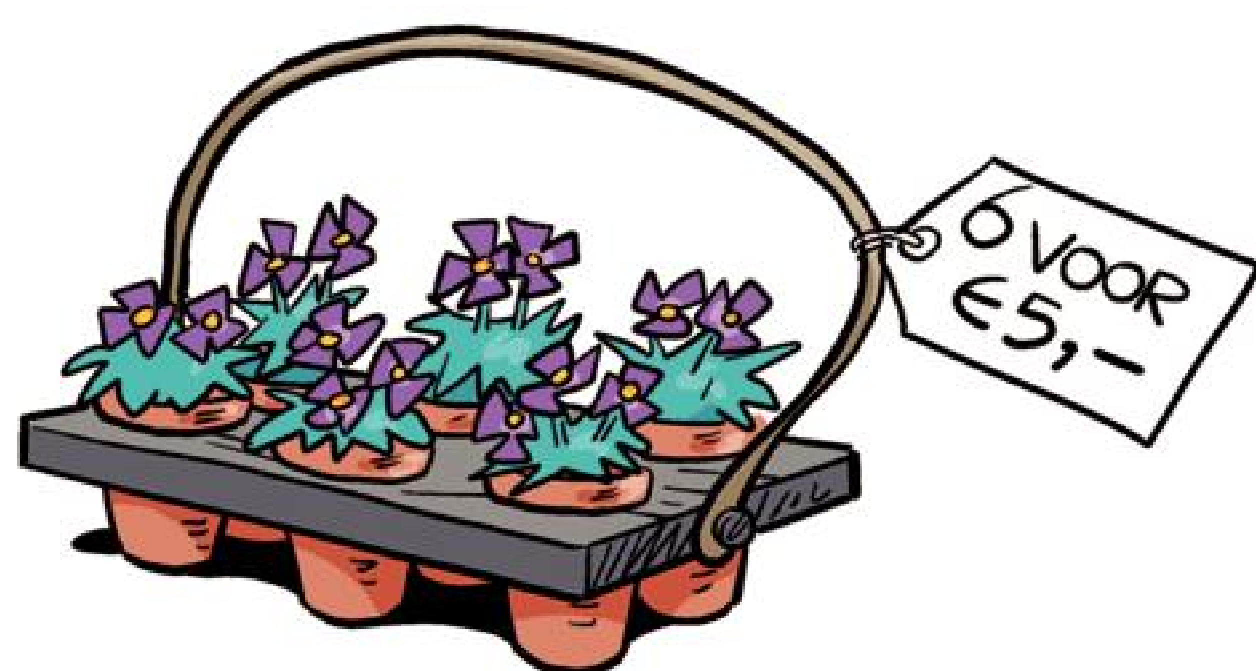
b Ilaisa sport twee keer per week. Hoeveel betaalt zij per kwartaal?

c Henjo sport 5 keer per week. Hoeveel betaalt hij per kwartaal?



Viooltjes

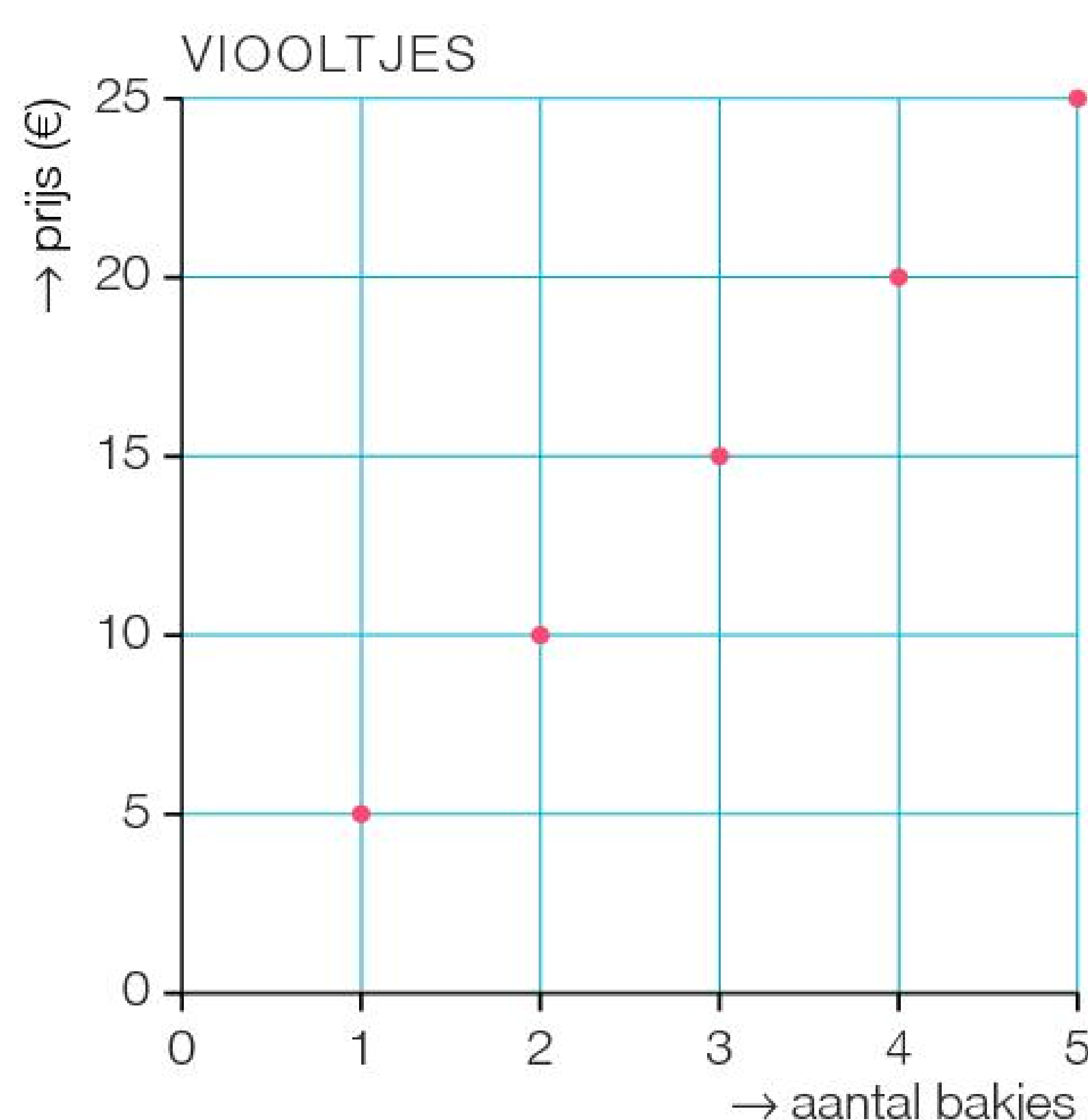
18 Tuincentrum Groen & Bloem verkoopt viooltjes in bakjes van 6 stuks. Je kunt alleen hele bakjes kopen.



a Wat betekent het punt (4, 20)?

b Hoeveel vioolplantjes horen bij het punt (4, 20)?

c Kun je bij Groen & Bloem 20 vioolplantjes kopen?



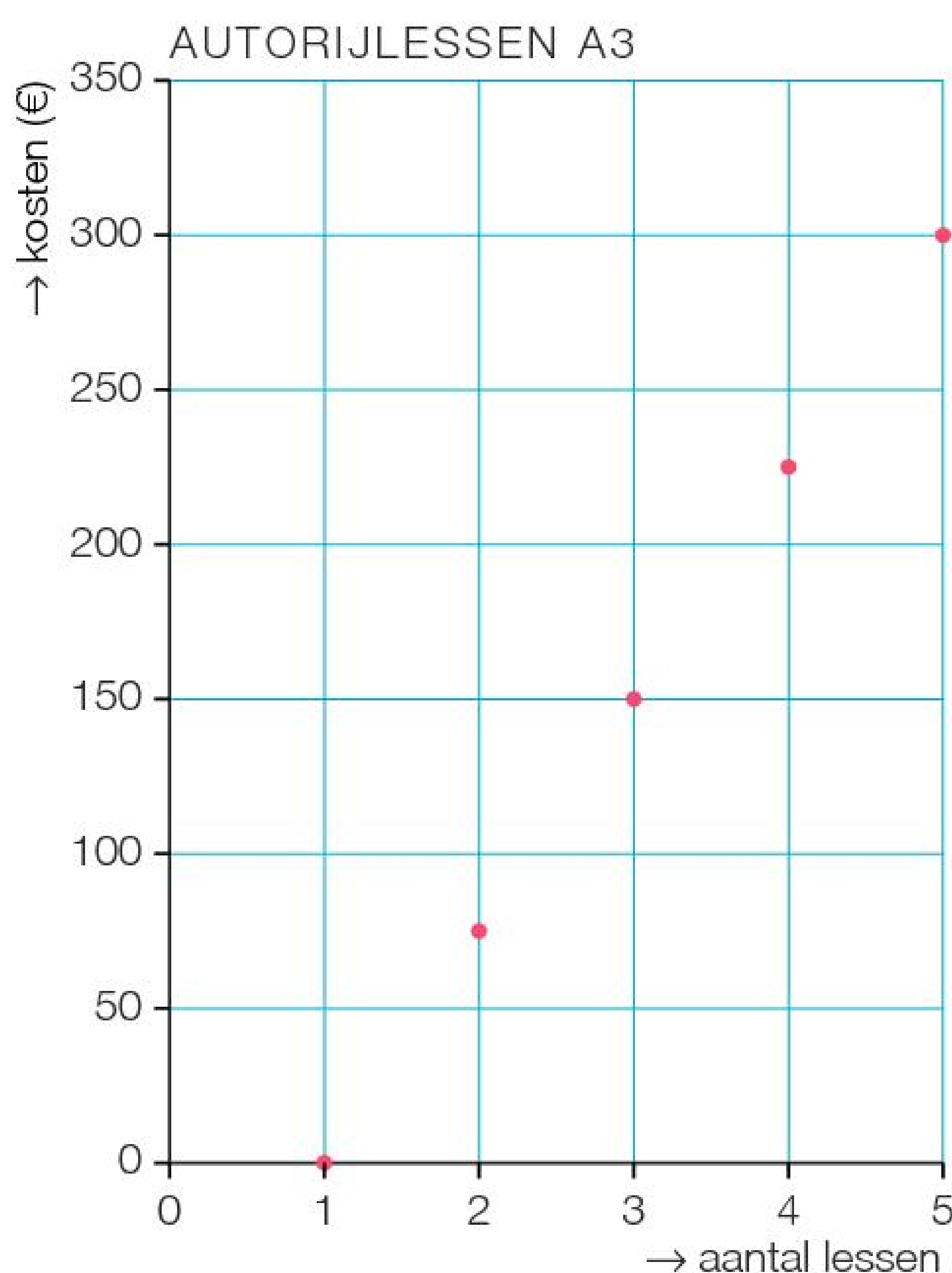
Rijlessen

19 In de grafiek hiernaast zie je de kosten voor de rijlessen bij rijschool A3.

a De eerste rijles is gratis. Hoe zie je dat in de grafiek?

b Hoeveel betaal je voor 5 rijlessen?

c Hoeveel betaal je voor 6 rijlessen?



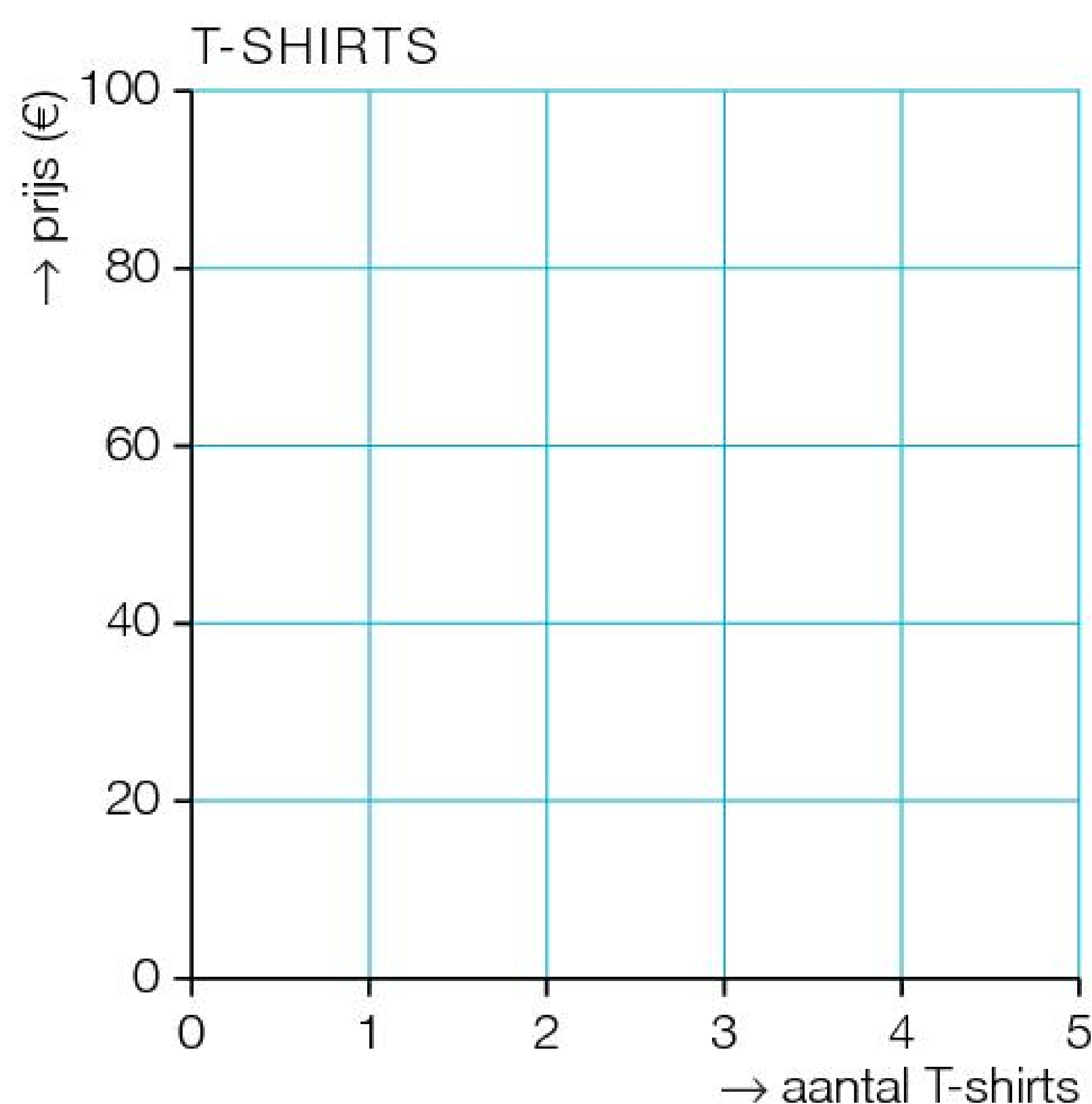
© Noordhoff Uitgevers bv

T-shirts

20 * [▸ WERKBOEK] Webshop Foto-shirt.nl bedrukt T-shirts. Je betaalt € 15 per bedrukt T-shirt en € 5 verzendkosten. Voor bestellingen boven de € 50 betaal je geen verzendkosten.

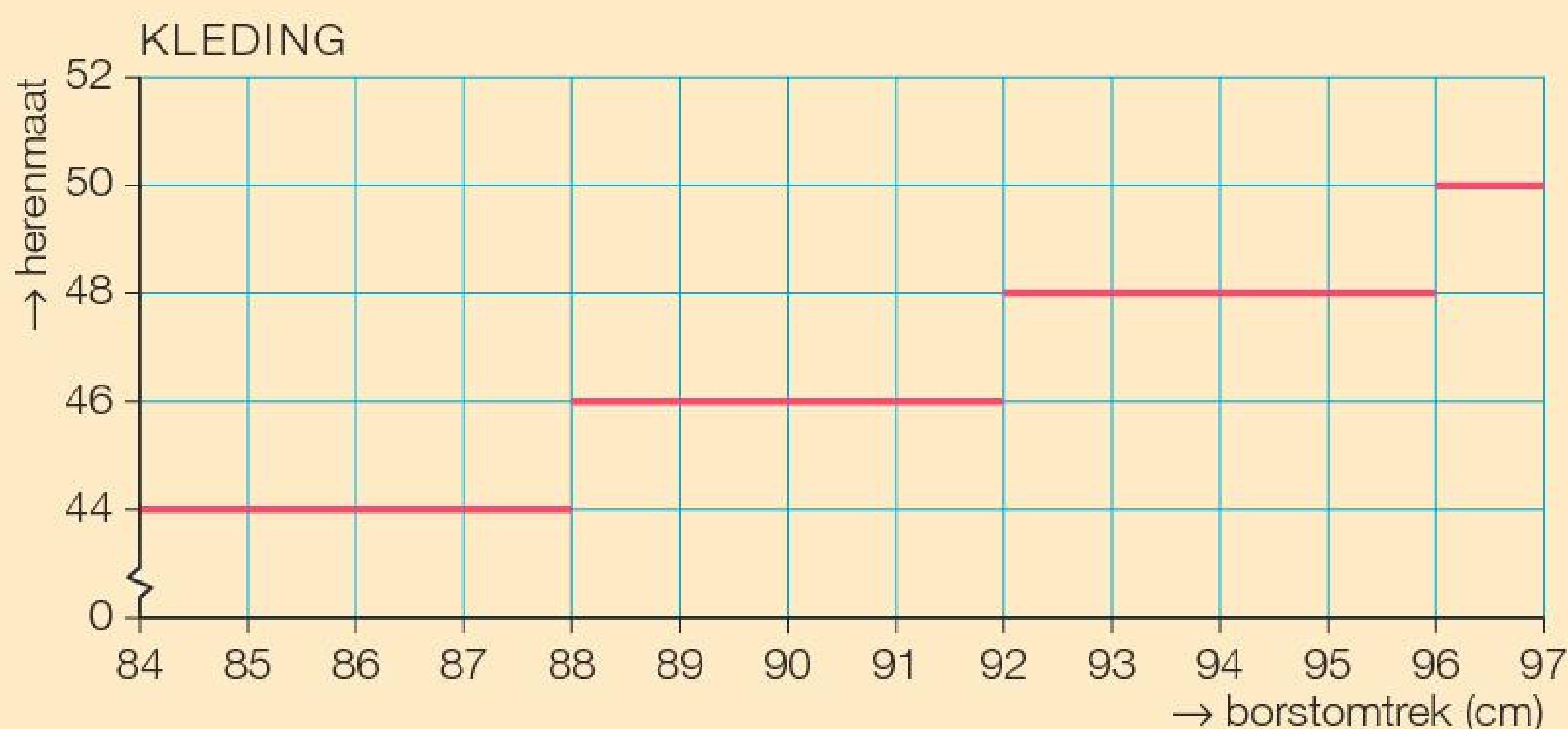
a Hoeveel betaal je als je 5 T-shirts bestelt?

b Teken de stippengrafiek.



Theorie C Trapgrafiek

Het verband tussen de borstomtrek en de herenmaat zie je in de **trapgrafiek** hieronder.



De grafiek heeft alleen horizontale lijntjes die in treden omhoog gaan. Die treden zitten niet aan elkaar vast.

Bij een borstomtrek van 95 cm hoort herenmaat 48.

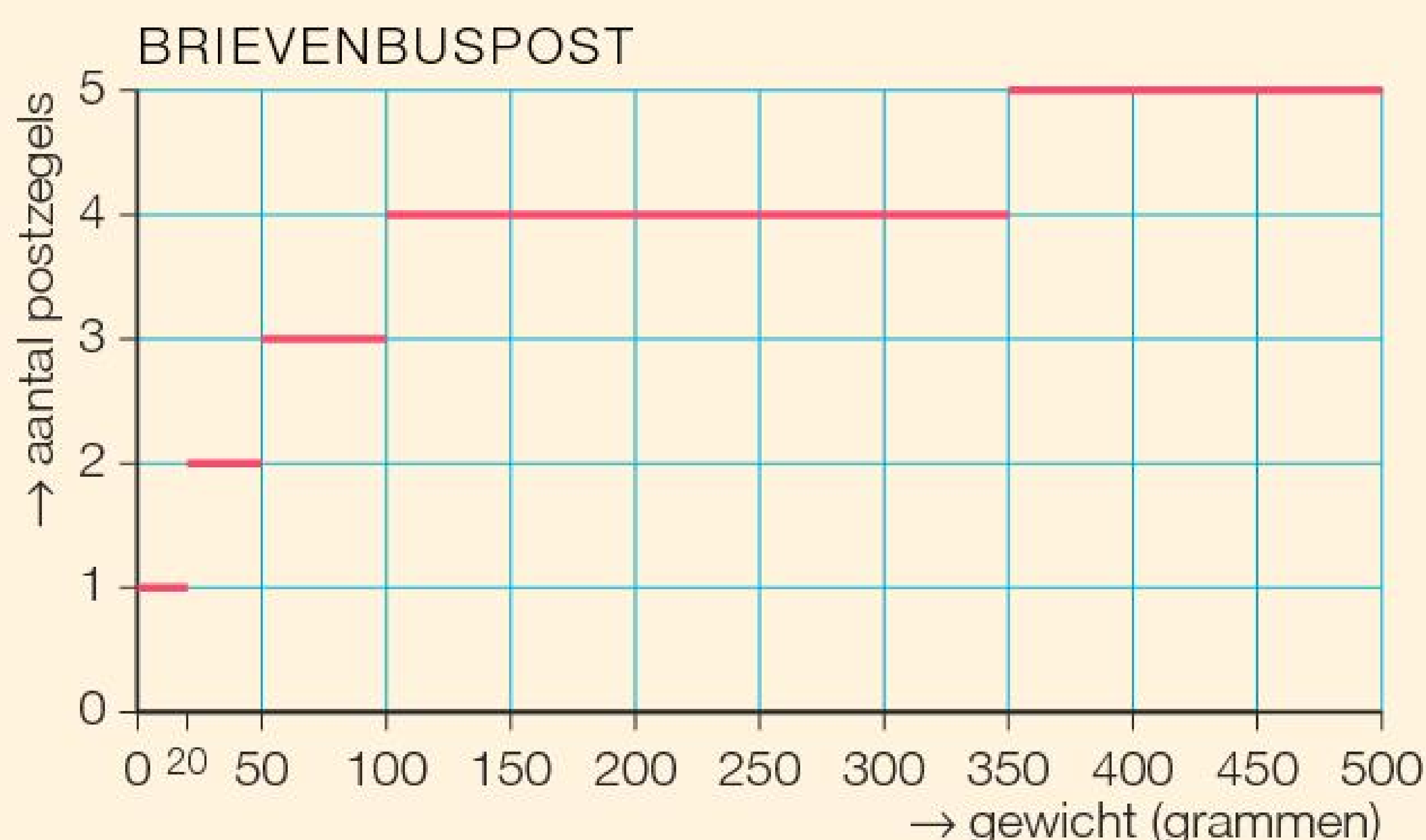
De tweede trede betekent:
mannen met een borstomtrek van 88 cm tot en met 92 cm hebben herenmaat 46.

© Noordhoff Uitgevers bv

Voorbeeld Trapgrafiek

Opgave

In de trapgrafiek zie je het verband tussen het gewicht van brievenbuspost en het aantal postzegels binnen Nederland.



a Wat betekent de eerste trede?

b Dennis verstuurt een brief met een gewicht van 40 gram. Hoeveel postzegels moet hij daarop plakken?

c Elze stuurt een pakketje dat door de brievenbus past. Het pakketje weegt 100 gram. Hoeveel postzegels moet zij daarop plakken?

d Frida gebruikt 4 postzegels. Wat weet je van het gewicht van haar brievenbuspakje?

Aanpak

a Kijk naar de woorden en de getallen bij de assen.

b Kijk op de horizontale as bij 40 en ga naar boven om te zien hoeveel postzegels daarbij horen.

c 100 gram zie je in de derde trede en in de vierde trede. Je kiest dan voor de laagste trede.

d Zoek de trede die bij 4 postzegels hoort. Kijk welk begingewicht en eindgewicht erbij horen.

Uitwerking

a De eerste trede betekent dat je voor brievenbuspost van 0 gram tot en met 20 gram 1 postzegel moet plakken.

b Hij moet daarop 2 postzegel plakken.

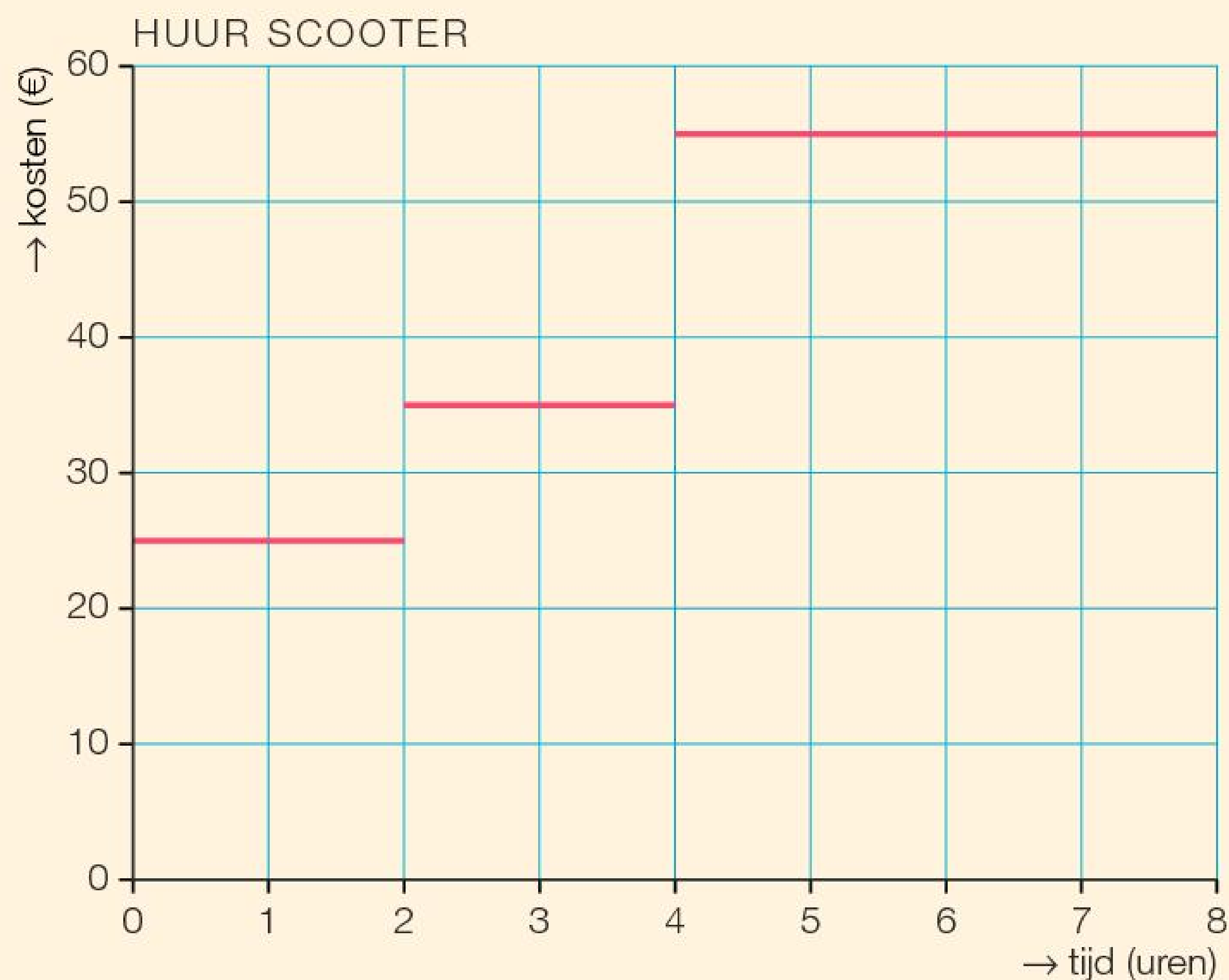
c Zij moet daarop 3 postzegels plakken.

d Het gewicht van haar brievenbuspakje ligt tussen 100 gram en 350 gram.

Huur scooter

Test opgave

In de trapgrafiek hieronder zie je de kosten voor het huren van een scooter.



a Wat betekent de eerste trede van de grafiek?

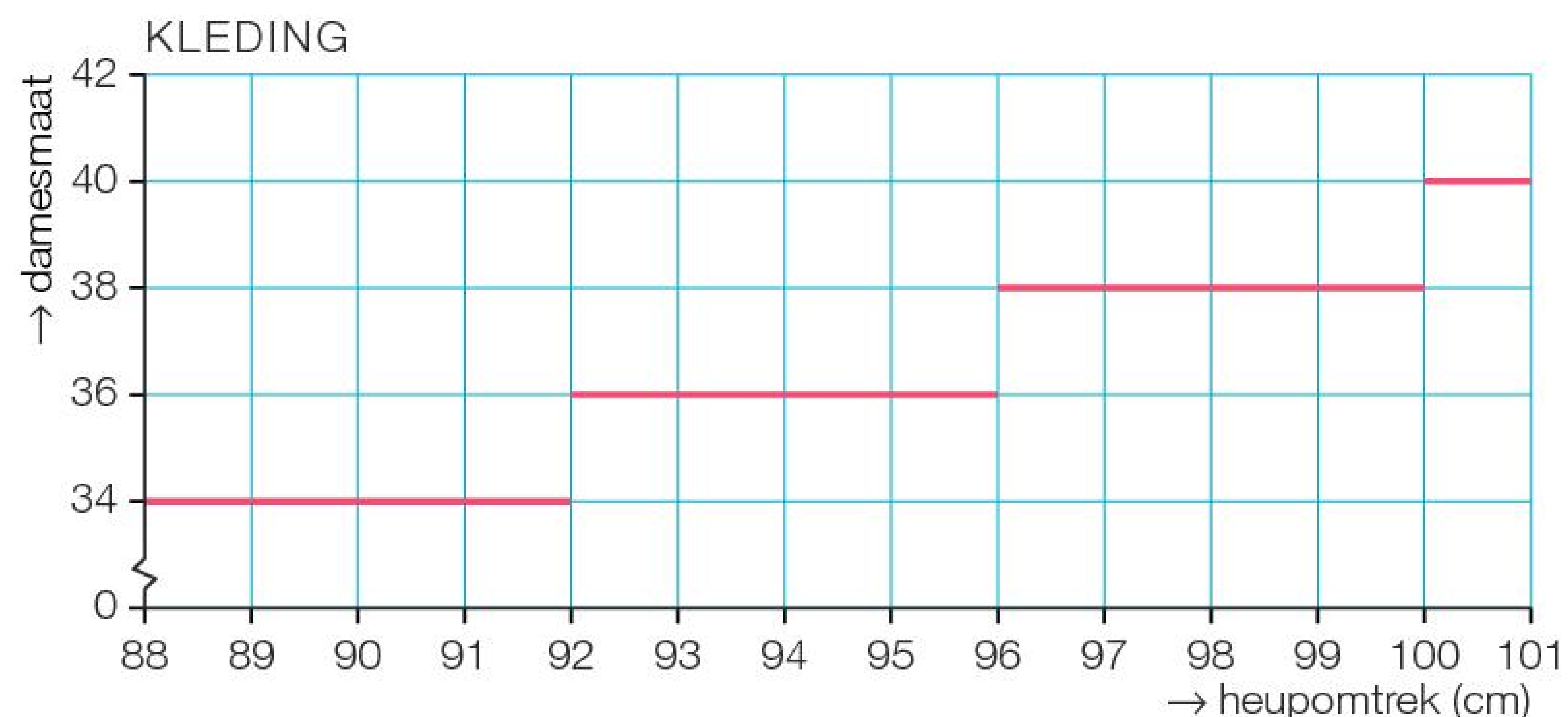
b Salih huurt een scooter en brengt hem na 3,5 uur terug.
Hoeveel moet hij betalen?

c Gerrie betaalt €55 voor het huren van een scooter.
Hoeveel uur kan hij de scooter gehuurd hebben?
Kies uit:
2 uur, 4 uur en *6 uur*

Damesmaat

21

Het verband tussen de heupomtrek en de damesmaat zie je in de trapgrafiek hieronder.



© Noordhoff Uitgevers bv

a Vul in.
De eerste trede betekent dat bij een heupomtrek tussen 88 cm en 92 cm maat ... hoort.
De tweede trede betekent dat bij een heupomtrek tussen ... cm en ... cm maat ... hoort.
b Welke maat hoort er bij een heupomtrek van 98 cm?
c Cindy heeft maat 38.
Welke heupomtrek kan Cindy hebben?



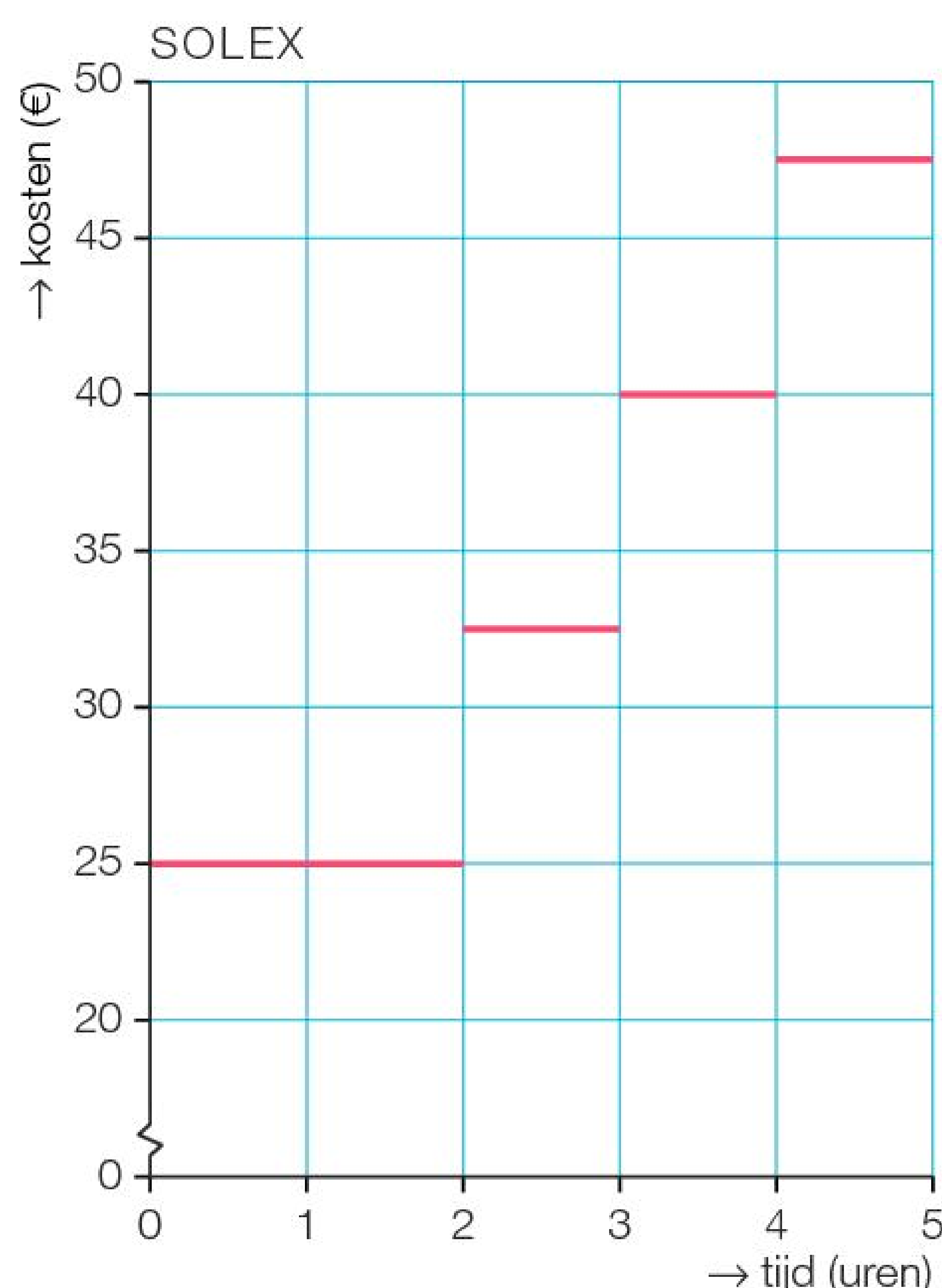
ARTIKEL | **BEROEP** | GESCHIEDENIS | INFORMATIEF

Fashion design & productmanagement

Verslind je modebladen, maak je zelf je kleding of zie je er altijd anders uit dan de massa? Dan is mbo *Fashion design & productmanagement* op niveau 4 misschien wel iets voor jou. Je leert patronen maken en welke materialen geschikt zijn voor een ontwerp. Ook leer je te overleggen met ontwerpers, je koopt stoffen en accessoires in en assisteert bij de productieplanning. Het is een beroep dat net zo veelzijdig is als de mode zelf.

Solex

22 
In de grafiek hiernaast zie je de kosten voor het huren van een solex.
a Wat betekent de eerste trede?
b Machteld huurt een solex en brengt hem na 3,5 uur terug.
Hoeveel betaalt zij?
c Brian huurt een solex en brengt hem na 3 uur terug.
Hoeveel betaalt hij? Kies uit:
€ 32,50 of € 40.
d Janneke huurt een solex en brengt deze na 5 minuten terug.
Hoeveel moet zij betalen?



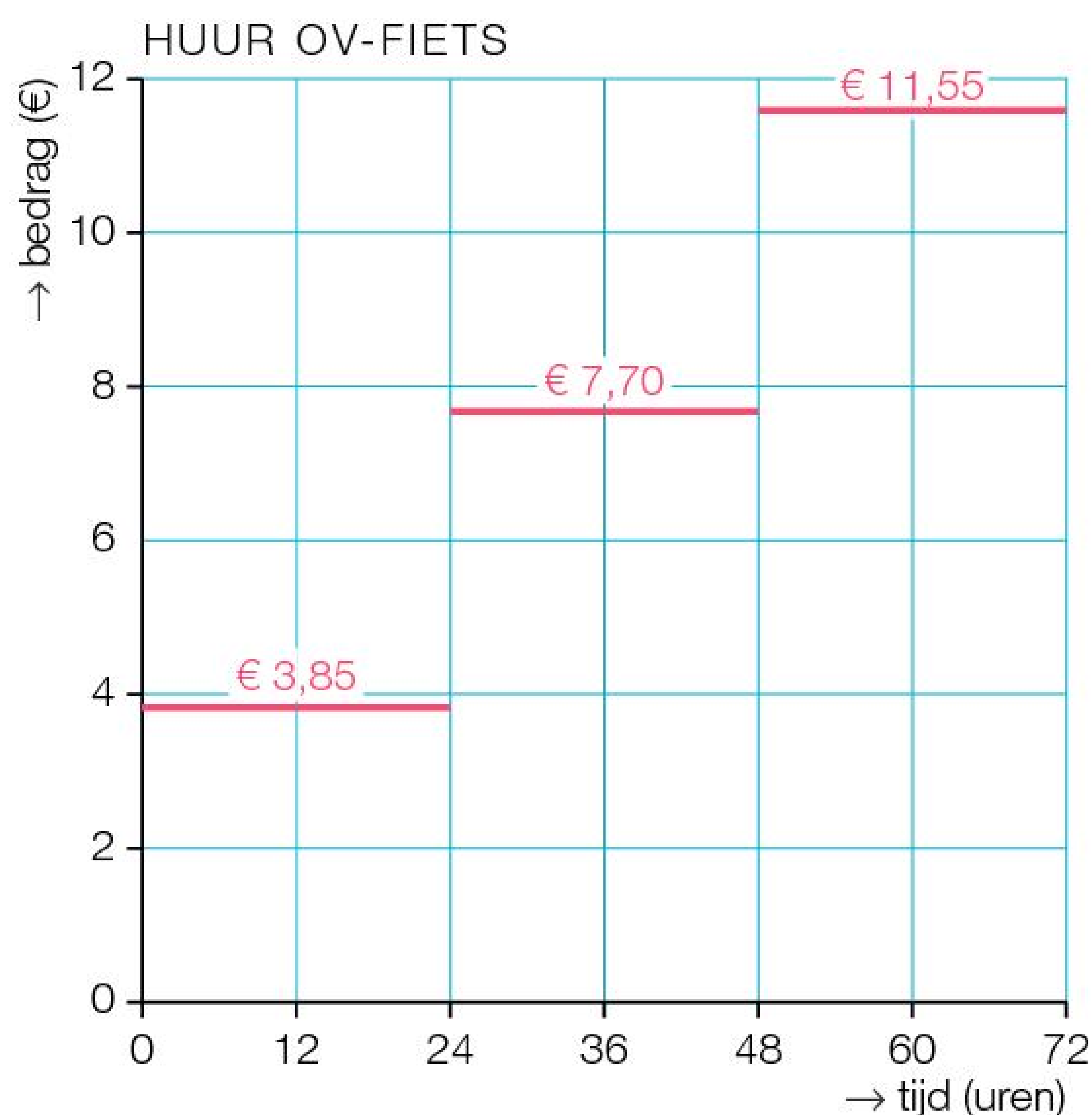
Huur OV-fiets

23 In de trapgrafiek hiernaast zie je de kosten voor het huren van een OV-fiets.

a In de grafiek zijn drie treden getekend.
Wat betekent de onderste trede?

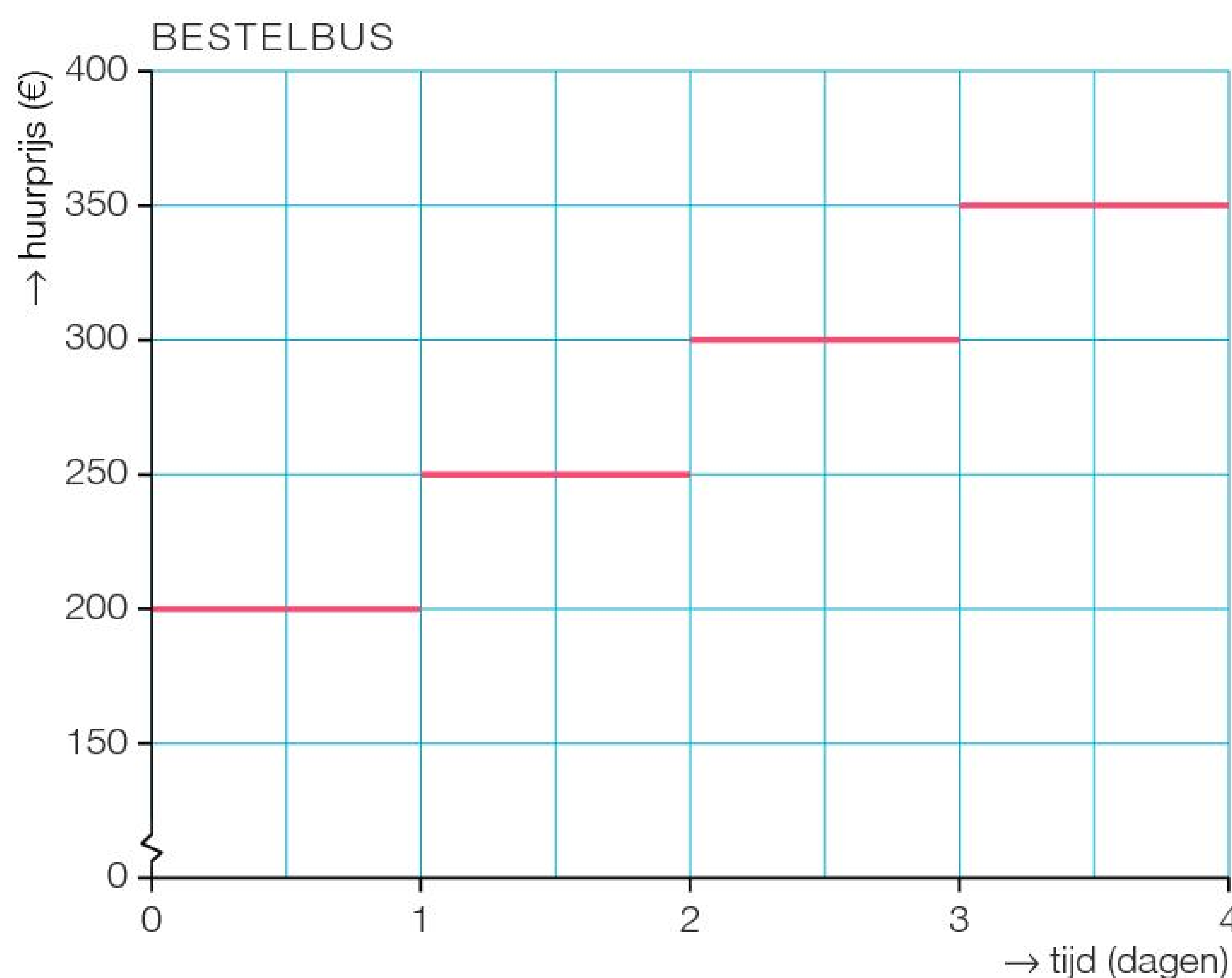
b Simone huurt een OV-fiets en brengt hem na 10 uur terug.
Hoeveel moet zij betalen?

c Arjen huurt een OV-fiets en brengt hem na 48 uur terug.
Hoeveel moet hij betalen?



Huur bestelbus

24 In de grafiek hieronder zie je de kosten voor het huren van een bestelbus.



a Jean huurt de bestelbus twee dagen.
Hoeveel betaalt hij?

b Er zit regelmaat in de kosten voor het huren van de bestelbus.
Hoeveel euro kost het als je de bestelbus vijf dagen huurt?

© Noordhoff Uitgevers bv

Parkeergarage

25 *

[▸ 📖 WERKBOEK] Je ziet de tarieven voor het parkeren in parkeergarage hoog en droog.
In het assenstelsel is de eerste trede van de trapgrafiek die daarbij hoort al getekend.

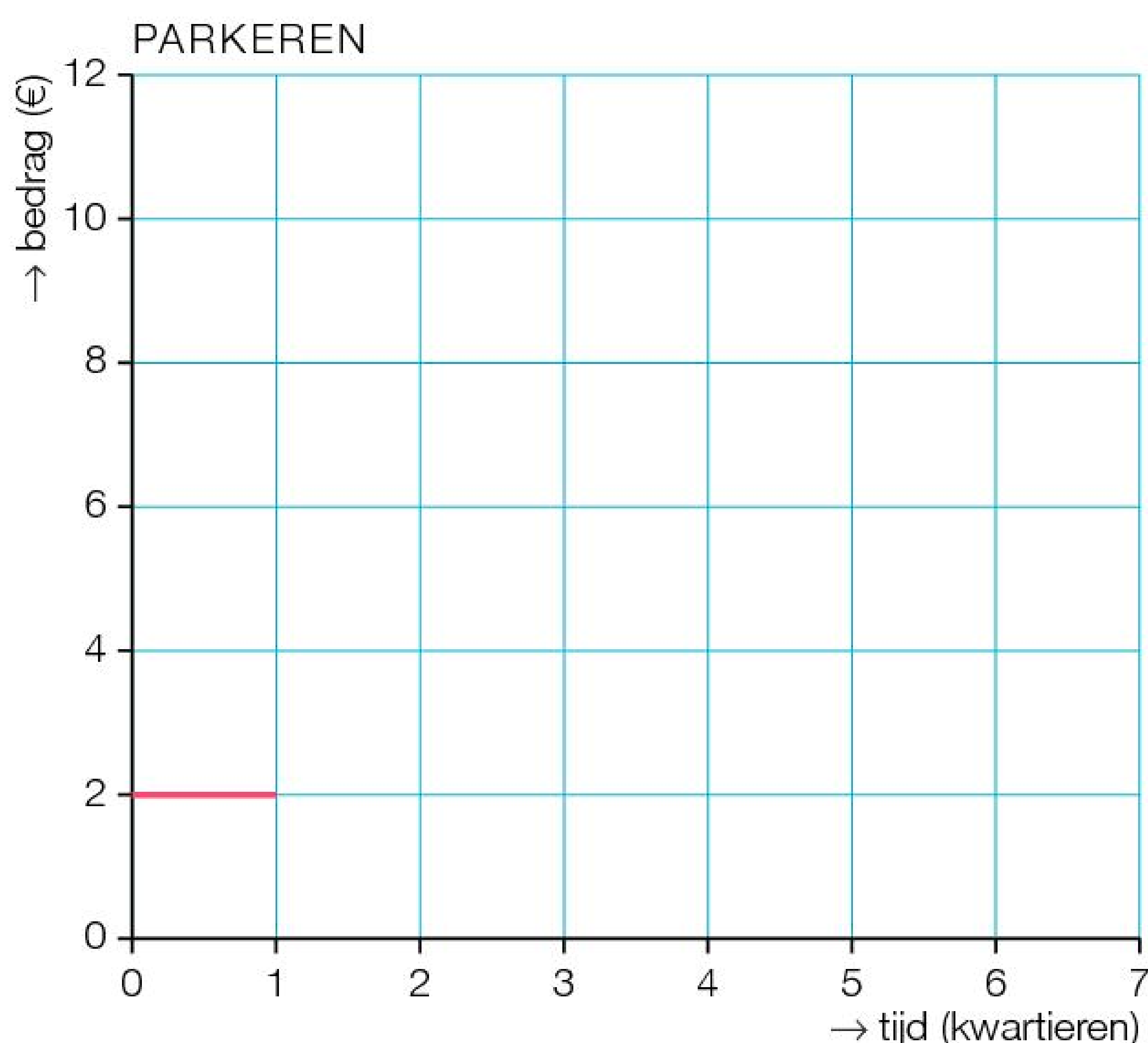
a Maak de trapgrafiek verder af.

b Jan zet zijn auto drie kwartier in de parkeergarage.
Hoeveel moet Jan betalen?

c Suzy zet haar auto 75 minuten in de parkeergarage.
Hoeveel moet Suzy betalen?

d De vader van Karim zet zijn auto twee dagen in de parkeergarage.
Hoeveel moet de vader van Karim betalen?

parkeren hoog en droog	
Tarief	
een kwartier of minder	€ 2
tot een uur	€ 6
dagtarief	€ 10



Lengte 19-jarige

26

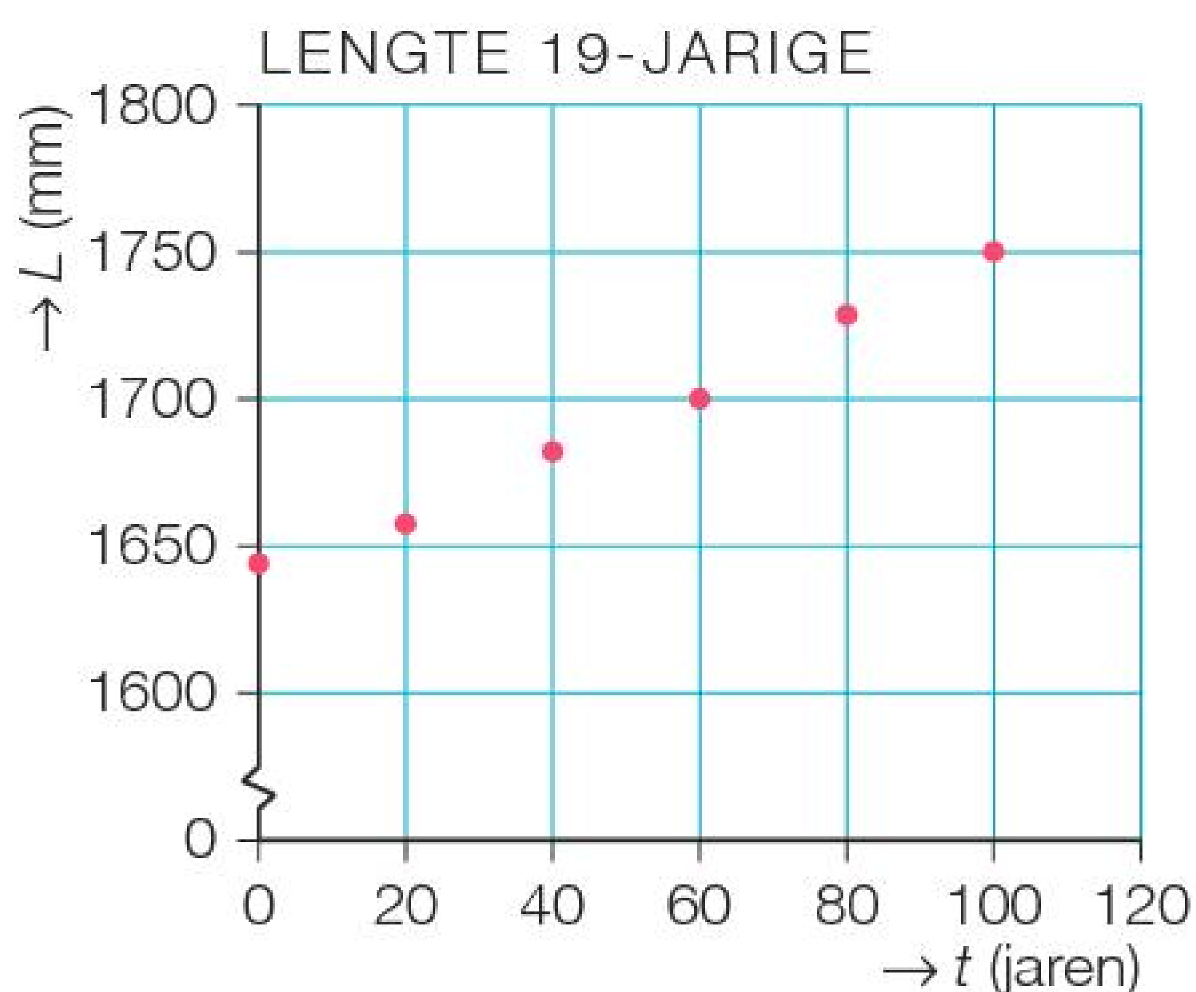
In de grafiek zie je de gemiddelde lengte van een Nederlander op 19-jarige leeftijd, met $t = 0$ in het jaar 1900.

a Welke t hoort bij het jaar 2000?

b Hoeveel millimeter was de gemiddelde lengte van een Nederlander op 19-jarige leeftijd in het jaar 2000?

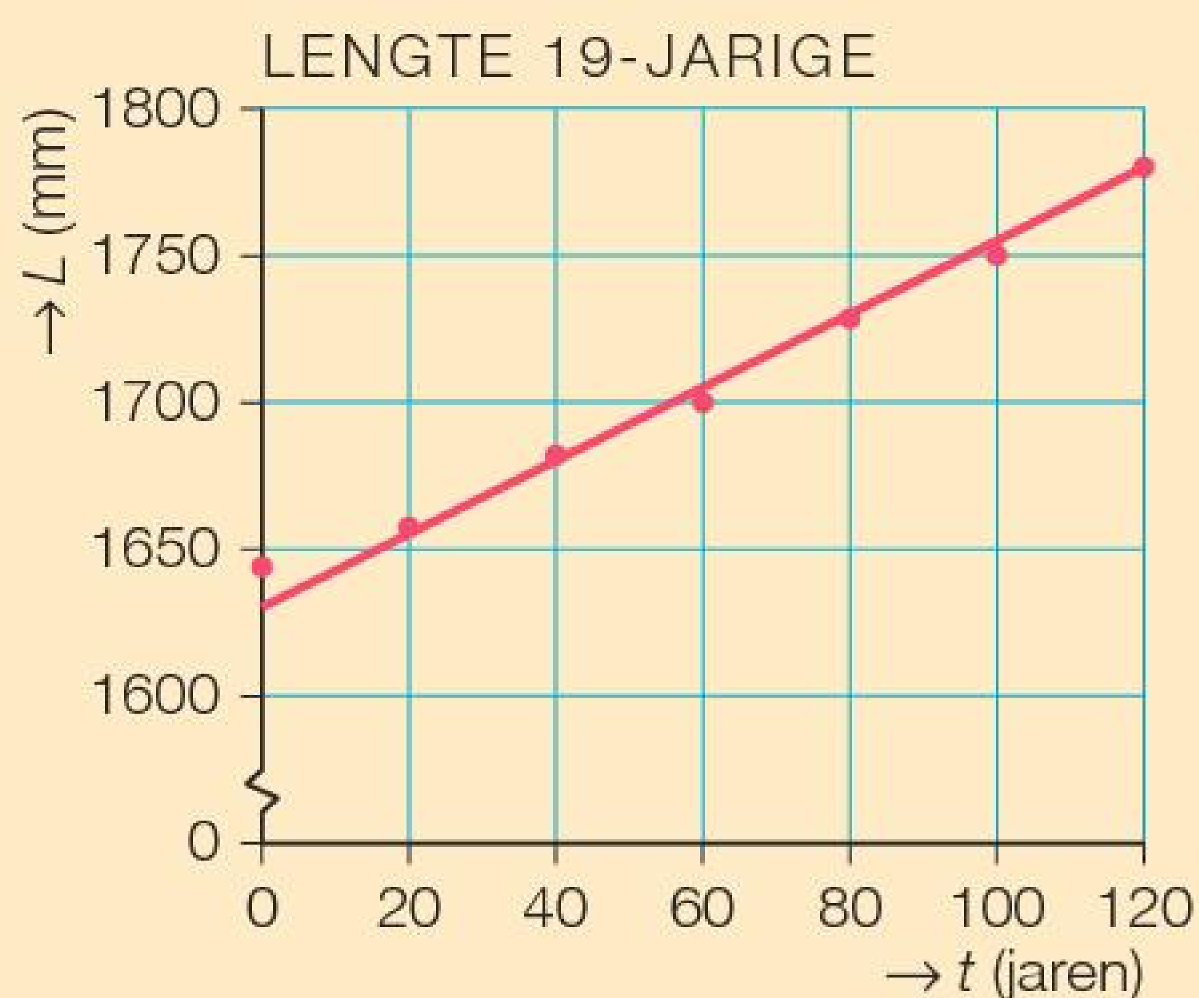
c Hoeveel meter is dat?

d Hoeveel meter zal de gemiddelde lengte van een 19-jarige is in het jaar 2020 zijn?



Theorie D Formules

Door de stippengrafiek over de gemiddelde lengte van een 19-jarige kun je een rechte lijn trekken. Niet alle stippen liggen precies op de lijn. Bij de rechte lijn is een lineaire formule gemaakt. Die formule is
lengte (mm) = 1630 + 1,25*t*.
Hierin is *t* de *tijd* in jaren na 1900.
Natuurlijk klopt die formule niet precies met de werkelijkheid, maar hij is goed te gebruiken. Zo is het met de meeste formules in de praktijk.



Formules worden gebruikt om voorspellingen te doen. Met dat voorspellen moet je wel voorzichtig zijn. Misschien heeft de formule alleen maar betekenis voor een bepaalde periode of hebben de tussenliggende waarden geen betekenis.

Voorbeeld Formule

Opgave
Om de lengte van een 19-jarige uit te rekenen kun je een formule gebruiken.
lengte (mm) = 1630 + 1,25*t*
Hierin is *t* de *tijd* in jaren na 1900.
Hoeveel meter is volgens de formule de lengte van een 19-jarige in 2050?
Rond af op twee decimalen. Geef commentaar bij je antwoord.

Aanpak
Bereken welke *t* bij het jaar 2050 hoort.
Vul die *t* in de formule in en bereken de lengte. Denk na over het antwoord.

Uitwerking

$t = 2050 - 1900 = 150$
$1630 + 1,25 \times 150 = 1817,5$ mm
$1817,5$ mm $= 1817,5 : 10 : 10 : 10 = 1,8175$ m
In 2050 is een 19-jarige volgens de formule 1,82 m.
Dat zou kunnen.

© Noordhoff Uitgevers bv

Levensverwachting

Test opgave

Voor de levensverwachting van Australische bevolking geldt de formule

levensverwachting = 71,1 + 0,198*t*.

Hierbij is $t = 0$ in 1960.

a Wat is volgens de formule de levensverwachting van een Australiër in 1960?

b Wat is volgens de formule de levensverwachting van een Australiër in 2030? Geef commentaar bij je antwoord.

Marion

27

Om de lengte van een 19-jarige uit te rekenen kun je een formule gebruiken.

lengte (mm) = 1630 + 1,25*t*

Hierin is *t* de *tijd* in jaren na 1900.

Marion is 19 jaar in 2020. Je gaat haar lengte berekenen volgens de formule.

a Om de *t* te berekenen moet je 2020 − 1900 doen. Bereken *t*.

b Vul je antwoord van vraag a in de formule in en maak de berekening.

c Reken je antwoord om in meters.

d Kan de formule kloppen voor Marion?

Vlinders

28

De vlinderstichting telt elk jaar het aantal vlinders in een natuurgebied. Daarbij is een formule gemaakt.

aantal vlinders = 12 000 − 300*t*

Hierin is *t* het aantal jaren na 1990.

a Laat met een berekening zien dat er volgens de formule in 2020 nog 3000 vlinders zijn.

b Hoeveel vlinders zijn er volgens de formule in 2050? Geef commentaar bij je antwoord.



© Noordhoff Uitgevers bv

Waarde auto



29 Fatima koopt een auto. Bij de waarde van de auto hoort de formule
$W = 15\,900 - 1450t$.
Hierin is W de *waarde* in euro's en t de *tijd* in jaren na 2020.

a Hoeveel heeft Fatima voor de auto betaald?
b Hoeveel zal de auto waard zijn in 2028?
c Hoeveel zal de auto waard zijn in 2035? Geef commentaar bij je antwoord.

30 **a** Hoeveel zal de auto minder waard worden tussen 2022 en 2026?
b Fatima kocht de auto in 2020. De auto was toen 2,5 jaar oud.
Hoeveel was de nieuwprijs van de auto volgens de formule?

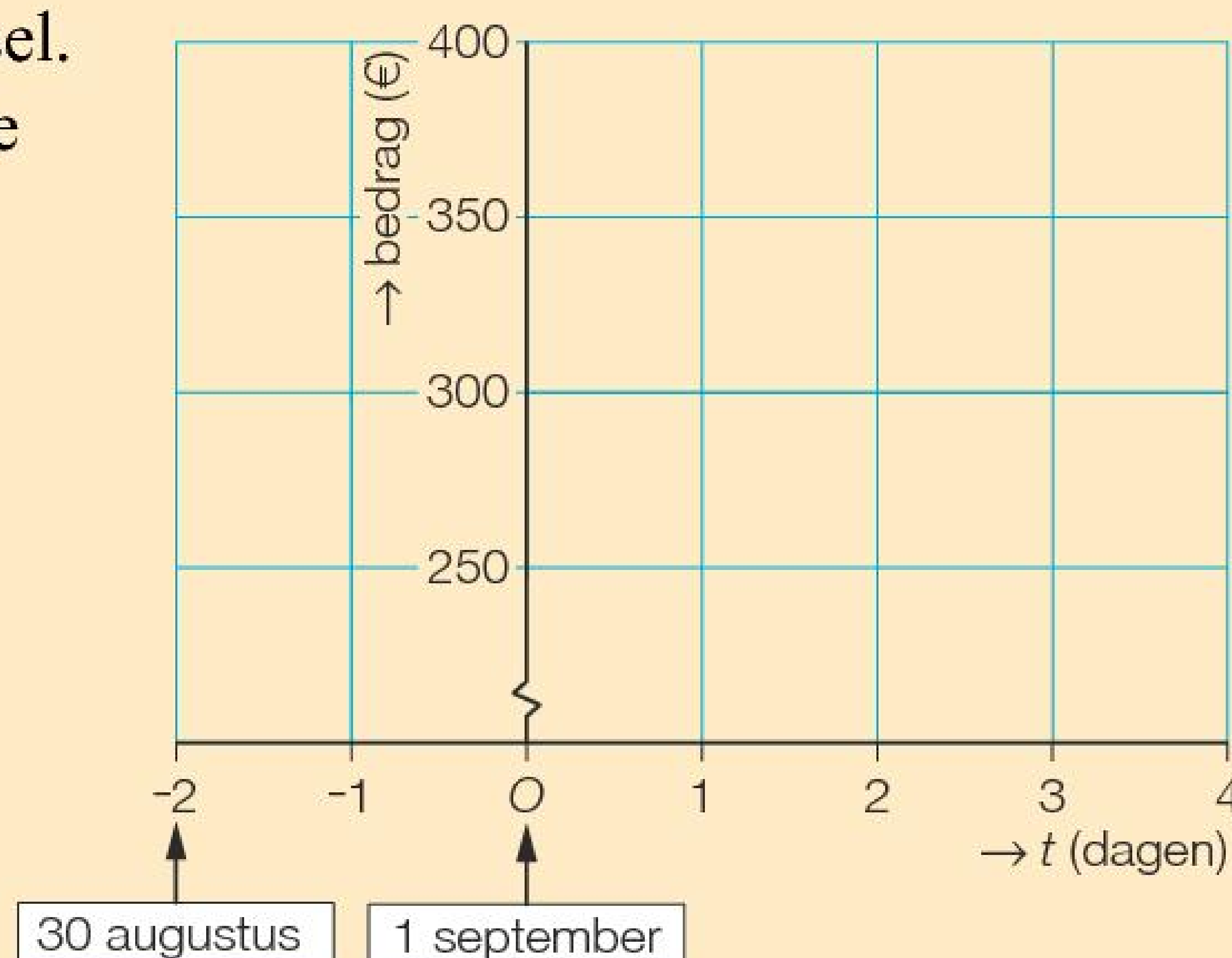
Verjaardag

31 Gaya was 5 dagen geleden jarig. Het is nu maandag 1 september.
Op welke datum is Gaya jarig en wat voor dag van de week was dat?

Theorie E Assenstelsels en tijd

Een grafiek teken je in een assenstelsel. Een assenstelsel heeft een horizontale as en een verticale as.

Bij de assen staan variabelen en eenheden.
In het assenstelsel hiernaast is de horizontale as naar links doorgetrokken. Daar staan negatieve getallen bij. Dat betekent dat je terug gaat in de tijd.
$t = -2$ betekent dus 2 dagen voor 1 september en $t = 4$ betekent 4 dagen na 1 september.

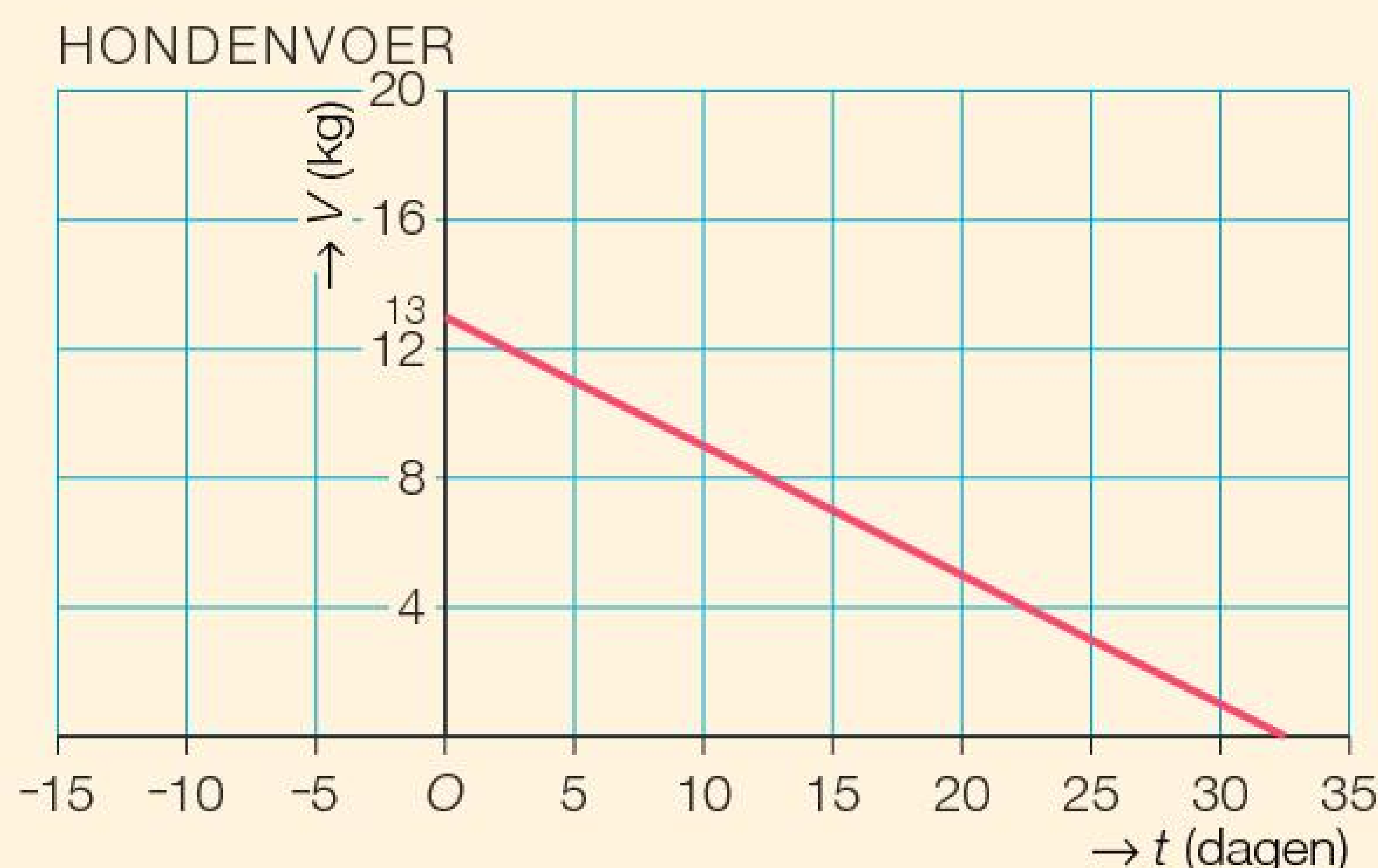


© Noordhoff Uitgevers bv

Voorbeeld Terug in de tijd

Opgave

In de figuur is de grafiek van de formule $V = 13 - 0{,}4t$ getekend.
Hierin is V de *voorraad* in kg en t de *tijd* in dagen met $t = 0$ op 5 juli.



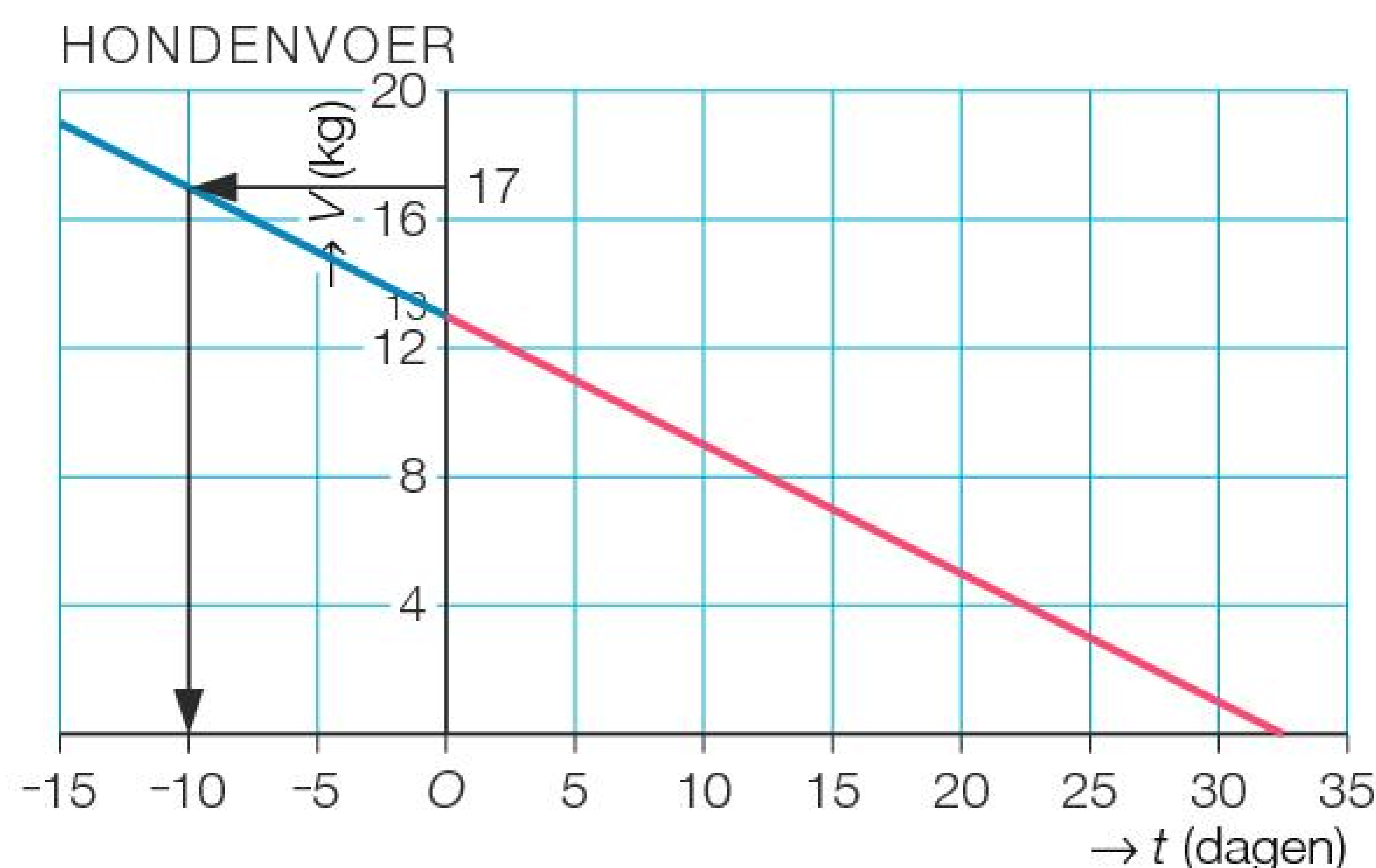
a Welke datum hoort bij $t = 4$?
b Welke datum hoort bij $t = -2$?
c Bereken de voorraad op 2 augustus.
d Bij de aankoop had de eigenaar 17 kg hondenvoer gekocht. Op welke datum was dat?

Aanpak

a $t = 0$ is op 5 juli, dus $t = 4$ is op $(5 + 4)$ juli
b $t = 0$ is op 5 juli, dus $t = -2$ is op $(5 - 2)$ juli
c Juli heeft 31 dagen.
d Verleng de grafiek tot minstens hoogte 17. Op de horizontale as zie je dat $t = -10$ daarbij hoort. Ga na welke datum bij dat getal hoort. Tel vanaf 5 juli 10 dagen terug. Juni heeft 30 dagen.

Uitwerking

a Bij $t = 4$ hoort 9 juli
b Bij $t = -2$ hoort 3 juli
c Bij 2 augustus hoort $t = 28$.
$13 - 0{,}4 \times 28 = 1{,}8$
Op 2 augustus is de voorraad 1,8 kg.
d Bij $t = -10$ is de voorraad 17 kg.
Bij $t = -10$ hoort 25 juni.
Dus op 25 juni is de voorraad gekocht.



© Noordhoff Uitgevers bv

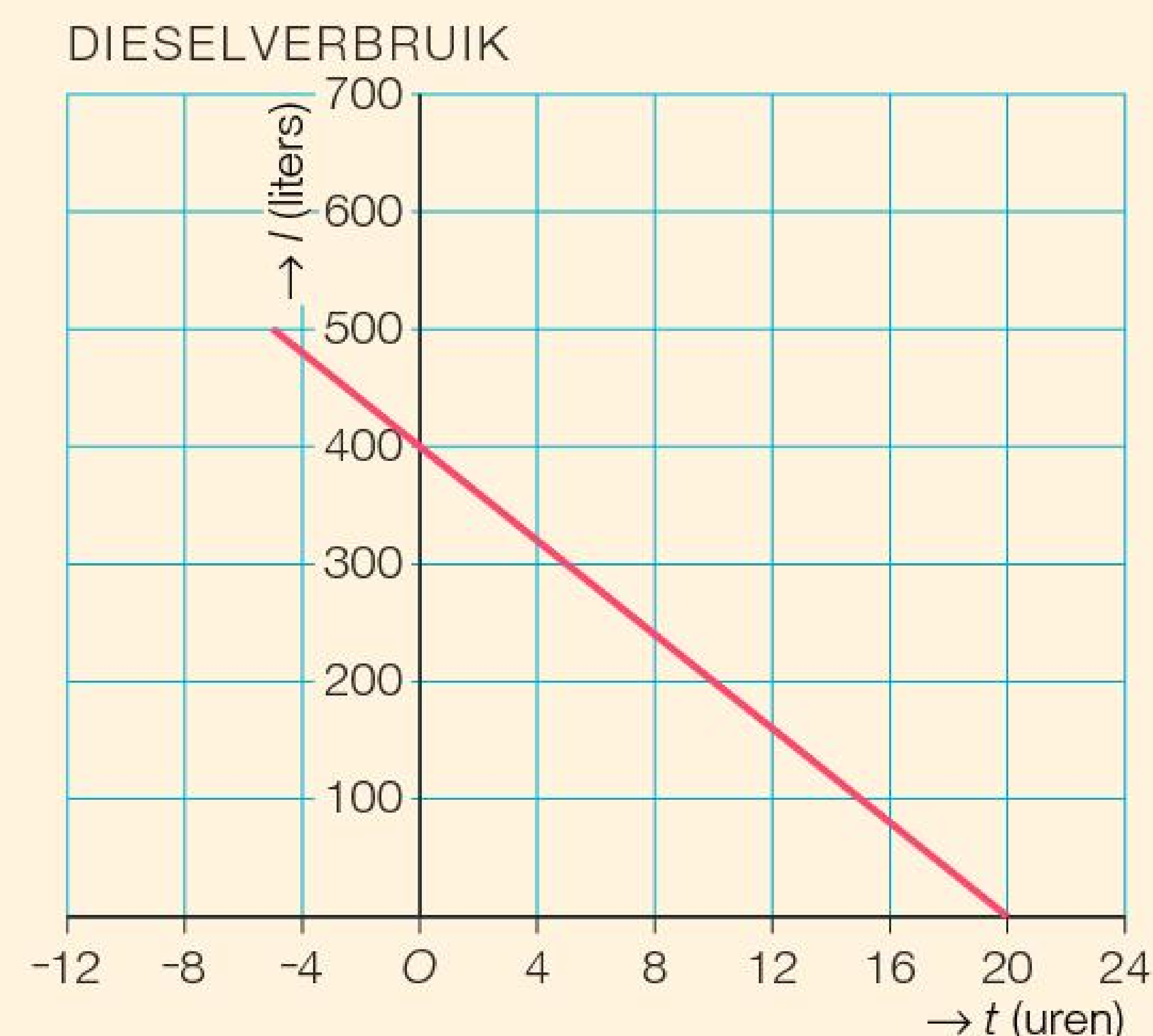
Dieselverbruik vrachtwagen

Test opgave

[▸ WERKBOEK] De vrachtwagen bij loonbedrijf Hoonhorst wordt tijdens de oogsttijd dag en nacht gebruikt. Bij de inhoud van de brandstoftank hoort de formule

$I = 400 - 20t$.

Hierin is I de *inhoud* in liters en t de *tijd* in uren met $t = 0$ op woensdag 25 september om 04:00 uur.



a Welke datum en welk tijdstip hoort bij $t = 4$?

b Welke datum en welk tijdstip hoort bij $t = -5$?

c Hoeveel liter zat er op woensdag 25 september om 15:00 uur in de tank?

d Op welke datum en welk tijdstip zat er 600 liter brandstof in de tank?

December

32

a Welke datum is het 10 dagen voor 5 december? Gebruik de kalender.

November

Nr.	Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
44					1	2	3
45	4	5	6	7	8	9	10
46	11	12	13	14	15	16	17
47	18	19	20	21	22	23	24
48	25	26	27	28	29	30	

December

Nr.	Ma	Di	Wo	Do	Vr	Za	Zo
48							1
49	2	3	4	5	6	7	8
50	9	10	11	12	13	14	15
51	16	17	18	19	50	21	22
52	23	24	25	26	27	28	29
1	30	31					

b Welke datum is het 16 dagen na 23 november?

c Welke datum en welke dag is het 17 dagen na 28 november?

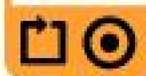
33

a Hoe laat is het 8 uur voor 20:00 uur?

b Hoe laat is het 11 uur voor 06:00 uur?

c Hoe laat is het 6 uur na 23:00 uur?

© Noordhoff Uitgevers bv



34 [WERKBOEK] Bekijk de grafiek hiernaast.

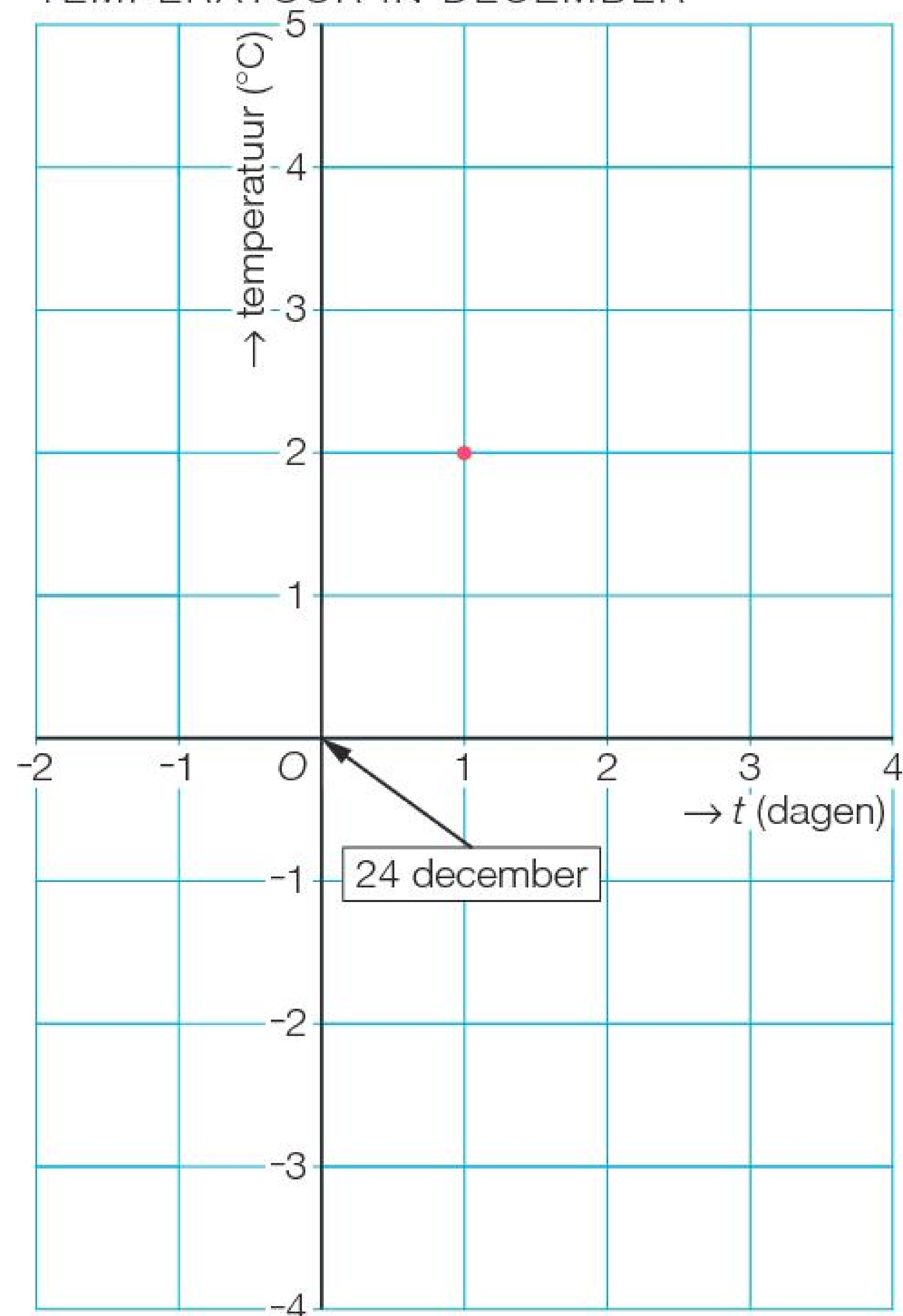
a Welke datum hoort bij $t = 5$?

b Welke datum hoort bij $t = 10$?

c Welke datum hoort bij $t = -2$?

d Welke t hoort bij oudejaarsdag?

e Teken de volgende temperaturen op de juiste plek in het assenstelsel. De temperatuur (25 dec, 2 °C) is al voorgedaan.
A(27 dec, −3 °C)
B(22 dec, 3 °C)
C(28 dec, −4 °C)



Camper



35 [WERKBOEK] Simon en Nick gaan met de camper naar Zuid-Spanje. Ze rijden dag en nacht door. Bij de inhoud van hun benzinetank hoort de formule

$I = 60 - 10t$.

Hierin is I de *inhoud* in liters en t de *tijd* in uren met $t = 0$ op dinsdag 5 juli 03:00 uur.

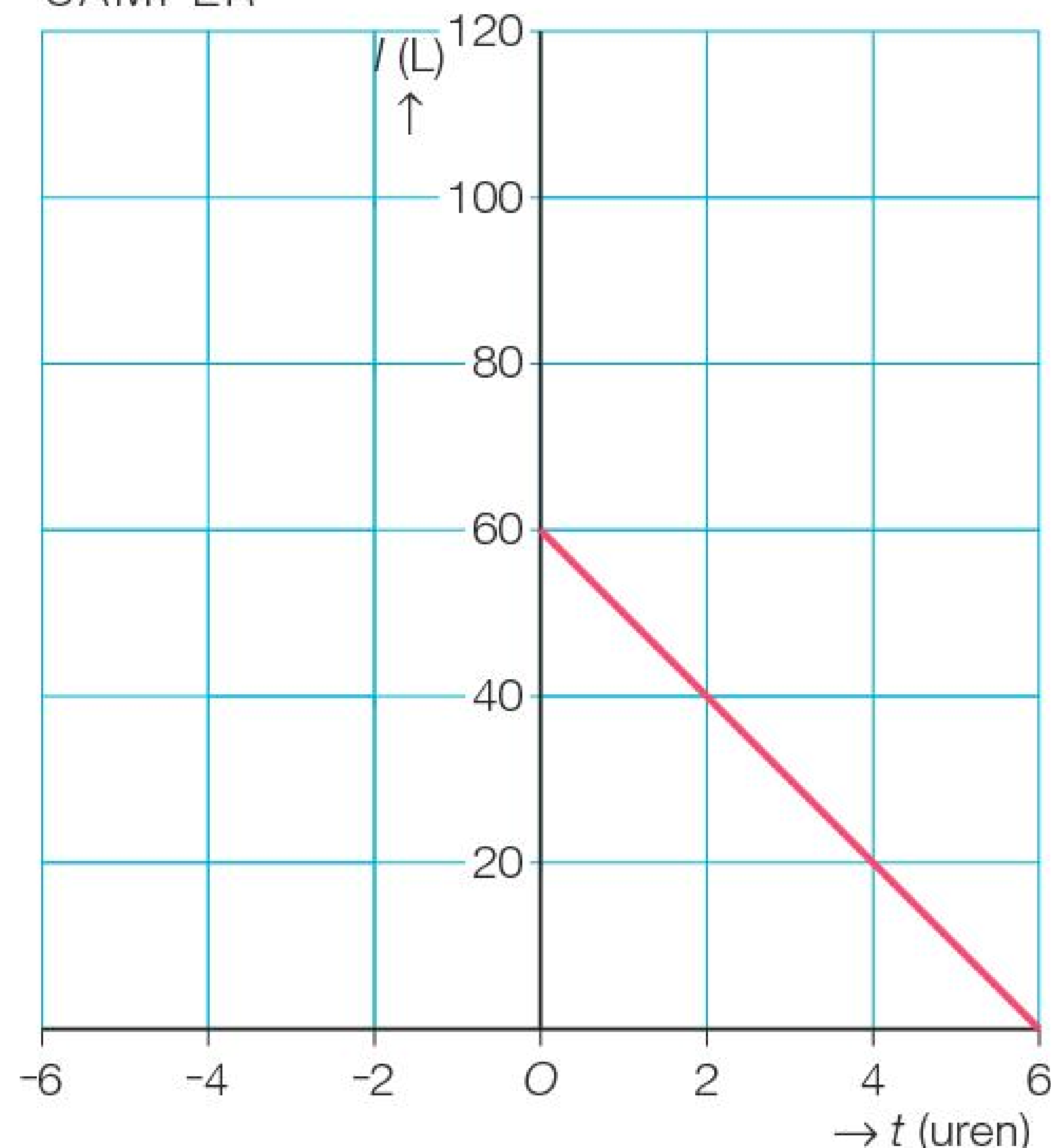
a Laat met een berekening zien dat $t = 8$ hoort bij 5 juli 11:00 uur.

b Laat met een berekening zien dat $t = -10$ hoort bij 4 juli 17:00 uur.

c Welke datum en welk tijdstip hoort bij $t = -4$?

d Hoeveel liter zat er op dinsdag 5 juli 08:00 uur in de tank?

e Je gaat uitzoeken op welke datum en welk tijdstip er 100 liter brandstof in de tank zat.
– Verleng de grafiek tot hoogte 100 L.
– Lees af welke t daarbij hoort.
– Reken tenslotte uit welke datum en welk tijdstip daarbij hoort.



Druipsteengrot



36 [▸ WERKBOEK] Een stalactiet is een pegel aan het plafond van een grot. Een groep speleologen heeft de groei van een stalactiet jarenlang gevolgd. Daardoor weten ze precies hoe snel de stalactiet groeit. Bij de voorspelde hoogte van de stalactiet hoort de formule
hoogte (cm) = 100 + 12,5*t*.
Hierin is *t* de *tijd* in eeuwen.
Met $t = 0$ op 1 januari 2000.

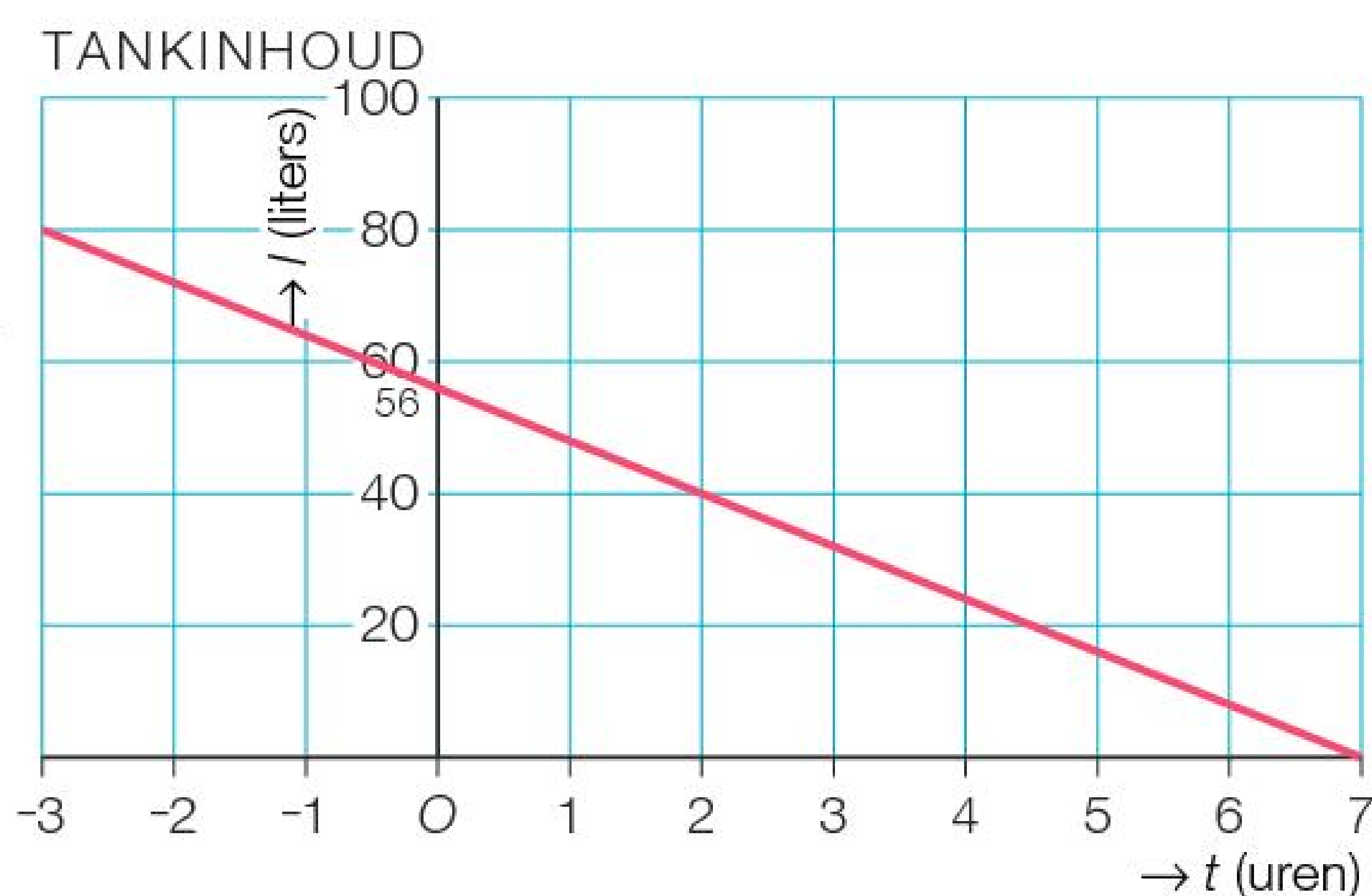


a Welke datum is $t = 1$?
b Welke datum is $t = -1$?
c Hoe hoog was de stalactiet op 1 januari 1600?
d Wanneer is de stalactiet ontstaan?

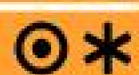
Lange reis



37 De familie Lokhorst gaat op wintersport. Ze vertrekken 's nachts en rijden de hele nacht door. Bij de inhoud van de tank hoort de formule
$I = 56 - 8t$.
Hierin is *I* de *inhoud* in liters en *t* de *tijd* in uren met $t = 0$ op woensdag 25 februari om 01:00 uur.



a Welke datum en welk tijdstip hoort bij $t = 4$?
b Welke datum en welk tijdstip hoort bij $t = -2$?
c Hoeveel liter zat er op woensdag 25 februari om 5:00 uur in de tank?



38 Hoeveel liter zat er in de tank om 23:30 uur op dinsdag 24 februari?

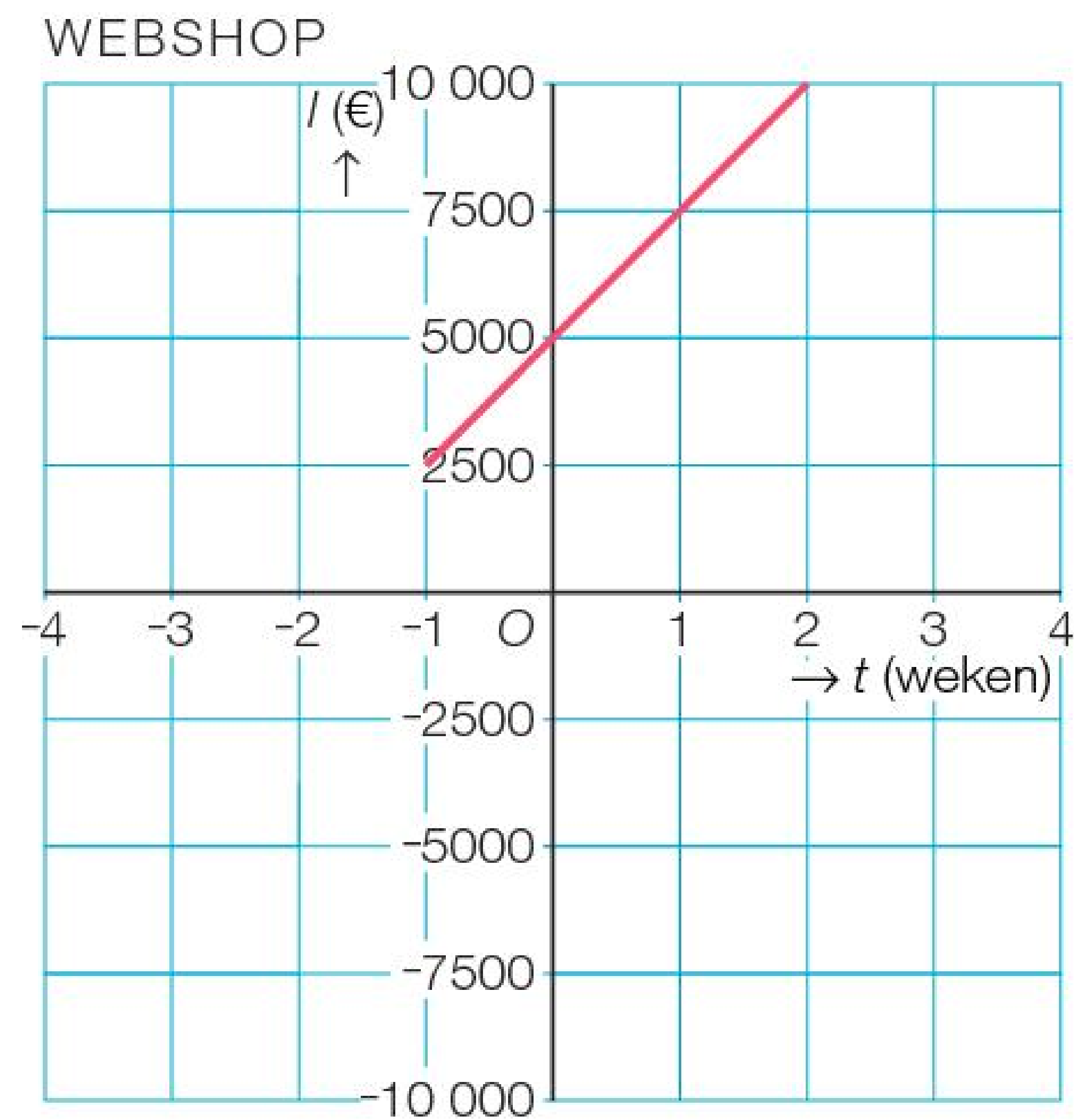


39 De tank van de auto was om 22:15 uur op dinsdagavond 24 februari vol.
Hoeveel liter kan er in de tank?

© Noordhoff Uitgevers bv

Webshop

40 * [▸ WERKBOEK] Meryem is een webshop begonnen. In de grafiek zie je de opbrengsten van de webshop. Bij de grafiek hoort de formule $I = 5000 + 2500t$. Hierin is I de *inkomsten* in euro en t de *tijd* in weken met $t = 0$ op vrijdag 1 mei 2020.



a Welke datum en welke dag horen bij $t = 3$?

b Welke datum en welke dag horen bij $t = -3$?

c Hoeveel werd er op $t = -3$ verdiend met de webshop? Verklaar dit antwoord.

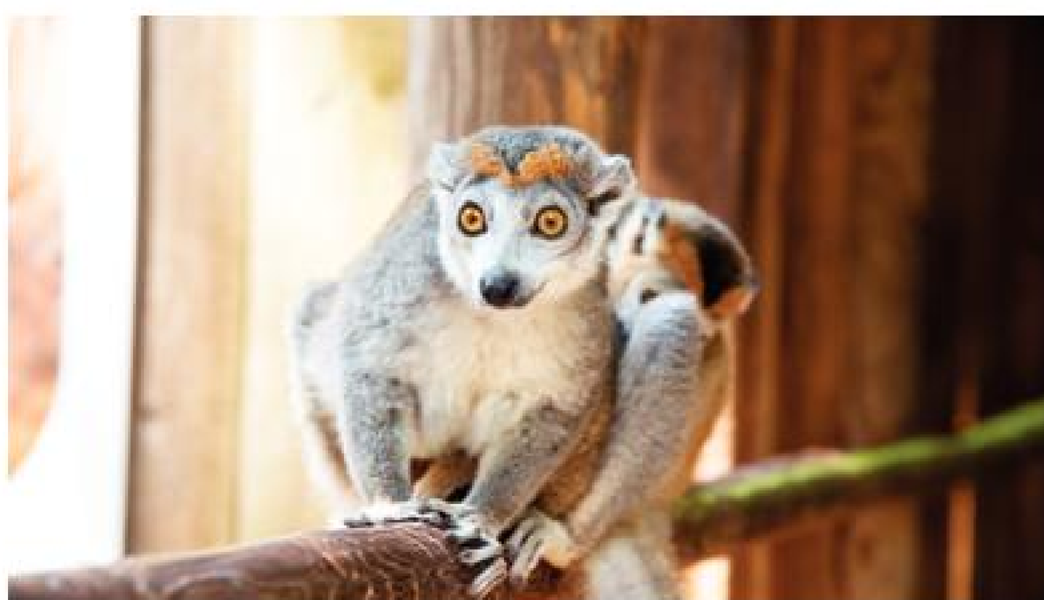
d De webshop begon met een lening van € 5000. Op welke datum was dat?

Rekenbreak

Bereken het gemiddelde van 15, 26, 36, en 32.
Bereken het gemiddelde van -9, -2, 8, -4 en 5.

In klas 4K zitten 25 leerlingen. Zij gaan een dag naar de Apenheuvel en volgen daar een workshop. Hoeveel moeten deze leerlingen in totaal betalen?





Woordenlijst

- assenstelsels en tijd
- speleoloog
- stalactiet
- stippengrafiek
- trapgrafiek

© Noordhoff Uitgevers bv

4.3 Formules bij hetzelfde verband

De Runners

41

Sportvereniging De Runners organiseert een sponsorloop. De opbrengst is bestemd voor de aanschaf van sportattributen voor gehandicapten. Bij de opbrengst van Sandra hoort de formule **opbrengst (€) = 5 + 0,5*a***.
Hierin is *a* het *aantal* gelopen rondjes.



a Hoeveel startgeld krijgt Sandra? En hoeveel per rondje?

b Sandra loopt 30 rondjes. Hoeveel euro haalt zij op?

c Berat gebruikt de formule $a = \dfrac{\text{opbrengst (€)} - 5}{0,5}$.

Hij wil graag € 20 ophalen.
Hoeveel rondjes moet hij daarvoor lopen?

Theorie F Formules bij hetzelfde verband

De formule $B = 15 + 2a$ en $a = \dfrac{B - 15}{2}$ beschrijven hetzelfde verband.

In het voorbeeld zie je hoe je dat kunt controleren.

Voorbeeld Formules bij hetzelfde verband

Opgave

Beschrijven de formules $B = 15 + 2a$ en $a = \dfrac{B - 15}{2}$ hetzelfde verband?

Laat dat met berekeningen zien.

Aanpak
Vul in de eerste formule bijvoorbeeld $a = 5$ in en bereken B.
Het antwoord dat je krijgt voor B vul je in de andere formule in en dan bereken je of je weer $a = 5$ krijgt.
Vul nu nog een ander getal in voor a. Als het weer klopt, beschrijven de formules hetzelfde verband.

© Noordhoff Uitgevers bv

Uitwerking

$a = 5 \rightarrow B = 15 + 2 \times 5 = 25$

$B = 25 \rightarrow a = \frac{25-15}{2} = 5$

Bij beide formules hoort $a = 5$ en $B = 25$.

$a = 10 \rightarrow B = 15 + 2 \times 10 = 35$

$B = 35 \rightarrow a = \frac{35-15}{2} = 10$

Bij beide formules hoort $a = 10$ en $B = 35$.

Het klopt twee keer, de formules beschrijven hetzelfde verband.

Computerspelletjes

Test opgave Senna speelt graag computerspelletjes.
Haar favoriete spelletje is een spel met vragen en antwoorden.
Het aantal punten wordt berekend met een formule. $p = 1000 - 4f$
Hierin is p het *aantal* punten en f het *aantal* foute antwoorden.
Laat met berekeningen zien of één van de formules hieronder hetzelfde verband beschrijft als $p = 1000 - 4f$.



I $f = 1000 - \frac{p}{4}$

II $f = 250 - \frac{p}{4}$

Sponsorloop

42  Bekijk de formules **opbrengst** $= 5 + 0{,}5a$ en $a = 2 \times$ **opbrengst** $- 10$.
Hierin is de *opbrengst* in euro's en a het *aantal* gelopen rondjes.

a Vul voor a het getal 20 in de formule **opbrengst** $= 5 + 0{,}5a$ in en bereken de opbrengst.

b Vul de uitkomst in bij *opbrengst* in de formule $a = 2 \times$ **opbrengst** $- 10$ en bereken a.

c Hoort bij beide formules $a = 20$ en *opbrengst* $= 15$?
Ja? Ga door met vraag d.
Nee? Zoek uit waar je fout zit.

d Vul nu een voor *a* een ander getal in
opbrengst = 5 + 0,5*a* in en bereken de opbrengst.
e Gebruik de opbrengst die je bij vraag d hebt gevonden.
Vul het in de formule ***a* = 2 × opbrengst − 10** in en bereken *a*.
f Hoort bij de formules dezelfde *a* en dezelfde opbrengst?
g Beschrijven de twee formules hetzelfde verband?

Gezond bewegen

43 Solène werkt op een sportschool en geeft gezondheidsadviezen. Zij raadt iedereen aan om minstens drie uur per week te sporten. Solène zegt dat de volgende twee formules daarbij horen.

$a = \frac{180}{t}$ $\qquad$ $t = \frac{180}{a}$

Hierin is *a* het *aantal* keren sporten per week en *t* het *aantal* minuten dat gesport wordt.

a Vul voor *t* het getal 30 in de formule $a = \frac{180}{t}$ in.
b Vul de uitkomst in bij *a* in de formule $t = \frac{180}{a}$.
c Hoort bij beide formules *t* = 30 en *a* = 6?
Ja? Ga door met vraag d.
Nee? Zoek uit waar je fout zit.
d Vul nu een voor *t* een ander getal in
$a = \frac{180}{t}$ in en bereken de *a*.
e Vul de uitkomst van vraag d in $t = \frac{180}{a}$ in en bereken *t*.
f Beschrijven de twee formules hetzelfde verband?

44 Er is een verband tussen de polsslag en de ademhaling. Solène zegt dat de volgende twee formules daarbij horen.

$A = \frac{60 + 2p}{20}$ en $p = 10A - 30$

Hierin is *A* het *aantal ademhalingen* per minuut en *p* de *polsslag* per minuut.
Laat met berekeningen zien of de twee formules hetzelfde verband beschrijven.

© Noordhoff Uitgevers bv

Jan en Salih

45 Jan en Salih hebben samen 1500 m gelopen. Ze stoppen even om de kaart te bekijken. Daarna lopen ze samen verder. Jan heeft een stappenteller en berekent de afstand van hun wandeling met de formule

$a = 1500 + 0{,}75s$.

Hierin is *a* de *afstand* in meters en *s* het *aantal* stappen. Salih gebruikt een gps om de afstand te meten. Daarna kan hij het aantal stappen berekenen met de formule

$s = \dfrac{2a - 3000}{0{,}75}$.

Laat met berekeningen zien of de twee formules hetzelfde verband beschrijven.

Blokkentorens

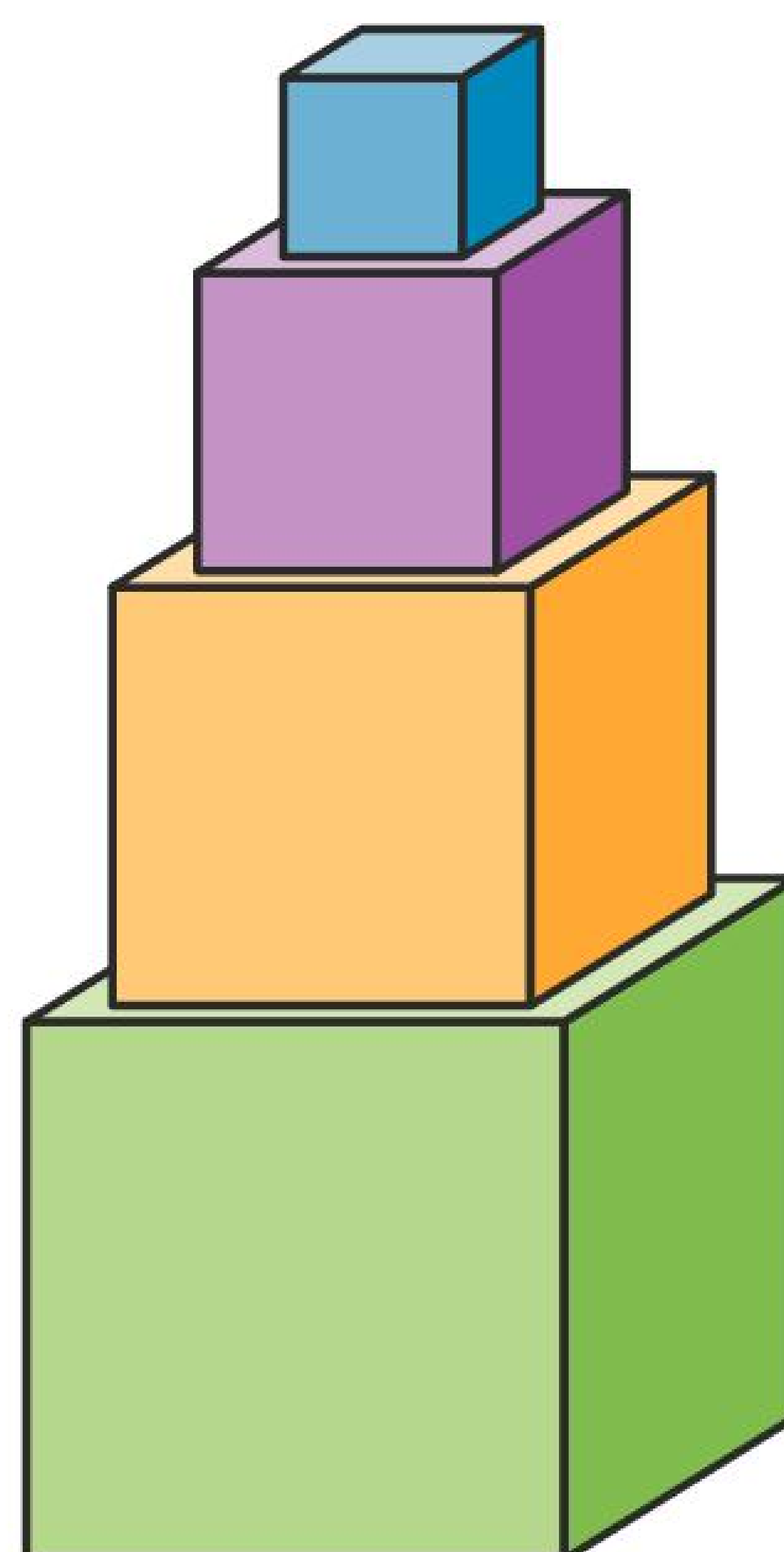
46 [WERKBOEK] Tussen de hoogte van de blokkentoren en het nummer *n* bestaat een verband.
Een formule bij dit verband is $h = n^2 + 2n$.
Hierin is de *hoogte* in cm.

a Vul de tabel in.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h (cm)										

b Karel wil een zo hoog mogelijke toren in zijn kamer bouwen.
De hoogte van de kamer is 2,35 m.
Hoeveel blokken kan hij maximaal op elkaar stapelen?
Leg je antwoord uit.

c Onderzoek of de formule $h = n^2 + 2n$ en de formule $h = n(n + 2)$ hetzelfde verband beschrijven.


toren nummer 4

ARTIKEL | BEROEP | GESCHIEDENIS | INFORMATIEF

Pedagogisch medewerker kinderopvang



In de kinderopvang werk je met baby's en jonge kinderen. Je bent verantwoordelijk voor de verzorging van deze baby's en peuters. Je werkt met een dagindeling waarin eten, slapen en spelen een vaste plek hebben. Vind je dit werk leuk, dan is de mbo-opleiding *Pedagogisch medewerker kinderopvang* op niveau 4 misschien wel iets voor jou.

Na de opleiding kun je aan het werk in een kinderdagverblijf, een buitenschoolse opvang of een peuterspeelzaal.

Kaars

47 *

Saphira steekt een kaars aan. De lengte kan ze berekenen met een formule.

$l = 25 - 3t^{0,5}$

Hierin is l de lengte in cm en t de brandtijd in uren.
Bart zegt dat je de tijd kunt berekenen als je de lengte van de kaars weet. Dat gaat met de formule

$$t = \frac{625 - 50l + l^2}{9}.$$

Laat met berekeningen zien of deze twee formules hetzelfde verband beschrijven.

Rekenbreak

Bereken.

2:19 uur + 45 minuten

20:24 uur − 1 uur en 36 minuten

Woordenlijst

- formules bij hetzelfde verband
- rangnummer
- sponsorloop
- sportattributen

© Noordhoff Uitgevers bv

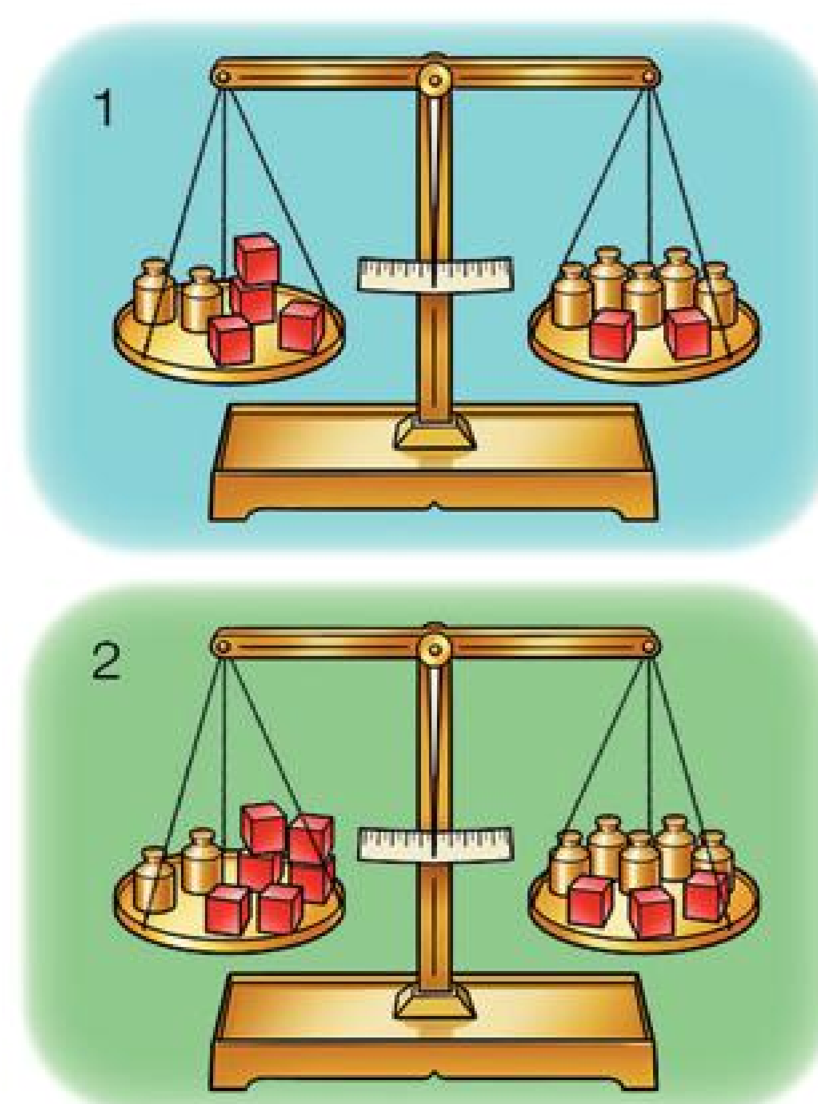
4.4 Vergelijkingen oplossen

Weegschalen



a Welke vergelijking hoort bij weegschaal 1?
Kies uit:
$5 + 4b = 3b + 2$
$5b + 2 = 2b + 5$
$4b + 5 = 2b + 2$

b Maak de vergelijking bij weegschaal 2.



Theorie G Vergelijkingen oplossen

Voorbeelden van **vergelijkingen** zijn

$2x + 6 = 4$ $\quad$ $0{,}5x = 3 - 25x$
$3 + 6x = 10 - x$ $\quad$ $x^2 + 6x = -5$

Ook **45 = 13 + 4 × tijd (uren)** is een vergelijking.
Bij een vergelijking kun je een oplossing vinden. Die oplossing is een getal.

Voor het oplossen van vergelijkingen ken je drie manieren:
1. oplossen met grafieken
2. oplossen met de balansmethode
3. oplossen met inklemmen.

1 Vergelijkingen oplossen **met grafieken** doe je alleen als de grafiek al getekend is. Je kunt dan uit de grafiek het gevraagde punt of snijpunt aflezen.
De horizontale coördinaat is de oplossing van de vergelijking.
Als er staat *bereken*, dan mag je niet aflezen.

2 Vergelijkingen oplossen met **de balansmethode** kun je gebruiken als je twee lineaire verbanden met elkaar moet vergelijken.

3 Vergelijkingen oplossen **met inklemmen** doe je
- als het oplossen met grafieken te onnauwkeurig is
- als je een vergelijking hebt waarbij de balansmethode niet werkt, bijvoorbeeld een vergelijking met machten of met een deelstreep.

© Noordhoff Uitgevers bv

Voorbeeld Oplossen met grafieken

Opgave

Koeriersbedrijf De Kerrijer berekent de bezorgkosten met de formule
$B = 27{,}95 + 1{,}51g$.

Hierin is B de *bezorgkosten* in euro's en g het *gewicht* in kilogrammen.

a Teken de grafiek.

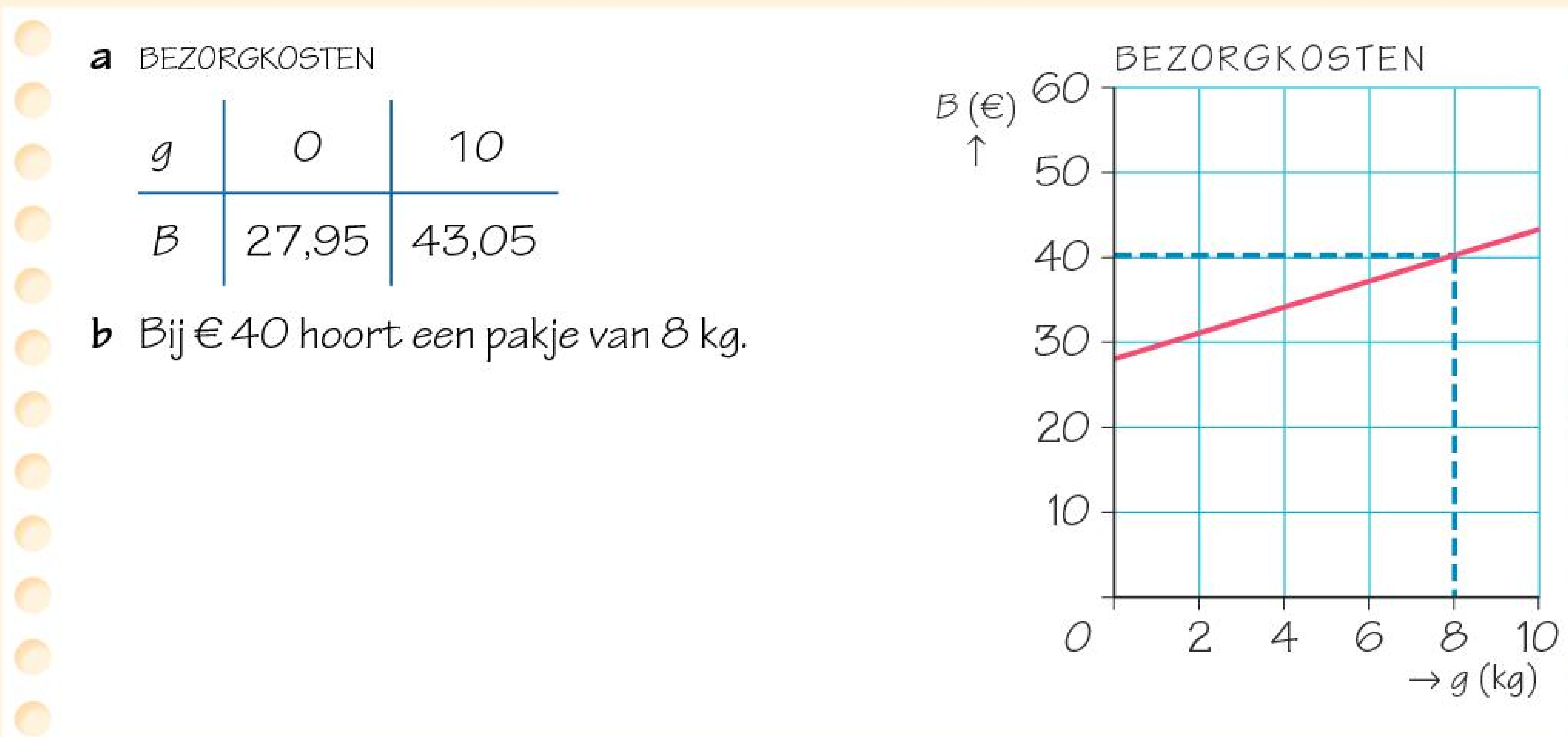
b Hoeveel weegt een pakje waarvoor je €40 bezorgkosten betaalt?

Aanpak

a Maak een tabel met twee punten. Maak een assenstelsel en teken de grafiek.

b Lees uit de grafiek af welk gewicht hoort bij €40 bezorgkosten.

Uitwerking



Voorbeeld Oplossen met de balansmethode

Opgave

De firma's Quick en de Kerrijer bezorgen pakjes.

Zij berekenen de bezorgkosten met formules.

Quick **bezorgkosten (€) = 2,75 × gewicht (kg)**

De Kerrijer **bezorgkosten (€) = 27,95 + 1,51 × gewicht (kg)**

a Bij welk gewicht zijn de bezorgkosten gelijk? Rond af op twee decimalen.

b Hoeveel zijn de bezorgkosten dan?

Aanpak

a Maak van *gewicht in kg* de letter *g*.
Stel de formules aan elkaar gelijk.
Los de vergelijking op met de balansmethode.

b Gebruik de oplossing van opgave a om de bezorgkosten te berekenen. Vul je oplossing in één van de formules in.

© Noordhoff Uitgevers bv

Uitwerking

a $27{,}95 + 1{,}51g = 2{,}75g$

$\quad - 2{,}75g \quad - 2{,}75g$ In het rechterlid geen variabelen.

$27{,}95 - 1{,}24g = 0$

$- 27{,}95 \quad - 27{,}95$ In het linkerlid geen losse getallen.

$-1{,}24g = -27{,}95$

$: -1{,}24 \quad : -1{,}24$ Delen door het getal dat voor de variabele staat.

$g = 22{,}540...$

Bij pakjes van 22,54 kg zijn de firma's even duur.

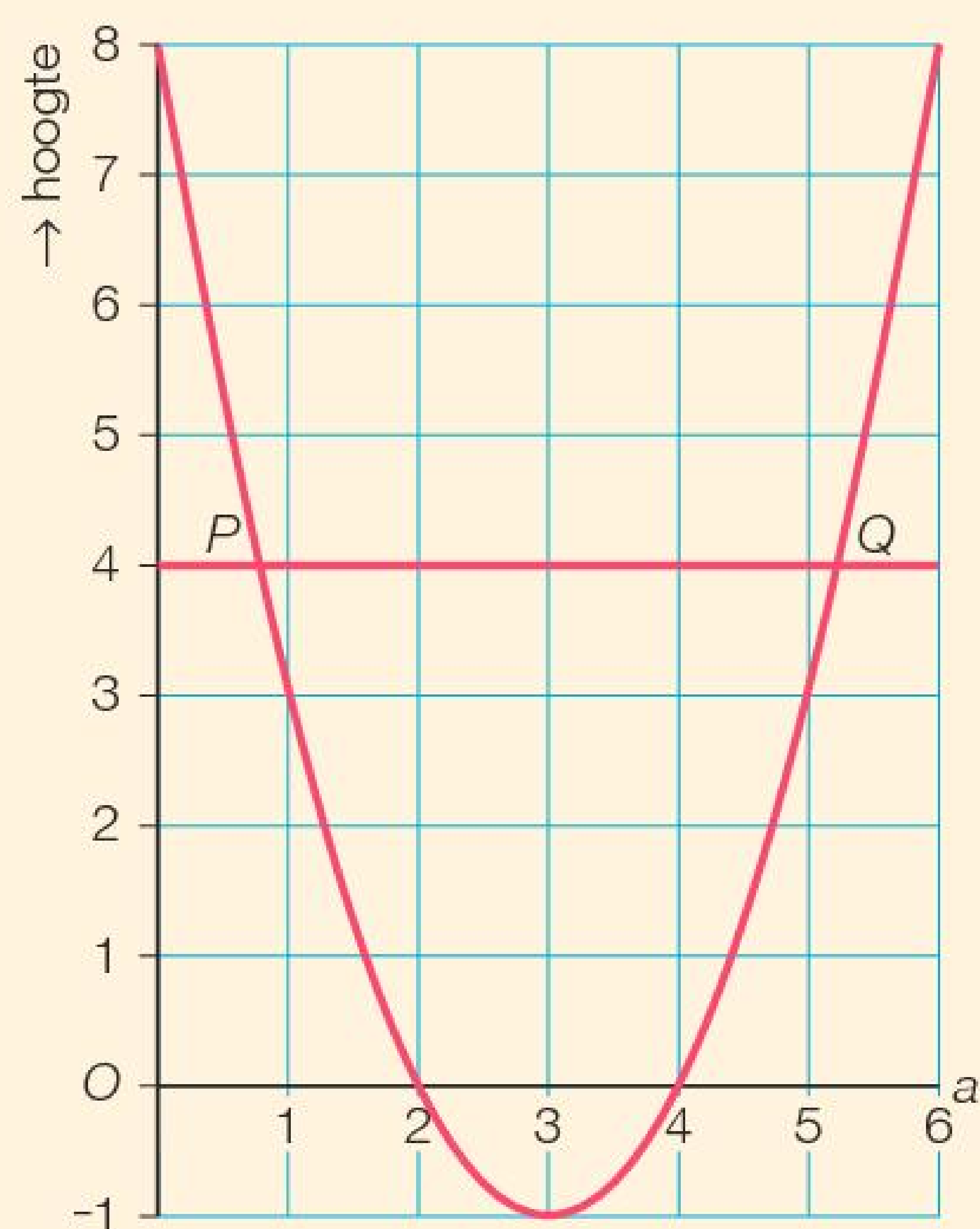
b $2{,}75 \times 22{,}54 = 61{,}985$

De bezorgkosten zijn $2{,}75 \times 22{,}54 = €\,61{,}99$.

Voorbeeld Oplossen met inklemmen

Opgave

Hiernaast zie je de grafieken van **hoogte = $a^2 - 6a + 8$** en **hoogte = 4**.
Hierin is *a* de *horizontale afstand* in meters en de *hoogte* in meters.
Bereken de coördinaten van het snijpunt *P*.
Rond af op één decimaal.



Aanpak

Maak van de formules een vergelijking.
In de vergelijking zie je een macht.
Los de vergelijking dus op met inklemmen.
In de grafiek zie je dat *a* ligt tussen 0,5 en 1.

Uitwerking

$a^2 - 6a + 8 = 4$

$a = 0{,}6 \rightarrow 0{,}6^2 - 6 \times 0{,}6 + 8 = 4{,}76$ te veel

$a = 0{,}7 \rightarrow 0{,}7^2 - 6 \times 0{,}7 + 8 = 4{,}29$ te veel

$a = 0{,}8 \rightarrow 0{,}8^2 - 6 \times 0{,}8 + 8 = 3{,}84$ te weinig

3,84 ligt dichterbij 4 dan 4,29, dus $a = 0{,}8$.

De hoogte is 4, dus $P(0{,}8; 4)$.

> Zorg in de uitwerking altijd voor minstens 3 berekeningen.

Snijpunten

Test opgave Hiernaast zie je de grafieken van de formules hiernaast.

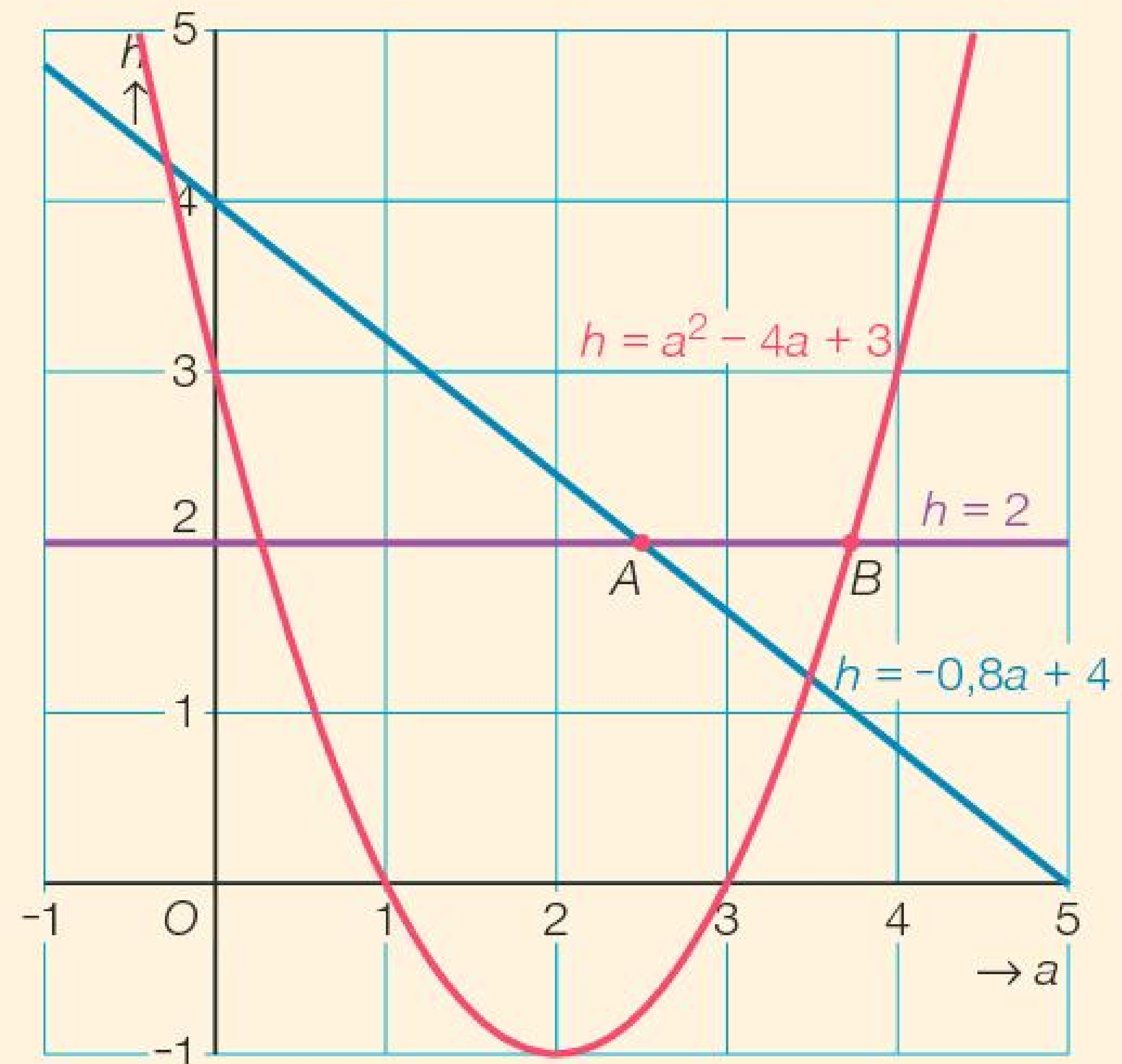
$h = a^2 - 4a + 3$

$h = -0{,}8a + 4$

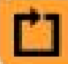
$h = 2$

a Bereken de coördinaten van snijpunt A.

b Bereken de coördinaten van snijpunt B. Rond zo nodig af op één decimaal.



Snijpunten



49 Hiernaast zie je de grafieken van $h = a^2 - 6a + 8$ en $h = 4$.

Je gaat de coördinaten van snijpunt Q berekenen.

a Maak van de formules een vergelijking.

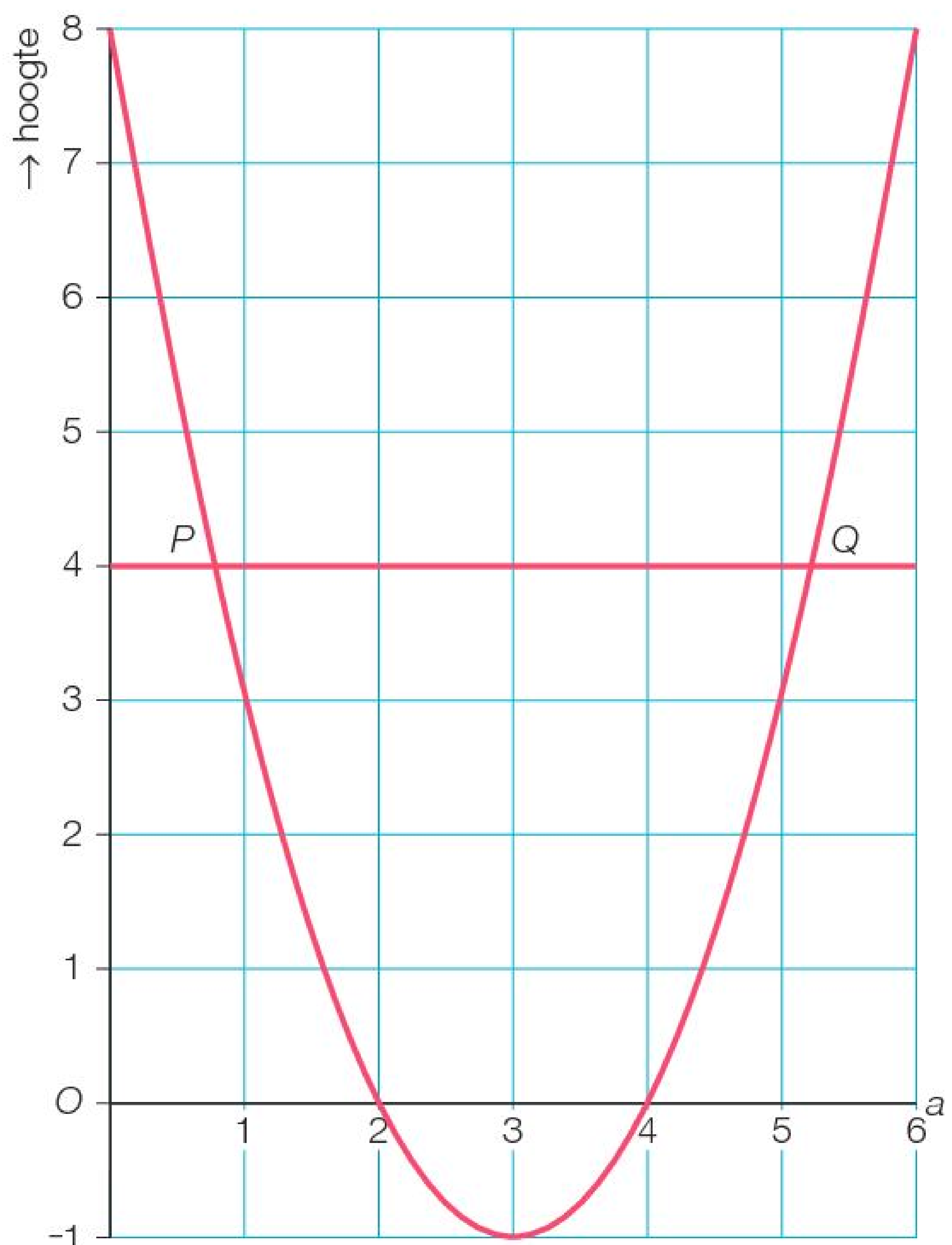
b De tweede coördinaat van punt Q is 4. De eerste coördinaat van punt Q moet je nog vinden met inklemmen. Deze ligt tussen 5 en 5,5.
Reken na dat voor $a = 5{,}1$ de hoogte $h = 3{,}41$.
Is de uitkomst te veel of te weinig?

c Vul voor $a = 5{,}2$ in. Is de uitkomst te veel of te weinig?

d Vul voor $a = 5{,}3$ in. Is de uitkomst te veel of te weinig?

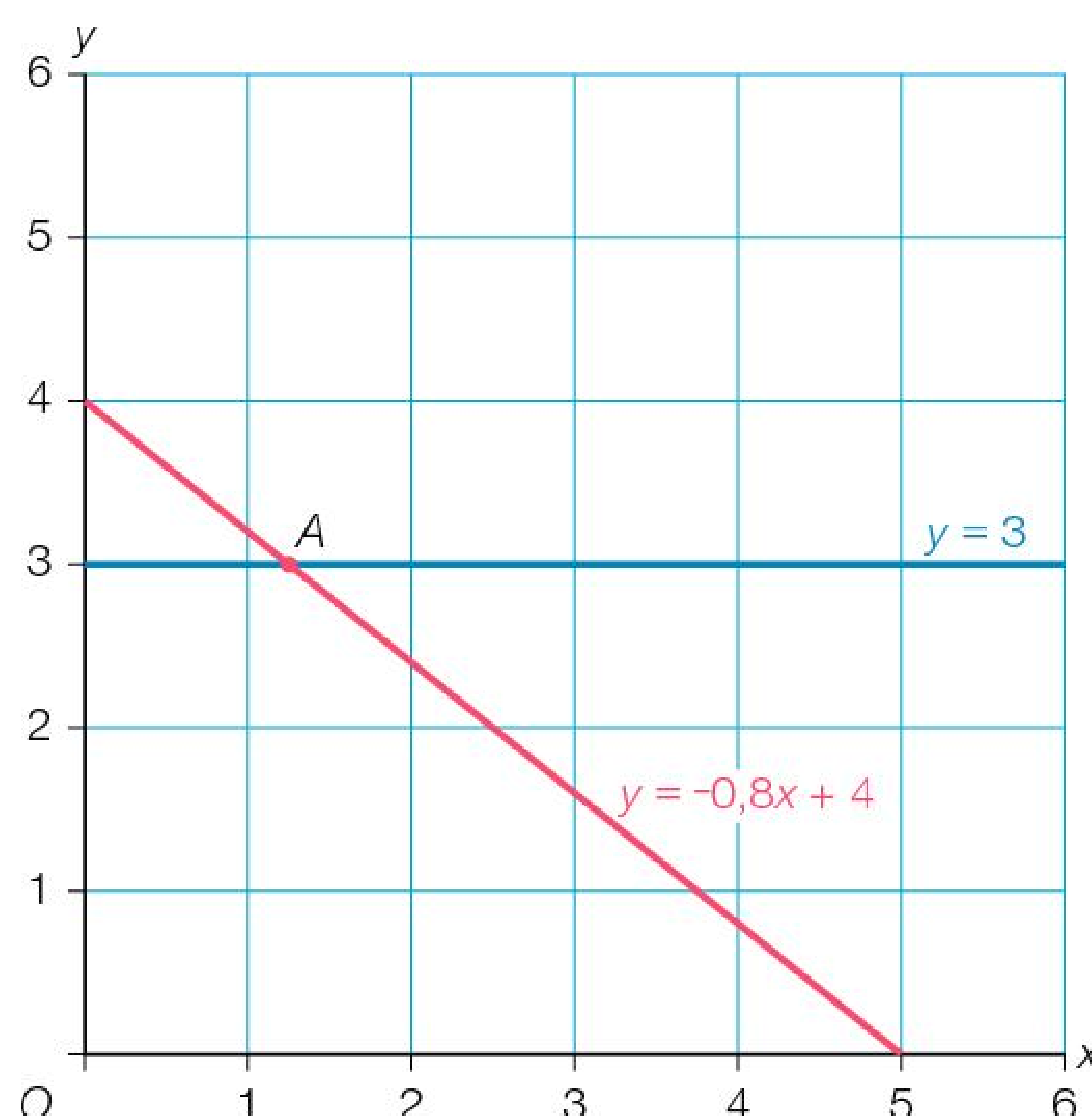
e Kijk naar de uitkomsten van vraag c en d.
Bij welke a ligt de uitkomst het dichtst bij 4?

f Vul in. De coördinaten van snijpunt Q zijn (..., 4).



© Noordhoff Uitgevers bv

50 Hiernaast zie je grafieken van $y = -0{,}8x + 4$ en $y = 3$.
Het snijpunt van de twee grafieken is A. De tweede coördinaat van punt A is 3. Je gaat de eerste coördinaat van punt A berekenen.

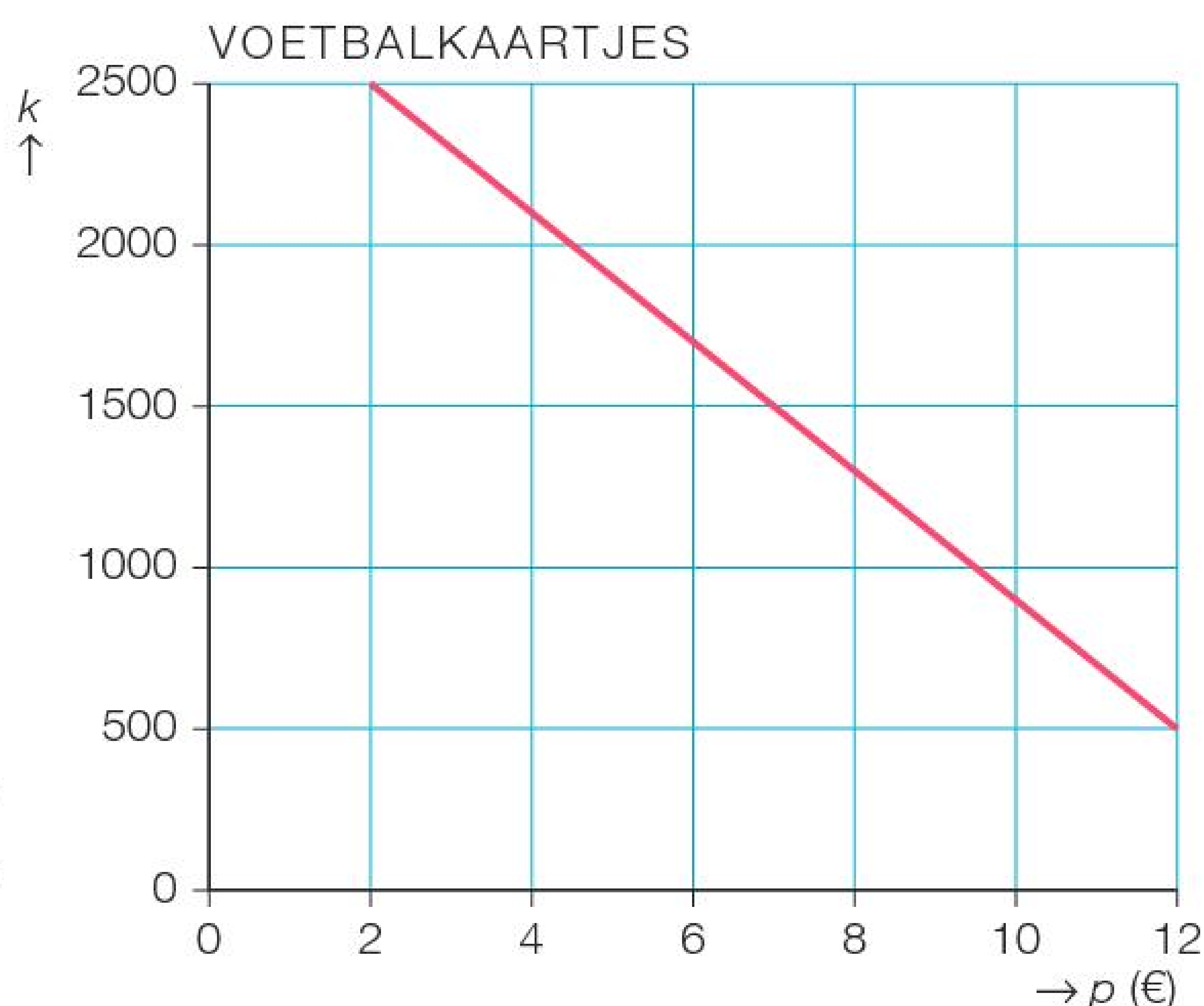


a Maak van de formules een vergelijking.
b Los de vergelijking op met de balansmethode. Hieronder zie je het stappenplan.
c Vul in. De coördinaten van snijpunt A zijn (..., 3).

Stap 1 In het rechterlid geen variabelen.
Stap 2 In het linkerlid geen losse getallen.
Stap 3 Delen door het getal dat voor de variabele staat.

Voetbal

51 De voorzitter van voetbalclub ZZVV moet de prijs van de kaartjes van een voetbalwedstrijd bepalen. Hij weet uit ervaring dat hoe duurder het kaartje is, hoe minder betalende bezoekers er zullen komen. Het verband tussen de prijs en het aantal verkochte kaartjes zie je in de grafiek. Hierin is p de *prijs* van een kaartje in euro's en k het *aantal* verkochte kaartjes.



a Hoeveel kaartjes worden er verkocht als de prijs € 2 is?
En als de prijs € 12 is?
b De formule die bij de grafiek hoort is $k = 2900 - 200p$.
De voorzitter verwacht 1400 kaartjes te verkopen.
Hoe duur maakt hij de kaartjes?

© Noordhoff Uitgevers bv

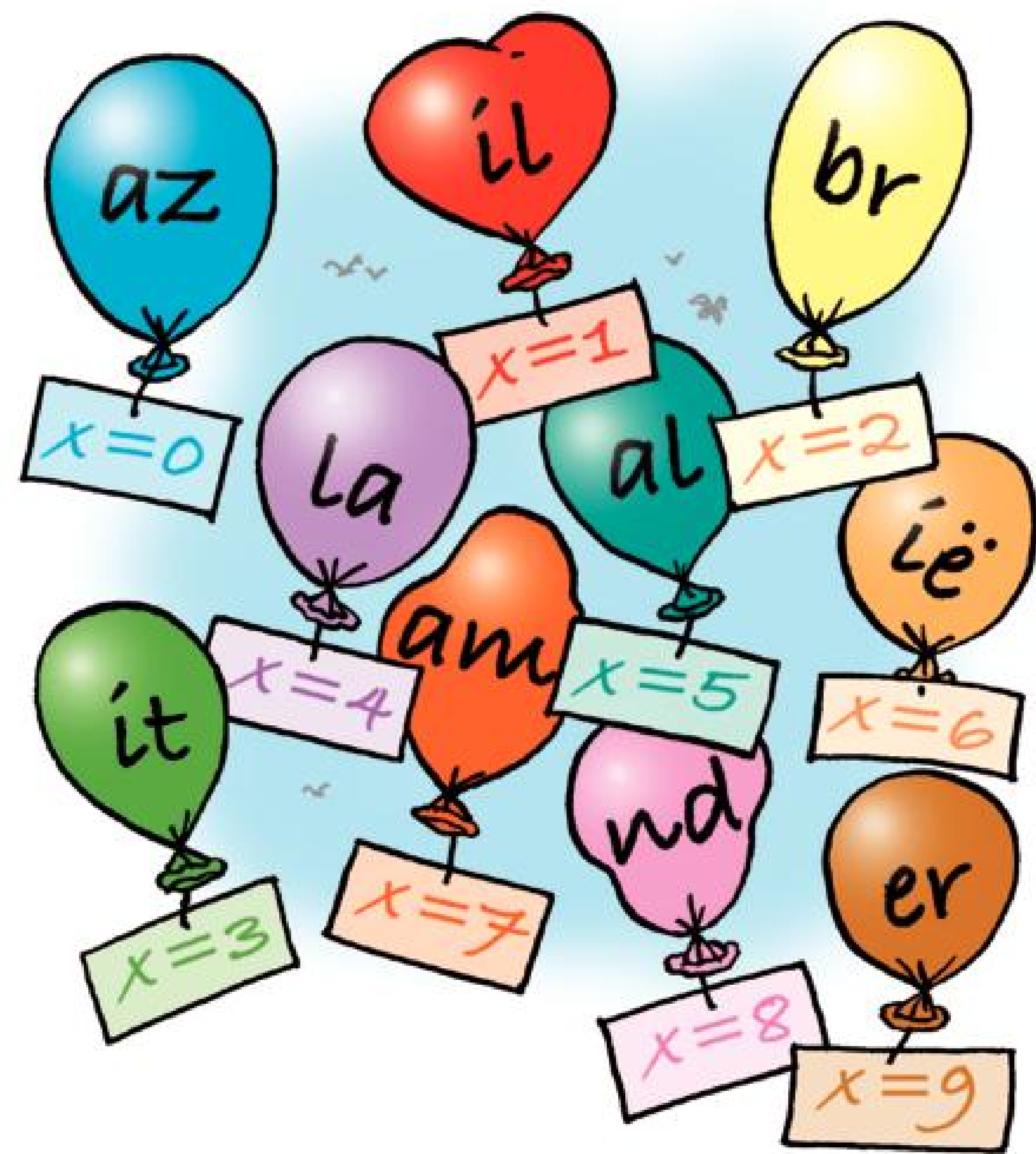
Olympische spelen


52 [▸ WERKBOEK]

a Los de vergelijkingen hieronder op met de balansmethode.

b De oplossingen vormen samen een jaartal van een Olympisch sportevenement. Welk jaartal is dat?

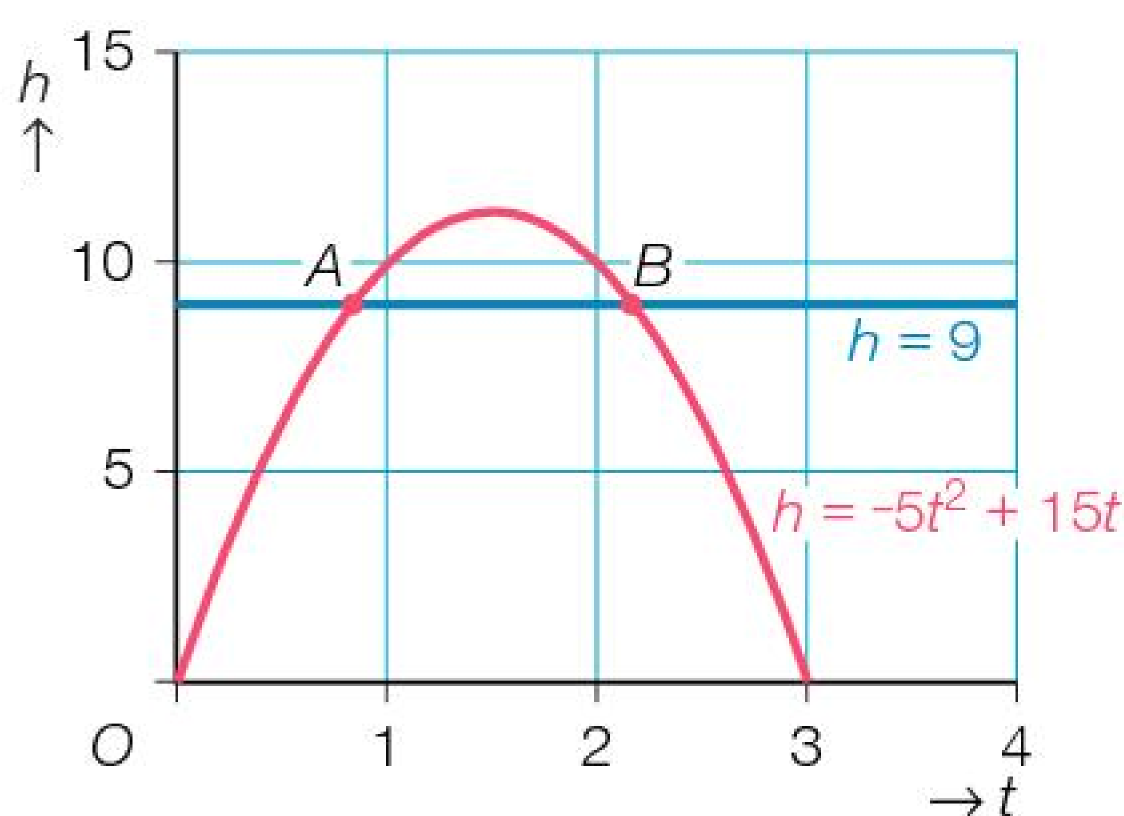
c De letters op de ballonnen laten zien in welk land het sportevenement in dat jaar gehouden werd. Welk land was dat?



vergelijking	oplossing	letters
$3x + 9 = 10x - 5$		
$12x + 6 = 6 + 9x$		
$3{,}5x + 16{,}5 = 28x - 8$		
$5x - 15 = 9 + x$		

Voetbal


53 Een voetballer trapt de bal de lucht in. De formule die bij de baan van de bal hoort is $h = -5t^2 + 15t$.
Hierin is h de hoogte in meters en t de *tijd* in seconden.



a Er zijn twee momenten dat de bal 9 m hoog is. Bereken welke twee momenten dat zijn. Rond zo nodig af op één decimaal.

b Hoeveel seconden is de bal hoger dan 9 m?

© Noordhoff Uitgevers bv

54 ☐⊙✱

Voor een voetbalwedstrijd van Roodzwart worden kaartjes verkocht.
De spelers krijgen een deel van de opbrengst.
Zij berekenen hun verdiensten met de formule
verdiensten (€) = 25 + 0,5*k*.
Hierin is *k* het aantal verkochte kaartjes.

a Hoeveel kaartjes moeten er verkocht worden zodat een speler € 100 verdient?
b De tegenstanders krijgen betaald volgens de formule **verdiensten (€) = 75 + 0,3*k*.**
Bij hoeveel kaartjes verdienen de spelers van beide clubs evenveel?
c Hoeveel verdienen ze dan?



55 ⊙✱

[▸ WERKBOEK] Er bestaat een formule waarmee de voorzitter het totaal aan entreegeld kan bereken bij elke prijs. Die formule is
totaalbedrag (€) = 2800*p* − 200*p*².
Hierin is *p* de *prijs* van een kaartje in euro's.

a Bereken het totaalbedrag als een kaartje € 8 kost.
b Teken de grafiek bij de formule.
c Bij een voetbalwedstrijd ontving de club € 9000.
Voor welke prijs kunnen die kaartjes op die dag verkocht zijn?



56 ✱

De grafiek van de vorige opgave is een parabool.
Bij welke prijs van een kaartje is het totaalbedrag het hoogst?

Boogschieten

57 * Corien doet aan boogschieten. Bij de baan van de pijl hoort de formule $h = -0{,}5t^2 + t + 1{,}5$.
Hierin is *h* de *hoogte* van de pijl in meters en *t* de *tijd* dat de pijl in de lucht is in seconden.

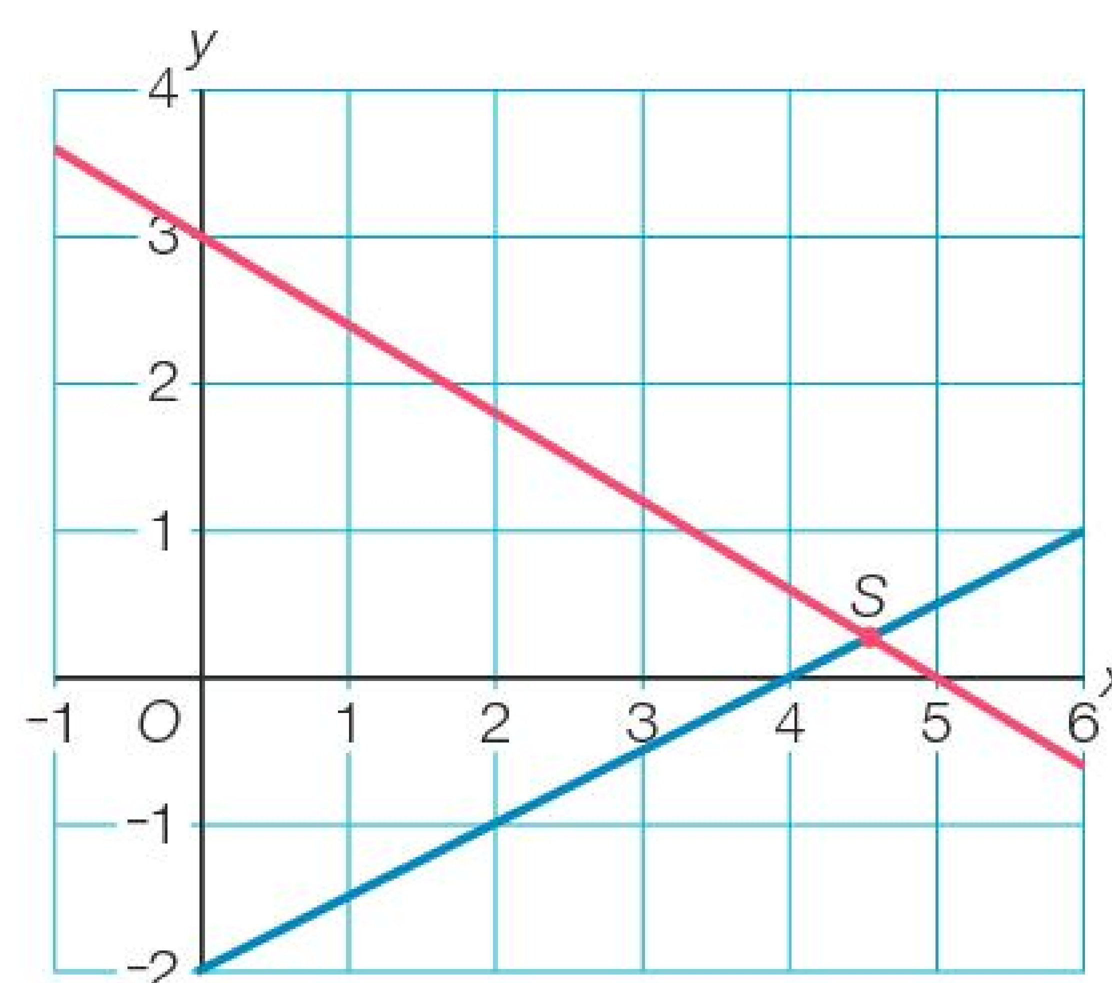
a Bereken de hoogte van de pijl na 1,5 seconde.

b De roos op de schietschijf staat op 0,5 m hoogte.
Corien schiet in de roos.
Hoeveel seconden is de pijl in de lucht geweest?
Rond je antwoord af op één decimaal.



Snijpunt berekenen

58 * Hiernaast zijn de grafieken van de formules $y = -0{,}6x + 3$ en $y = 0{,}5x - 2$ getekend.
Bereken de coördinaten van het snijpunt *S* van deze twee grafieken. Rond af op één decimaal.



Woordenlijst

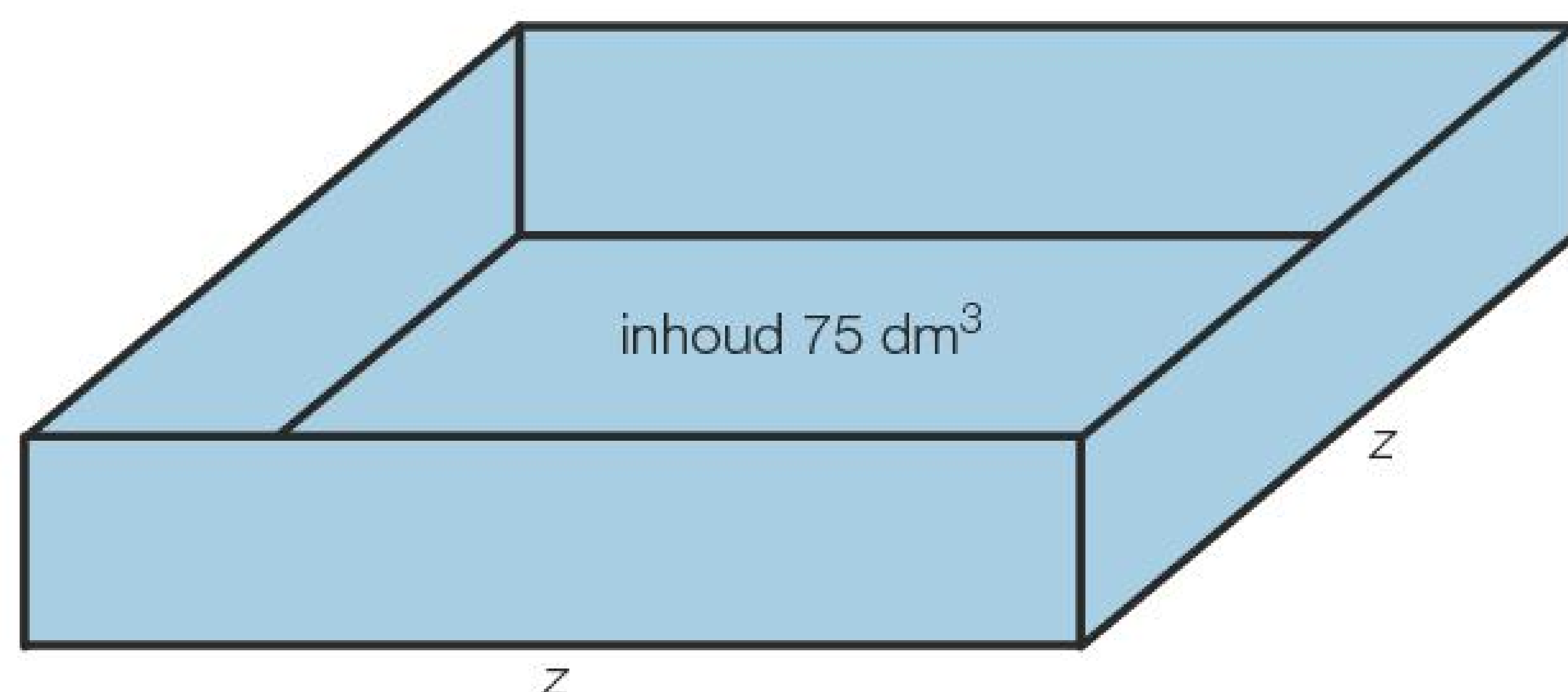
- oplossen met de balansmethode
- oplossen met grafieken
- oplossen met inklemmen

© Noordhoff Uitgevers bv

4.5 Trainen op examenniveau

Dozen

De volgende vragen gaan over dozen met een vierkante bodem, zonder deksel. De inhoud van die dozen is steeds 75 dm^3.



De totale oppervlakte van deze dozen (opp) kan berekend worden met de volgende formule **opp** $= z^2 + \frac{300}{z}$.

Hierin is z de zijde van de bodem (in dm), z^2 de oppervlakte van de bodem en $\frac{300}{z}$ de oppervlakte van de vier zijkanten samen.

59 Bereken de oppervlakte van de hele doos als $z = 4$ dm. Schrijf de berekening op.

De doos met de kleinste oppervlakte krijgen we als z ongeveer 5 dm is.

60 Wat is de hoogte van de doos als $z = 5$ dm? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

61 [WERKBOEK] Teken in je werkboek de grafiek van het verband tussen opp en z. Je mag eerst de tabel invullen, maar het hoeft niet.

62 Voor welke waarden van z is opp = 100 dm^2? Geef je antwoorden in één decimaal nauwkeurig. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

© Noordhoff Uitgevers bv

Snelheid van het geluid

De Falcon HTV-2 is een heel snel vliegtuig dat 20 keer de snelheid van het geluid kan halen. Ga ervan uit dat de snelheid van het geluid 330 meter per seconde (m/s) is.



63 De afstand tussen Amsterdam en Moskou is ongeveer 2500 km.
Bereken hoeveel minuten dit vliegtuig er over zou doen om van Amsterdam naar Moskou te vliegen. Schrijf je berekening op.

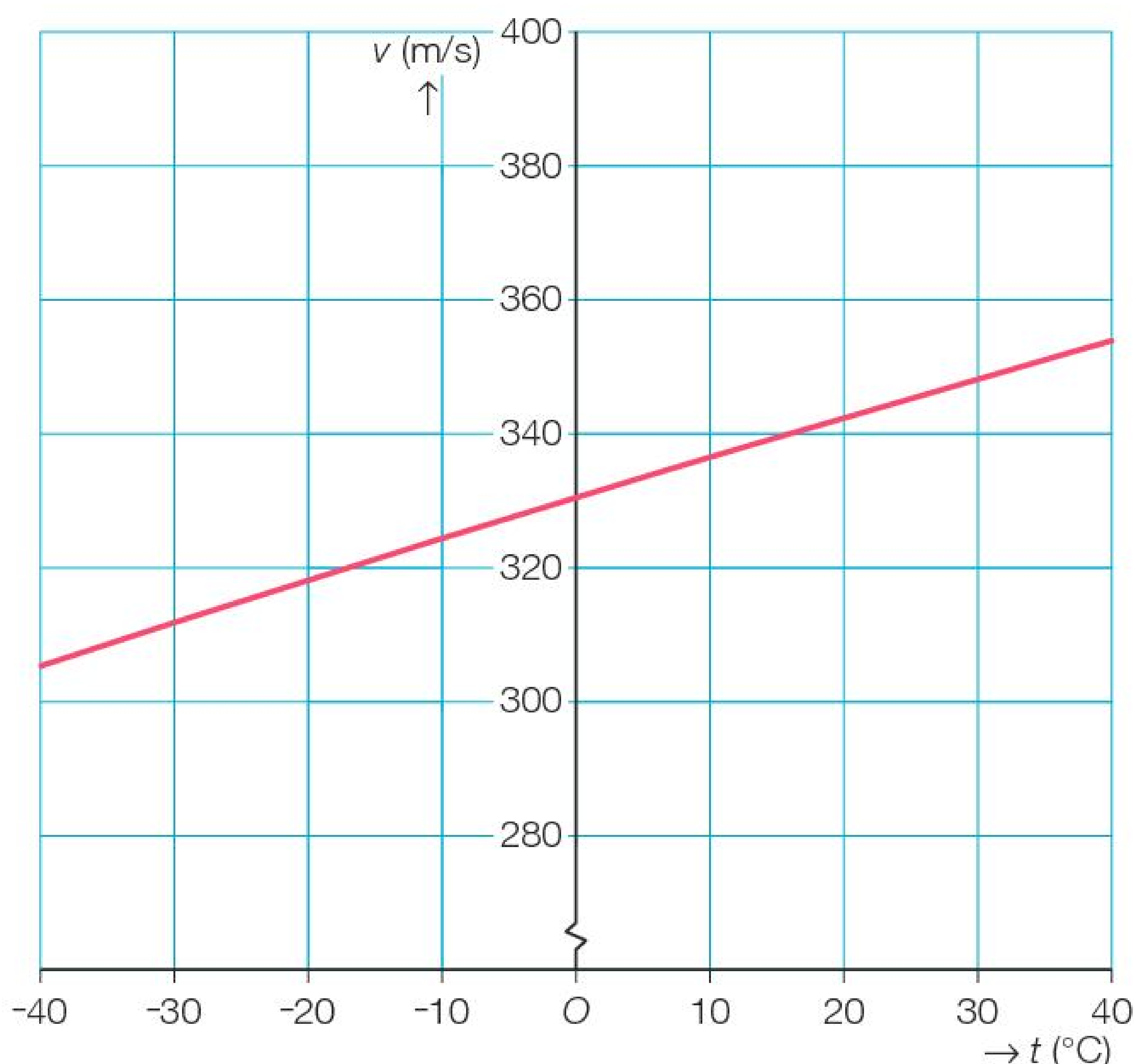
In werkelijkheid is de snelheid van het geluid lager als de temperatuur van de lucht lager is. Voor de snelheid van het geluid in lucht kan de volgende formule gebruikt worden.

$v = 20 \times \sqrt{(273 + t)}$

Hierin is v de snelheid van het geluid in m/s en t de luchttemperatuur in °C.

64 Bereken de snelheid van het geluid bij een luchttemperatuur van 10 °C.
Schrijf je berekening op.

65 Hiernaast is de grafiek die hoort bij bovenstaande formule getekend.
Bereken bij hoeveel hele graden Celsius de snelheid van het geluid volgens de formule gelijk is aan 334 m/s. Schrijf je berekening op.



66 De grafiek lijkt op een rechte lijn.
Leg aan de hand van de formule uit waarom de grafiek geen rechte lijn kan zijn.

 © Noordhoff Uitgevers bv

Samenvatting

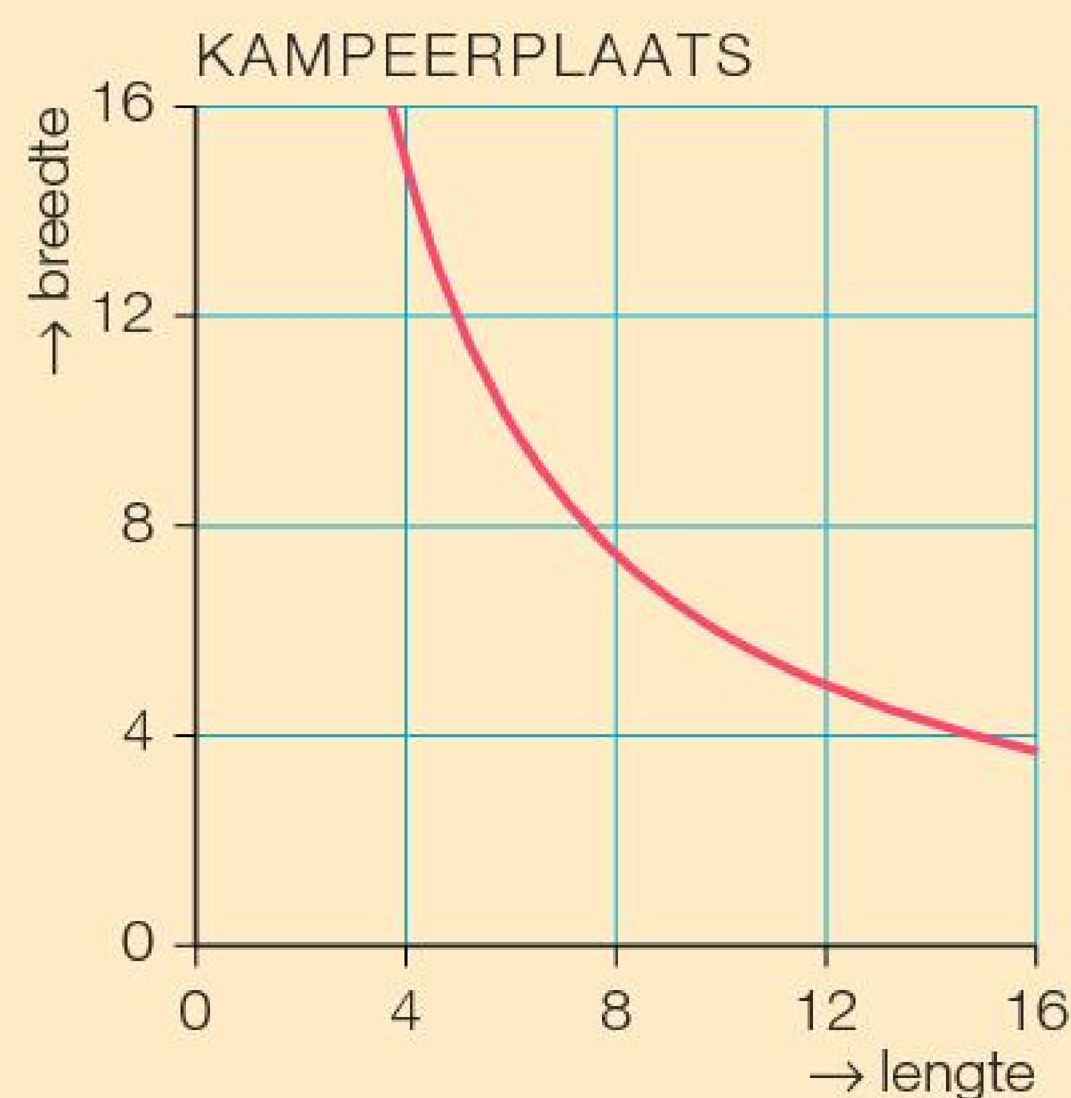
4.1 Omgekeerd evenredig

blz 176 Bij een omgekeerd evenredig verband geldt: wordt de ene variabele 2 keer zo groot, dan wordt de andere variabele 2 keer zo klein.

- De grafiek bij een omgekeerd evenredig verband heet een hyperbool. Hij raakt de assen nooit.
- Bij een tabel met een omgekeerd evenredig verband komt bovenin en onderin de tabel het getal 0 niet voor.

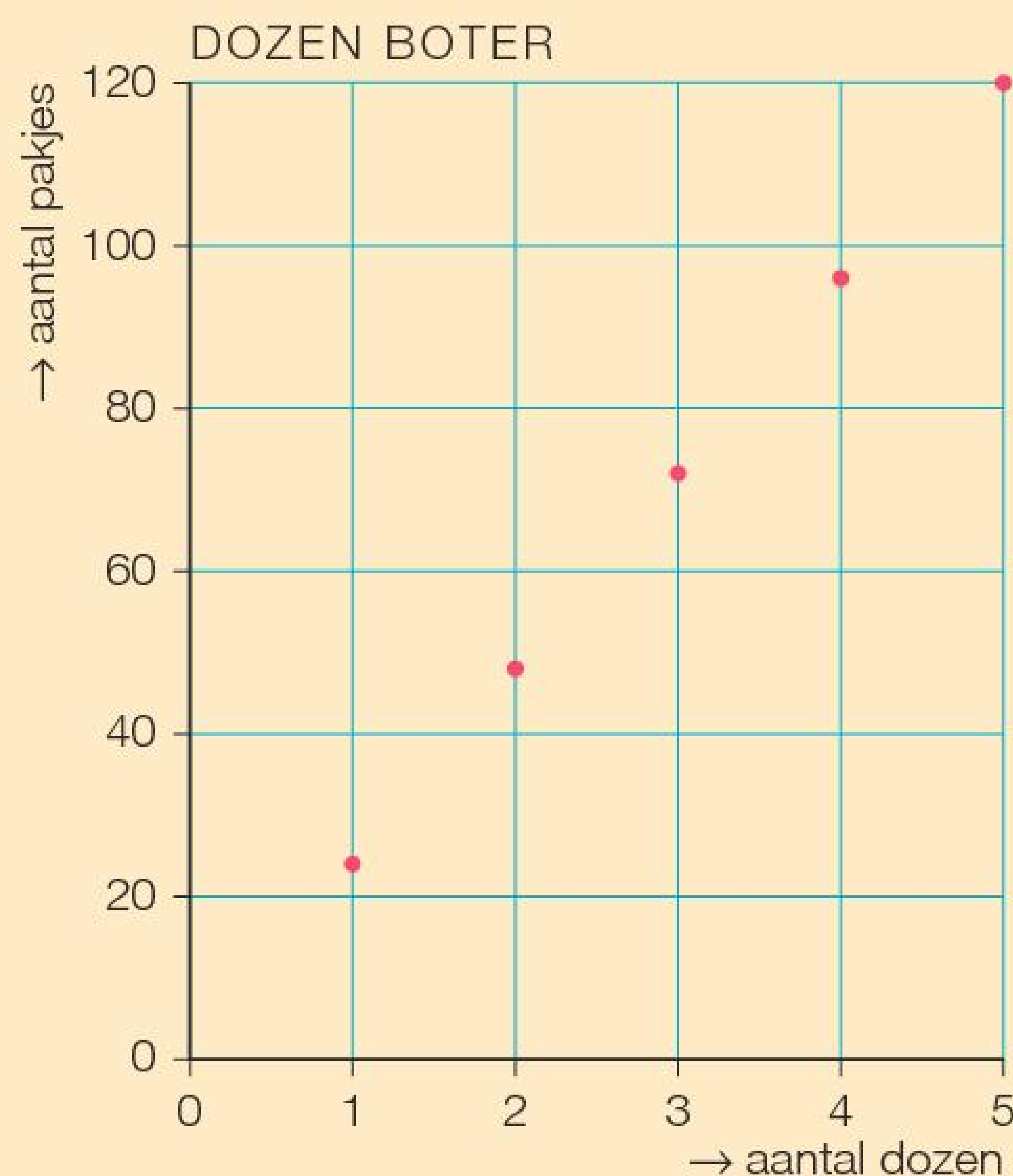
KAMPEERPLAATS

lengte	5	6	8	10	12
breedte	12	10	7,5	6	5



4.2 Allerlei formules en grafieken

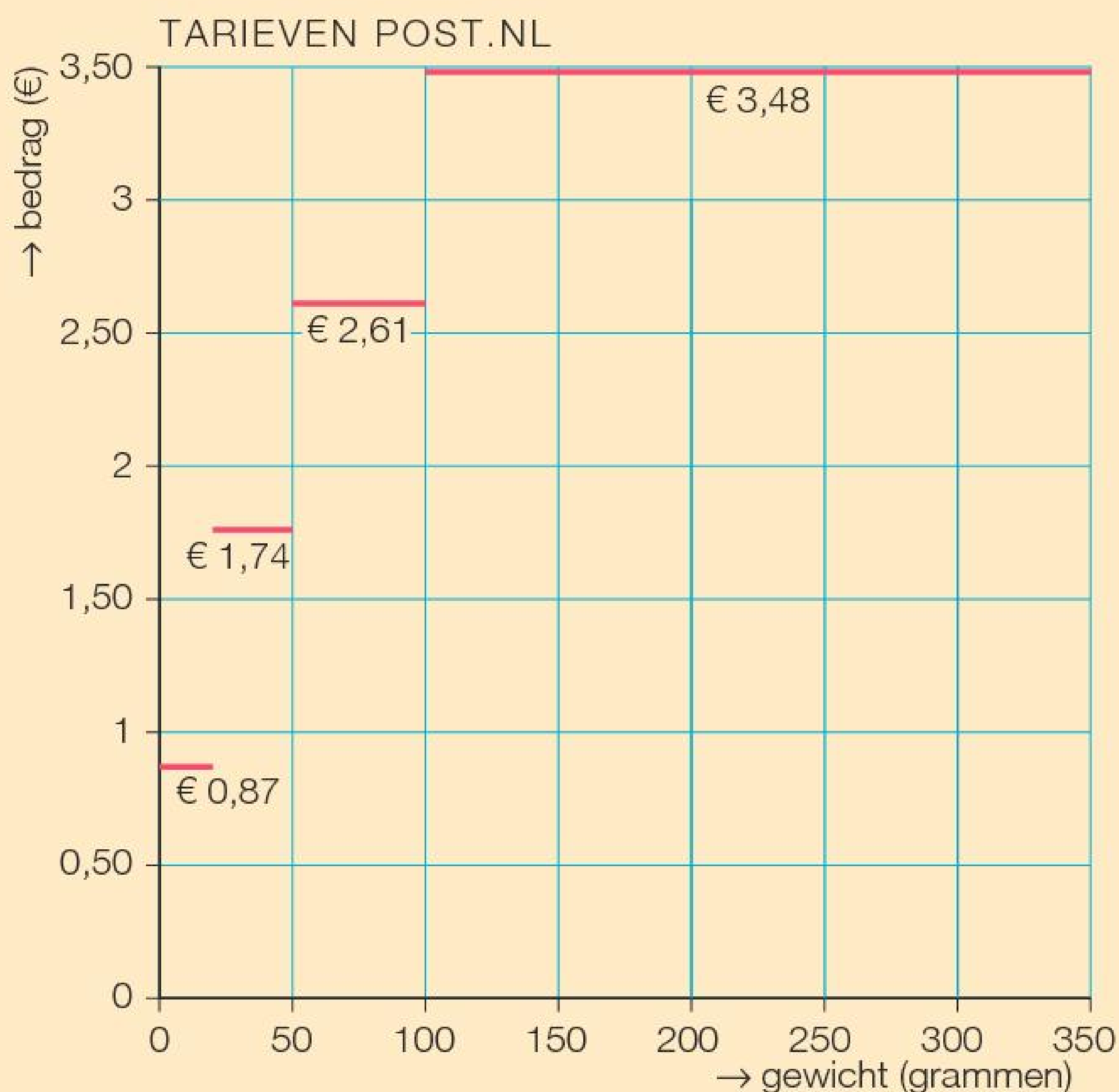
blz 183 Een stippengrafiek heeft losse stippen. In een fabriek wordt boter in dozen verpakt. In elke doos komen 24 pakjes. Dat kun je aflezen in de stippengrafiek hiernaast. In de fabriek worden alleen hele dozen ingepakt. Daarom is er geen lijn getrokken door de stippen.



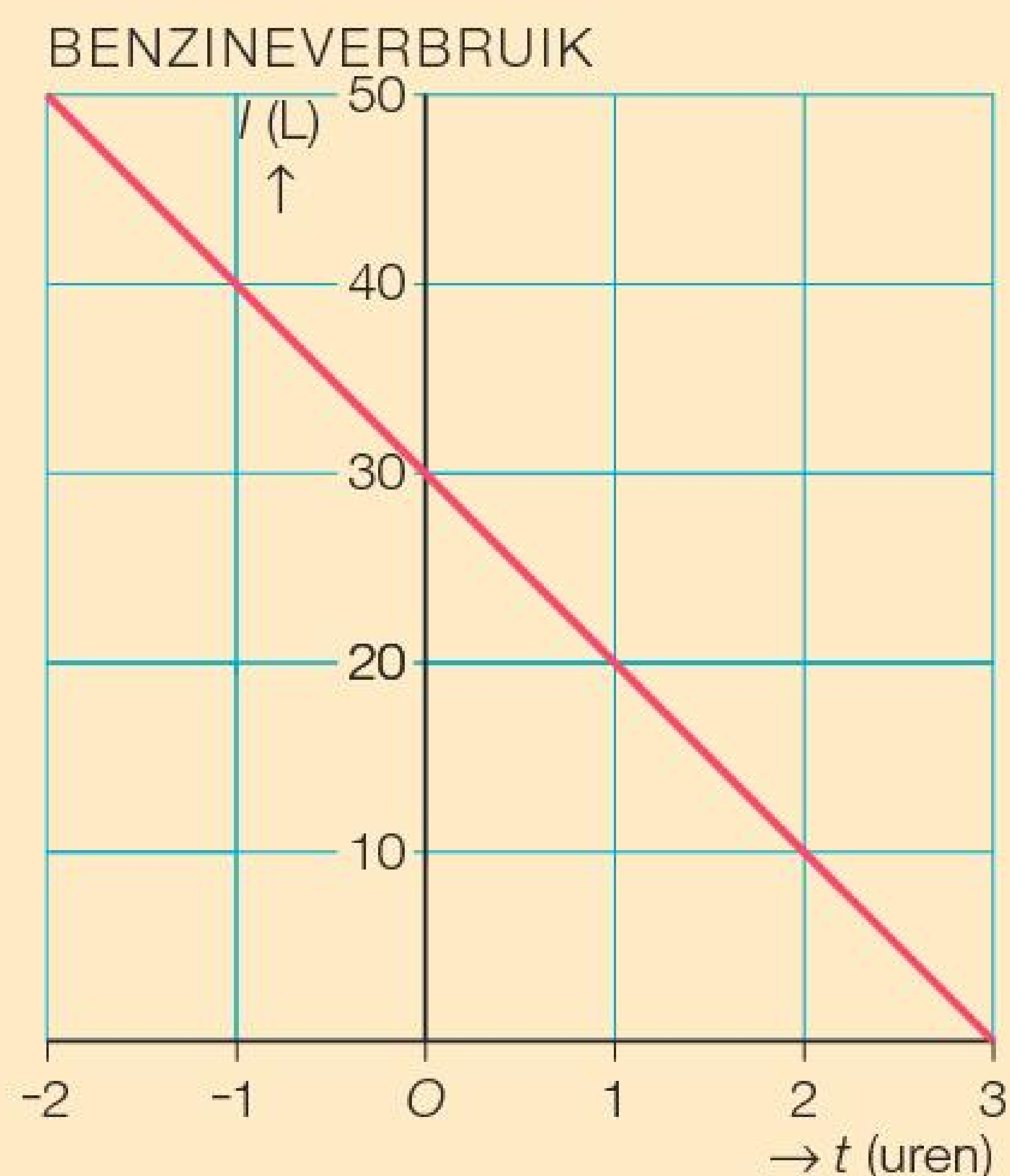
© Noordhoff Uitgevers bv

blz 186 In de trapgrafiek kun je aflezen hoeveel euro aan postzegels op een brief moet. In de grafiek zie je treden. Die treden zitten niet aan elkaar vast.

100 gram zie je in de derde trede en in de vierde trede. Je kiest dan voor de laagste trede.
Op een brief van 100 gram plak je € 2,61 aan postzegels.



blz 192 Formules worden gebruikt om voorspellingen te doen. Met dat voorspellen moet je wel voorzichtig zijn. Misschien heeft de formule alleen maar betekenis voor een bepaalde periode of hebben de tussenliggende waarden geen betekenis.



blz 194 Je kunt sommige formules of grafieken ook gebruiken om terug te rekenen in de tijd.
In de figuur hiernaast is $t = 0$ op dinsdag 01:00 uur.
$t = -2$ is dan 2 uur eerder, dus op maandag 23:00 uur.

© Noordhoff Uitgevers bv

4.3 Formules bij hetzelfde verband

blz 200 Bij de formules **hoogte = 50 + 2*t*** en ***t* = −25 + 0,5 × hoogte** zie je dezelfde variabelen, namelijk **hoogte** en ***t***.
Om te onderzoeken of de formules hetzelfde verband beschrijven kies je een getal voor t en bereken je de hoogte.
De hoogte vul je in de 2de formule in en je kijkt of daar dezelfde t uitkomt.
Je herhaalt dit met een andere waarde voor t.

Voorbeeld

1e formule **hoogte = 50 + 2*t***
$t = 2 \rightarrow$ hoogte $= 50 + 2 \times 2 = 54$
2e formule ***t* = −25 + 0,5 × hoogte**
hoogte $= 54 \rightarrow t = -25 + 0{,}5 \times 54 = 2$
Bij beide formules hoort $t = 2$ en hoogte = 54.

1e formule **hoogte = 50 + 2*t***
$t = 5 \rightarrow$ hoogte $= 50 + 2 \times 5 = 60$
2e formule ***t* = −25 + 0,5 × hoogte**
hoogte $= 60 \rightarrow t = -25 + 0{,}5 \times 60 = 5$
Bij beide formules hoort $t = 5$ en hoogte = 60.

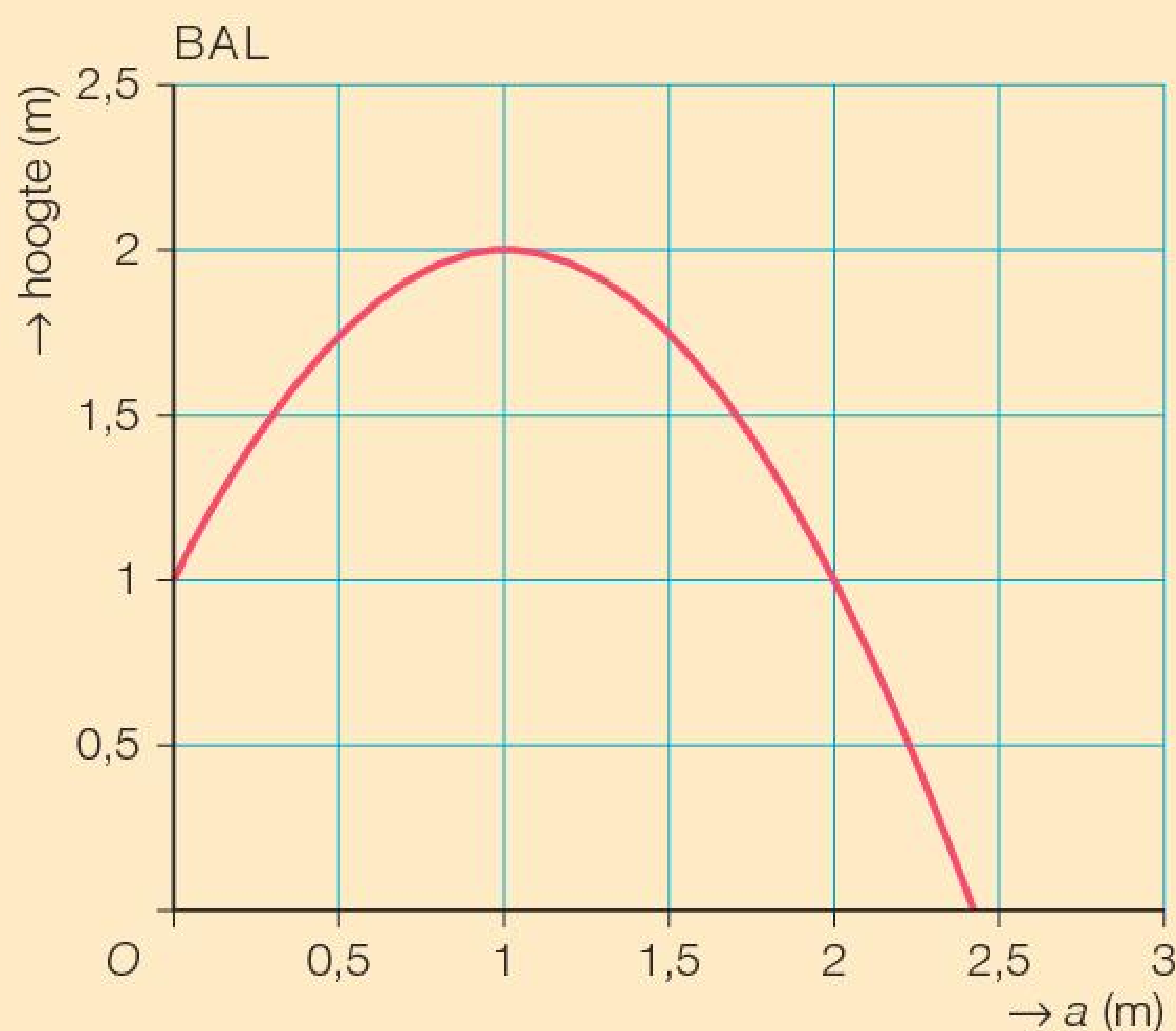
Het klopt twee keer, dus de formules beschrijven hetzelfde verband.

4.4 Vergelijkingen oplossen

blz 205 Je kent drie manieren om vergelijkingen op te lossen.
Welke manier je gebruikt hangt af van de situatie.

1 Oplossen met grafieken

Je gebruikt deze manier alleen als de grafieken al getekend zijn.
De oplossing van de vergelijking is de horizontale coördinaat van het snijpunt.



De grafiek met de formule **hoogte (m) = $-a^2 + 2a + 1$** is hiernaast getekend. In de grafiek zie je dat de bal op een afstand van ongeveer 2,4 m op de grond komt.

2 Oplossen met de balansmethode

Soms moet je het snijpunt van twee lineaire formules berekenen.
Je maakt dan eerst een vergelijking. Die vergelijking los je op met de balansmethode.

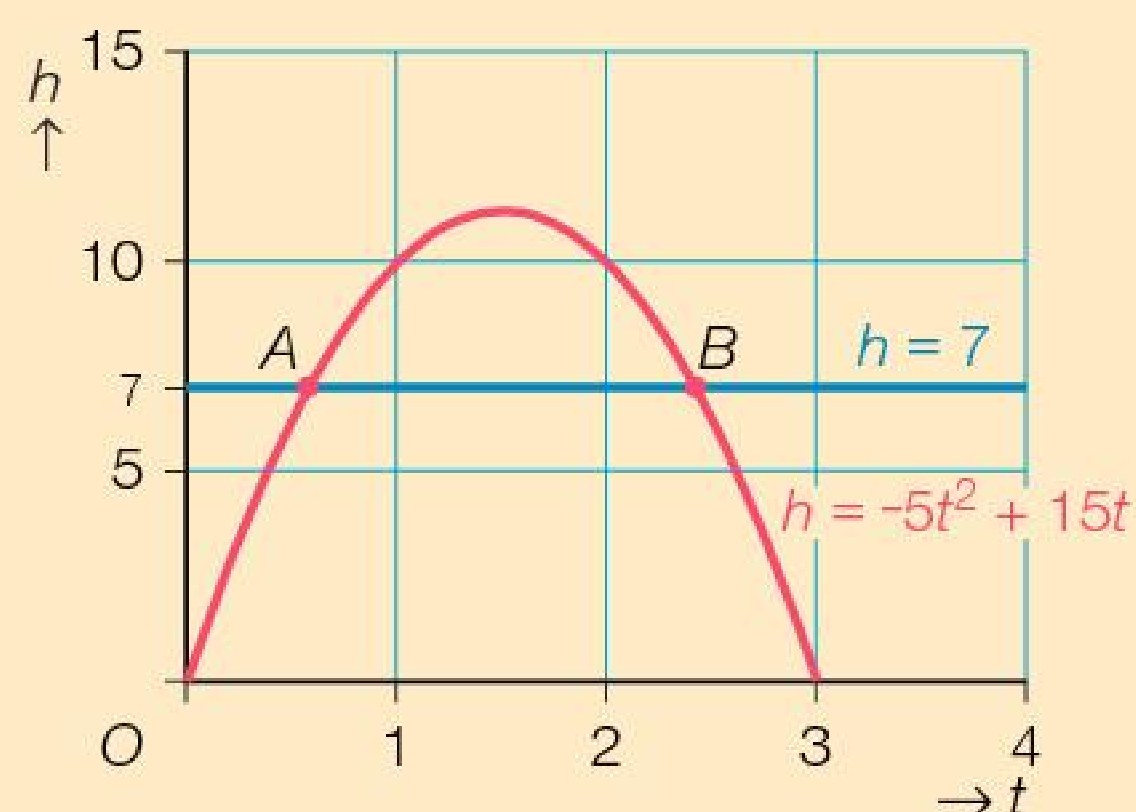
De waterhoogte in een ton wordt berekend met de formule
waterhoogte (cm) = 45 + 0,2*t*.
Een andere ton loopt leeg.
Daarbij hoort de formule
waterhoogte (cm) = 130 − 0,5*t*.
In beide formules is *t* de *tijd* in minuten.
Wil je weten na hoeveel minuten het water in beide tonnen even hoog staat dan maak je de vergelijking
45 + 0,2*t* = 130 − 0,5*t*.
Deze los je op met de balansmethode
De oplossing is $t = 121{,}4$.
Na 121,4 minuten staat het water in beide tonnen even hoog.
De hoogte is dan te berekenen door de oplossing in één van beide formules in te vullen.
$45 + 0{,}2 \times 121{,}4 = 69{,}28$ cm.

Balansmethode

$45 + 0{,}2t = 130 - 0{,}5t$
+ 0,5*t* **+ 0,5*t***
$45 + 0{,}7t = 130$
− 45 **− 45**
$0{,}7t = 85$
: 0,7 **: 0,7**
$t = 121{,}4$

3 Oplossen met inklemmen

Oplossen met inklemmen werkt altijd.
Je gebruikt deze manier als de vergelijking niet met de balansmethode op te lossen is.
Bij de baan van de bal hoort de formule **$h = -5t^2 + 15t$**
Hierin is *h* de *hoogte* in meters en *t* de *tijd* in seconden.



Er zijn twee momenten dat de bal 7 m hoog is. Die kun je berekenen met inklemmen.
Snijpunt *A* bereken je zo:
$t = 0{,}5 \rightarrow -5 \times 0{,}5^2 + 15 \times 0{,}5 = 6{,}25$ te weinig
$t = 0{,}7 \rightarrow -5 \times 0{,}7^2 + 15 \times 0{,}7 = 8{,}05$ te veel
$t = 0{,}6 \rightarrow -5 \times 0{,}6^2 + 15 \times 0{,}6 = 7{,}2$ te veel
7,2 ligt dichter bij 7 dan 6,25, dus $t = 0{,}6$.
A(0,6; 7)

© Noordhoff Uitgevers bv

D-toets

4.1 Omgekeerd evenredig

1 Theorie A

[▸ WERKBOEK] Bij de gemeente kun je een rechthoekige volkstuin huren. De oppervlakte van elke tuin is 120 m^2. Daarbij hoort de formule.

$$b = \frac{120}{l}$$

Hierin is *b* de *breedte* in meters en *l* de *lengte* in meters.

a Wat is de breedte van de tuin bij een lengte van 10 m?

b Vul de tabel in.

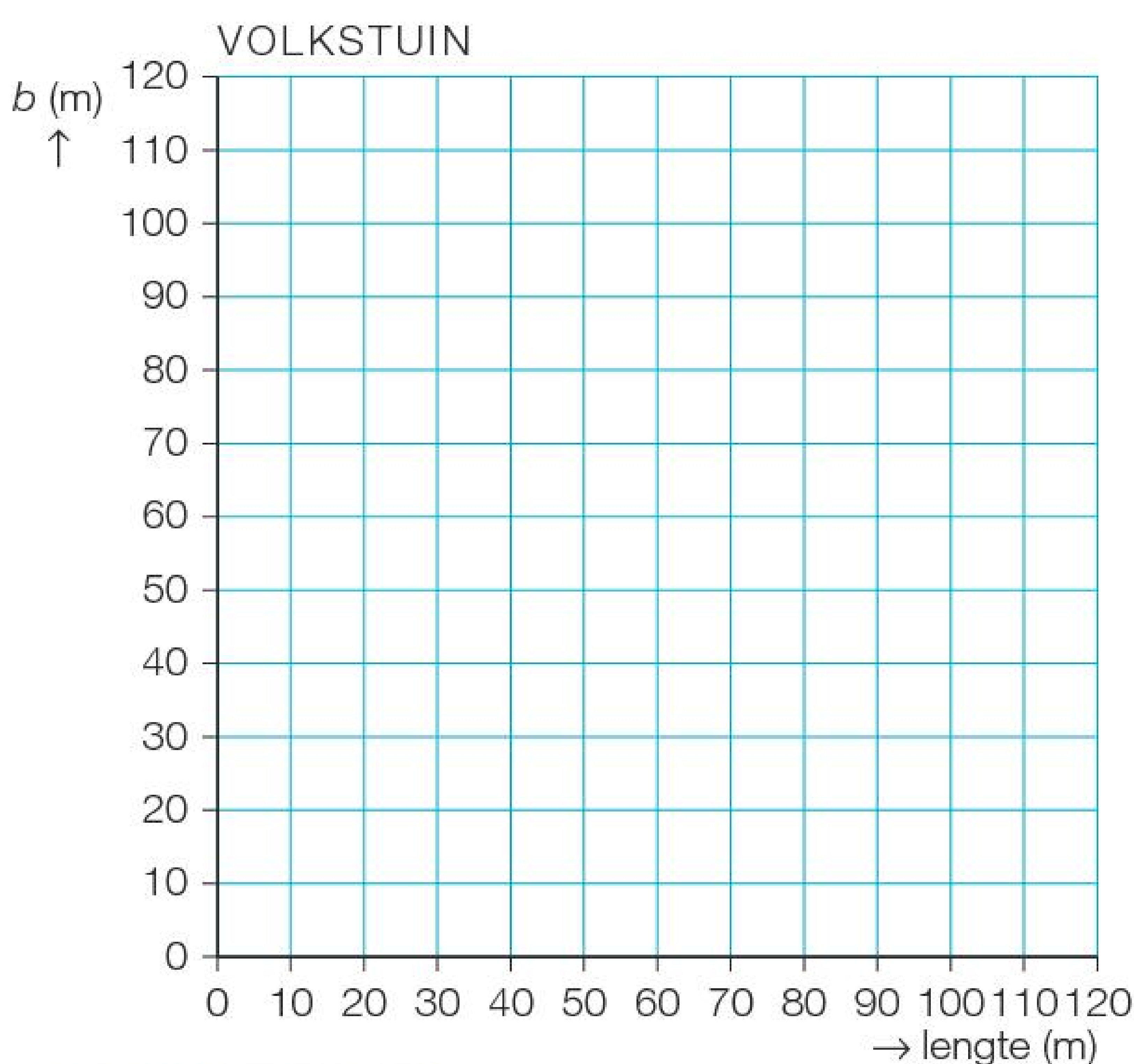
VOLKSTUIN

lengte (m)	1	2	3	4	6	8	10	12	15	30	40	60	120
b (m)													

c Teken de grafiek bij de formule.

d Hoe heet de grafiek die hoort bij deze formule?

e De breedte van de tuinen varieert van 10 tot 20 m. Kleur het gedeelte van de grafiek dat zinvol is.





© Noordhoff Uitgevers bv

4.2 Allerlei formules en grafieken

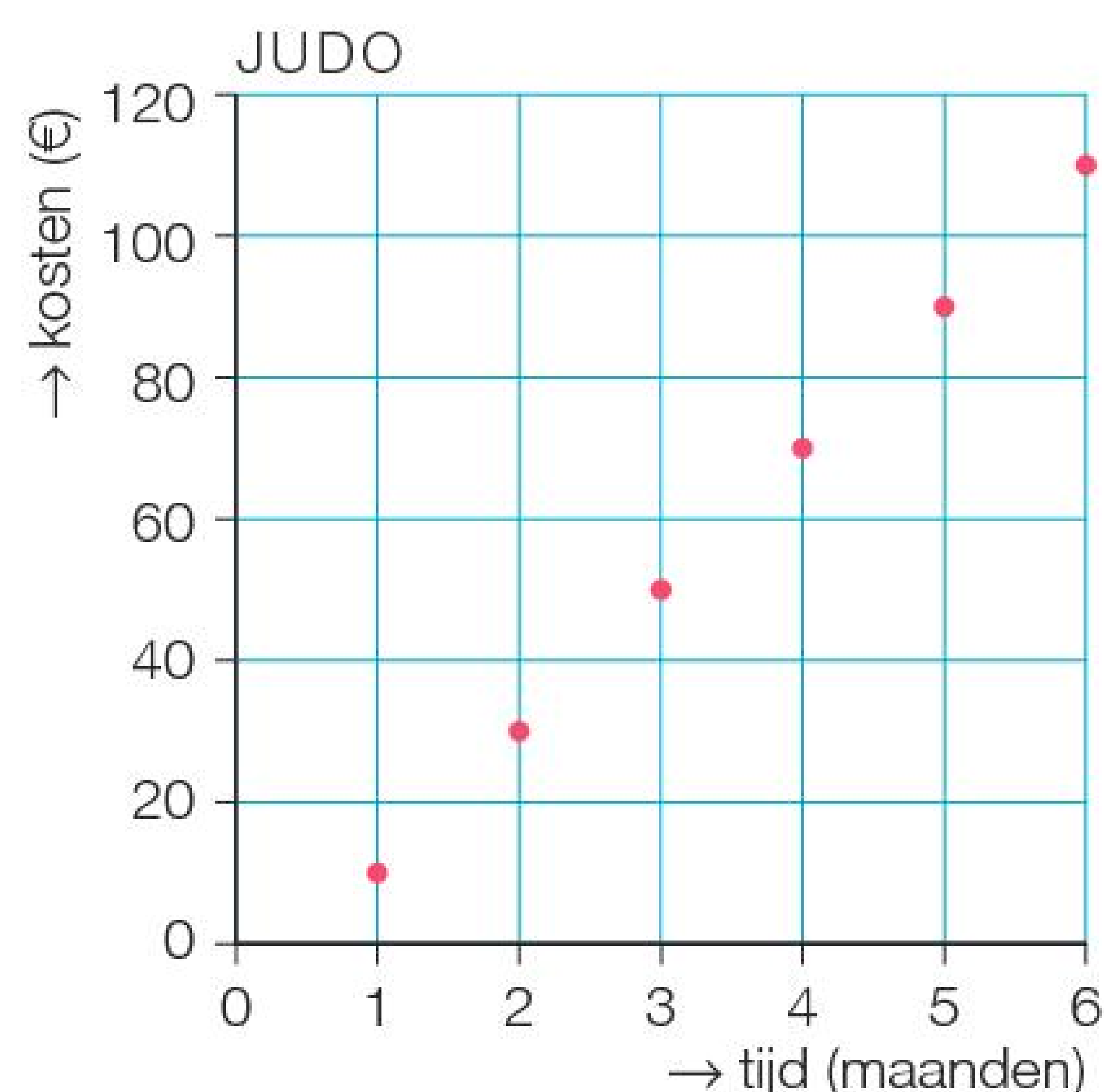
2 Theorie B

Ralph zit op judo. In de grafiek hiernaast zie je de kosten van Ralph.

a De eerste maand is een proefmaand.
Hoeveel euro betaalt Ralph voor de proefmaand?

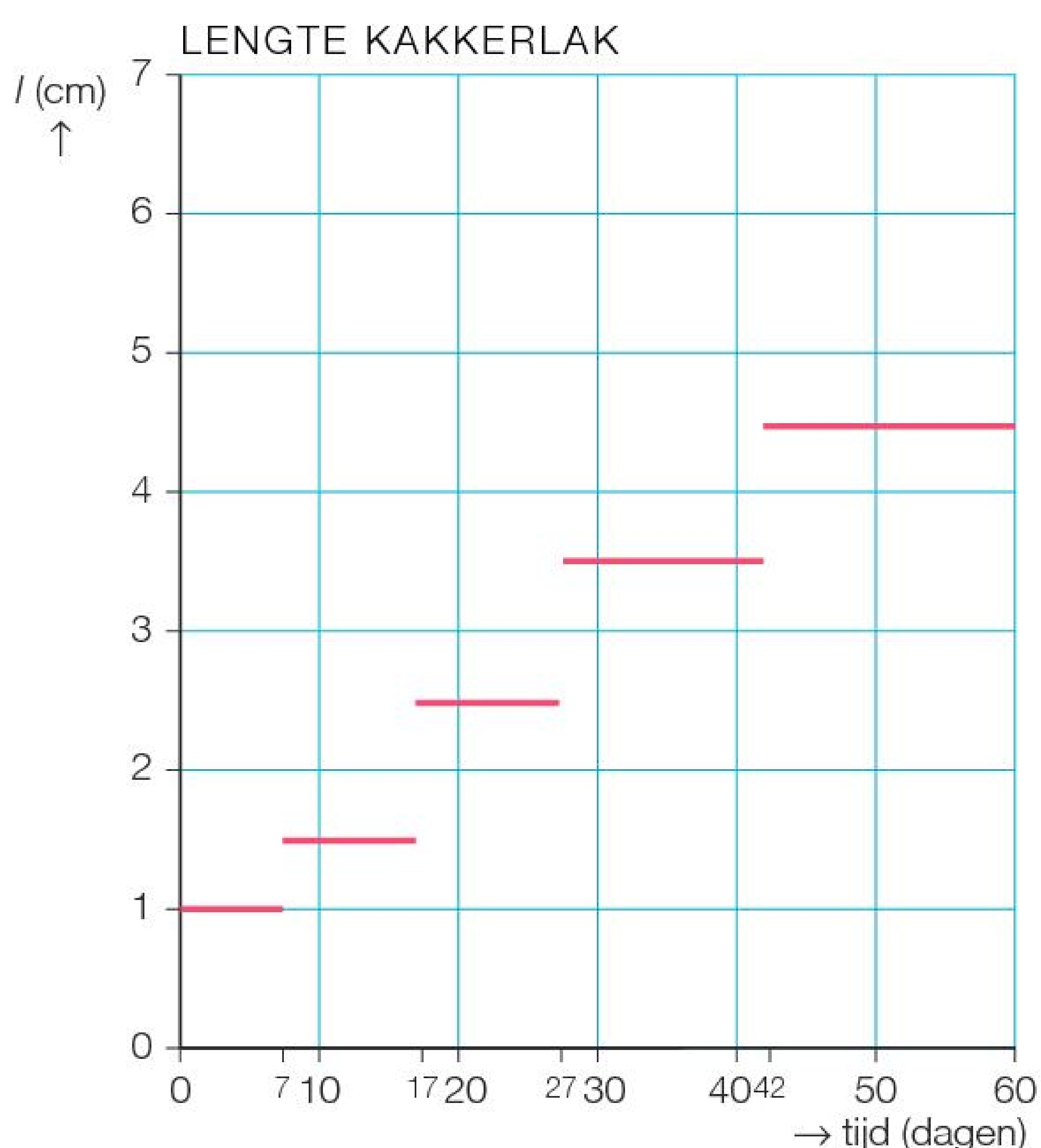
b Hoeveel betaalt Ralph voor 4 maanden?

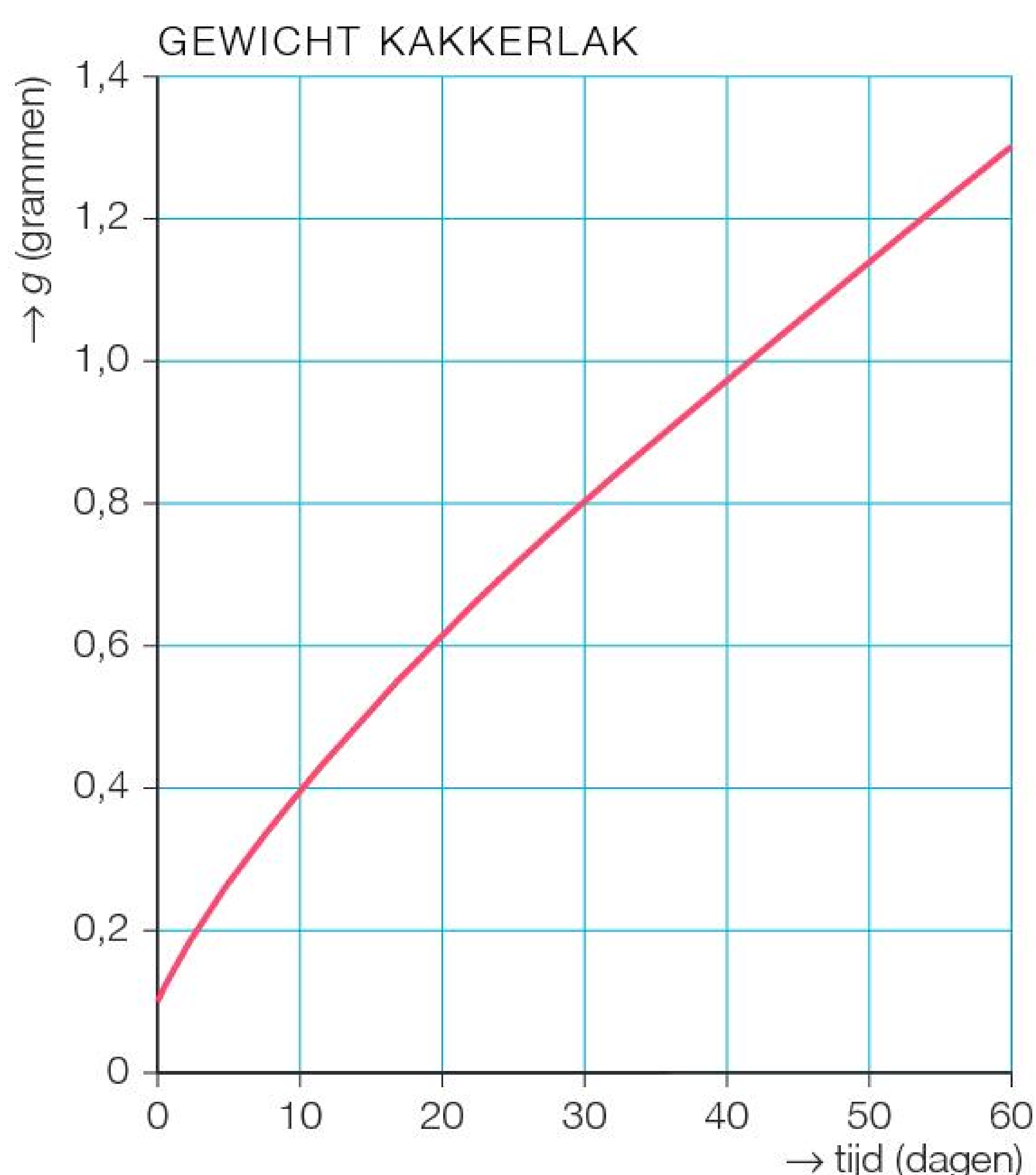
c Hoeveel betaalt Ralph voor 7 maanden?



3 Theorie C

De bioloog Hameleers bestudeert kakkerlakken. Hij meet en weegt de insecten 60 dagen achter elkaar. De kakkerlak kan pas langer worden als hij vervelt. Het resultaat zie je in de grafieken.





a Wat betekent de eerste trede van de grafiek?

b Hoe lang is de kakkerlak na 10 dagen?

c Hoe zwaar is de kakkerlak na 10 dagen?

d Hoeveel keer vervelde de kakkerlak tijdens het onderzoek?

e De kakkerlak weegt 0,8 gram.
Wat is op dat moment zijn lengte?



© Noordhoff Uitgevers bv

4 Theorie D

Het gewicht van de kakkerlak kun je berekenen met een formule.

gewicht (g) = 0,1 + 0,03t

Hierin is t de *tijd* in dagen met t = 0 op 1 mei 2020.

a Bereken hoe zwaar de kakkerlak is op 20 mei.

b Bereken hoe zwaar de kakkerlak is op 10 juni.

c Een kakkerlak wordt ongeveer een jaar oud en weegt dan ongeveer 5 gram.
Bereken hoe zwaar de kakkerlak na een jaar is volgens de formule.

5 Theorie E

[▸ WERKBOEK] Een thuisbatterij is een grote accu die meestal aan de muur wordt gehangen. De accu wordt gebruikt om zelfopgewekte energie van zonnepanelen op te slaan. Op momenten dat de zon niet schijnt kan deze energie gebruikt worden.



De accu van de familie Van der Zon kan 6 Kw aan vermogen (elektriciteit) opslaan.
De familie houdt een feest met de jaarwisseling. Dat feest is begonnen toen de accu helemaal vol was. Bij de accu hoort de formule

vermogen (Kw) = 3 − 0,75t.

Hierin is t de *tijd* in uren.
Met t = 0 op woensdag 1 januari 2020 om 01:00 uur.

a Welke datum en welk tijdstip is t = 2?

b Welke datum en welk tijdstip is t = −3?

c Hoeveel was het vermogen op t = −2?

d Wanneer is het feest begonnen?

4.3 Formules bij hetzelfde verband

6 Theorie F

Laat met berekeningen zien of de formules
verdiensten (€) = 6 + 3,50t en

$$t = \frac{\text{verdiensten (€)} - 6}{3{,}50}$$ hetzelfde verband beschrijven.

4.4 Vergelijkingen oplossen

7 Theorie G

Aicha werkt bij bioscoop Cameron.
Haar verdiensten berekent zij met de formule
verdiensten (€) = 4,10*t*.
Hierin is *t* de *tijd* in uren.
David werkt bij bioscoop Diafragma en hij berekent zijn verdiensten met de formule **verdiensten (€) = 7,5 + 3,35*t*.**

a Bij hoeveel uur werken verdienen Aicha en David evenveel?
b Hoeveel verdienen ze dan?
c Wie verdient het meest bij 8 uur werken?

8 Theorie G

De boog van een brug heeft de vorm van een parabool.



De formule bij de boog is $h = -0{,}002a^2 + 0{,}5a$.
Hierin is *h* de *hoogte* in meters en *a* de *afstand in horizontale richting* in meters.
Het wegdek is 10 m boven het water.

a Op hoeveel meter van de linker wal snijden de boog en het wegdek elkaar bij punt *A*?
Rond af op één decimaal.
b Hoeveel meter is de lengte van *AB*?

© Noordhoff Uitgevers bv



Onderzoeksopdracht
Hoe meer hoe minder

Voorbereiding
- Deze onderzoeksopdracht maak je met een groepje van 2 of 3 leerlingen.
- Lees de opdracht helemaal door.

Opdracht
Zoek naar omgekeerd evenredige verbanden die bij jouw profiel horen.



Aanpak
- Kies twee situaties uit je eigen profiel die horen bij een omgekeerd evenredig verband. Beschrijf de situatie, maak er eventueel een tekening of een foto van.
- Probeer formules te maken bij de situaties. Maak ook grafieken.

Presentatie
Verzamel alle informatie in een werkstuk, een poster of een powerpointpresentatie.

Voorbeelden

economie
– prijzen van artikelen
– entreeprijzen attractiepark

zorg en welzijn
– uurloon
– tijd om patiënten te helpen

techniek
– aantal omwentelingen van een wiel
– oppervlakte en lengte breedte

landbouw
– opbrengst per hectare
– ruimte in schuur en aantal koeien

© Noordhoff Uitgevers bv

Overstap havo/mbo techniek

Functies en ongelijkheden

Dit hoofdstuk is bedoeld voor leerlingen die na het vmbo van plan zijn door te stromen naar havo-4 wiskunde B. Voor de leerlingen die door willen stromen naar mbo techniek is het voldoende om de paragrafen 1 en 2 door te nemen.

Je hebt al gewerkt met lineaire en kwadratische vergelijkingen. In dit hoofdstuk ga je daar mee verder.

Wat leer je?

- Werken met lineaire functies en kwadratische functies.
- Coördinaten van de snijpunten met de assen berekenen.
- Parabolen verschuiven.
- Lineaire en kwadratische ongelijkheden oplossen.

OV



© Noordhoff Uitgevers bv



© Noordhoff Uitgevers bv

1 [HAVO-B / MBO TECHNIEK] Lineaire functies

Lineaire functies

1 Janine bezorgt pizza´s. Hiermee verdient ze wat bij. Haar verdiensten kan ze berekenen met een vast voorschrift.
Zij krijgt voor elke pizza die ze bezorgt 75 cent en elke maand een vast bedrag van € 15.



a Wat zijn de inkomsten van Janine als zij in een maand 25 pizza's bezorgt?
b En hoeveel als zij er 50 bezorgt?

Theorie A [HAVO-B / MBO TECHNIEK] Functies

Yasmine bezorgt maaltijden. Zij krijgt voor elke maaltijd die ze bezorgt € 1,50 en elke maand een vast bedrag van € 25. Als je weet hoeveel maaltijden Yasmine bezorgd heeft, reken je met een vast voorschrift uit hoeveel Yasmine verdiend heeft. Het aantal maaltijden wordt gebruikt als **invoer**.
Als Yasmine 20 maaltijden bezorgt verdient zij
$20 \times 1{,}50 + 25 =$ € 55.
Na het toepassen van het voorschrift eerst × 1,50 en dan + 25 komen de verdiensten er uit als **uitvoer**.
Dit noemen we een **functie**.



Een functie maakt volgens een vast voorschrift van een invoer, een ander getal, de uitvoer.

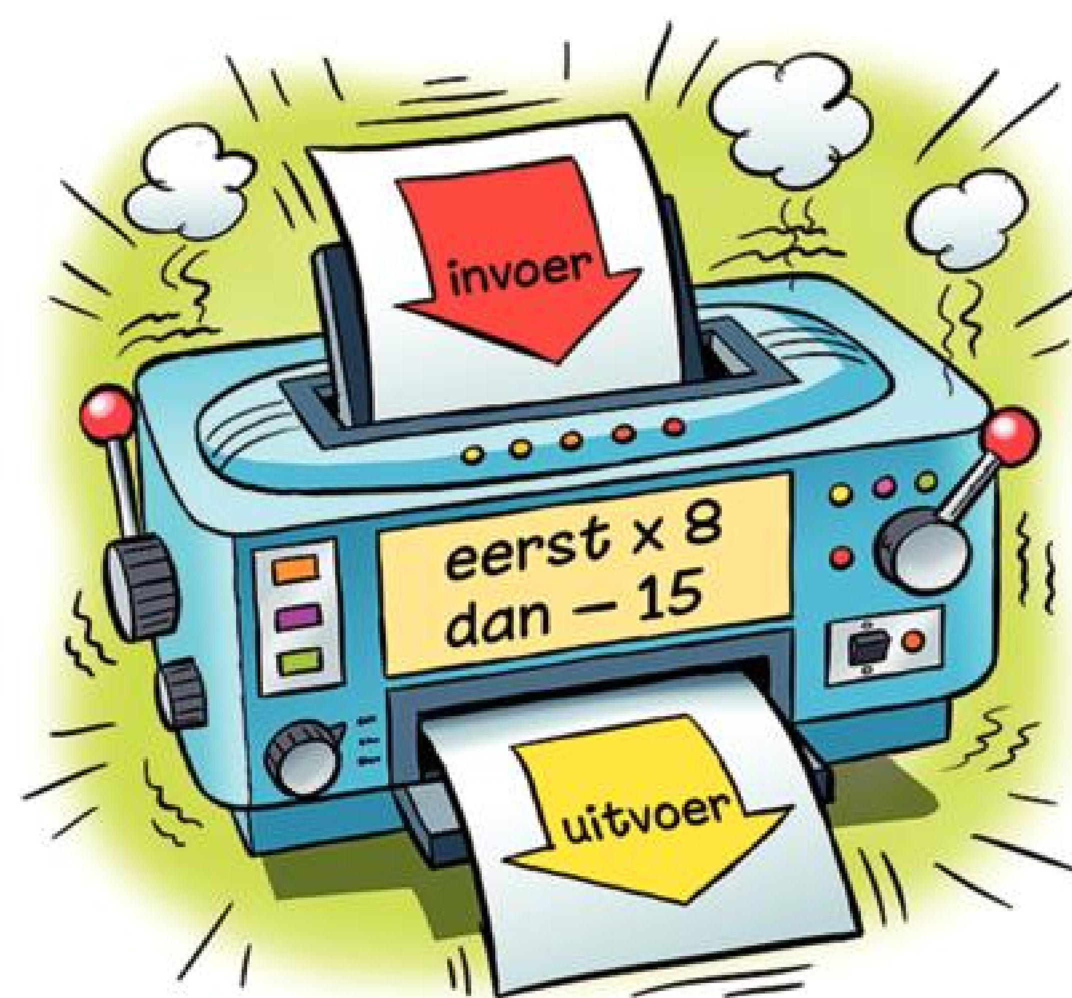
Functies

2 Fouad berekent zijn inkomen als volgt.
Hij krijgt € 6,50 per uur en € 10 als onkostenvergoeding.
a Neem als invoer 5 en bereken de uitvoer.
b Bereken de uitvoer die hoort bij de invoer 8.

3 Janet werkt voor hetzelfde bedrijf als Fouad.
Zij krijgt € 8,50 per uur en € 12,50 als onkostenvergoeding.
a Neem als invoer 8 en bereken de uitvoer.
b Bereken de uitvoer die hoort bij de invoer 12.

 © Noordhoff Uitgevers bv

4 Zie de functie in de figuur hiernaast.
a Neem als invoer 5 en bereken de uitvoer.
b Bereken de uitvoer die hoort bij de invoer −10.



Theorie B [HAVO-B / MBO TECHNIEK] Functievoorschrift

Een functie heeft meestal een naam. Vaak is dat de letter f, g, h of k.
Een formule kun je opschrijven als een functie.
De formule $y = 2x - 16$ komt op hetzelfde neer als de functie $f(x) = 2x - 16$.
Neem je als invoer 4 dan krijg je als uitvoer $2 \cdot 4 - 16 = -8$.
We zeggen: Bij de functie f is de **functiewaarde** van 4 gelijk aan −8.
We noemen $f(x) = 2x - 16$ het **functievoorschrift** van de functie f.

Voorbeeld Functievoorschrift

Opgave
De functies f en g hebben als functievoorschrift $f(x) = -4x + 3$ en $g(x) = 2x + 10$.
a Bereken $f(5)$ en $g(6)$.
b De functie h is gegeven door $h(x) = f(x) + g(x)$.
Stel het functievoorschrift van h op. Herleid je antwoord.

Aanpak
a Gebruik de functie f. Neem als invoer 5 en bereken de uitvoer.
Gebruik de functie g. Neem als invoer 6 en bereken de uitvoer.
b Schrijf achter $h(x)$ de twee functievoorschriften en herleid ze.

Uitwerking
a $f(5) = -4 \cdot 5 + 3 = -17$
$g(6) = 2 \cdot 6 + 10 = 22$
b $h(x) = -4x + 3 + 2x + 10 = -2x + 13$

© Noordhoff Uitgevers bv

Functievoorschrift en invoer

5 Gegeven is de functie $f(x) = -4x - 14$ en $g(x) = -3x + 12$.
a Bereken $f(1)$, $f(-5)$ en $f(100)$.
b Bereken $g(5)$, $g(-4)$ en $g(10)$.
c Bereken $f(8) + g(8)$.
d De functie h is gegeven door $h(x) = f(x) + g(x)$.
Stel het functievoorschrift van h op. Herleid je antwoord.

6 Gegeven is de functie $f(x) = -16x$ en $g(x) = 20 - 4x$.
a Bereken $f(4)$, $f(-6)$ en $f(10)$.
b Bereken $g(8)$, $g(-5)$ en $g(25)$.
c Bereken bij de functie g de functiewaarde van -10.
d De functie h is weer te geven als $h(x) = f(x) + g(x)$.
Stel het functievoorschrift van h op. Herleid je antwoord.

Theorie C [HAVO-B / MBO TECHNIEK] De grafiek van een lineaire functie tekenen

Bij de functie $f(x) = 5x + 8$ hoort de formule $y = 5x + 8$.
Dus functies en formules hebben veel met elkaar te maken.
Net als bij een formule kun je bij een functie een tabel maken en een grafiek tekenen.

De grafiek van $f(x) = 2x - 6$ is ook de grafiek van de formule $y = 2x - 6$.
Omdat $f(5) = 2 \cdot 5 - 6 = 4$ ligt het punt (5, 4) op de grafiek van f.
De functie $f(x) = 2x - 6$ is een voorbeeld van een **lineaire functie**.

Voorbeeld Grafiek van een lineaire functie tekenen

Opgave
Gegeven is de functie f is $f(x) = 3x - 2$.
a Teken de grafiek van f.
b Onderzoek of het punt $P(10, 28)$ op de grafiek van f ligt.
c Van het punt Q op de grafiek is de y-coördinaat $y_Q = -26$.
Bereken de x-coördinaat x_Q van Q.

Aanpak
a Maak een tabel met twee punten en een assenstelsel.
Teken daarna de grafiek.
Zet de letter f bij de grafiek.
b Neem als invoer 10 en bereken de uitvoer.
c $f(x) = -26$, dus los $3x - 2 = -26$ op.

© Noordhoff Uitgevers bv

Uitwerking

a $f(x) = 3x - 2$

x	0	2
$f(x)$	-2	4

Zie de grafiek hiernaast.

b $f(10) = 3 \cdot 10 - 2 = 28$

Ja, $P(10, 28)$ ligt op de grafiek van f.

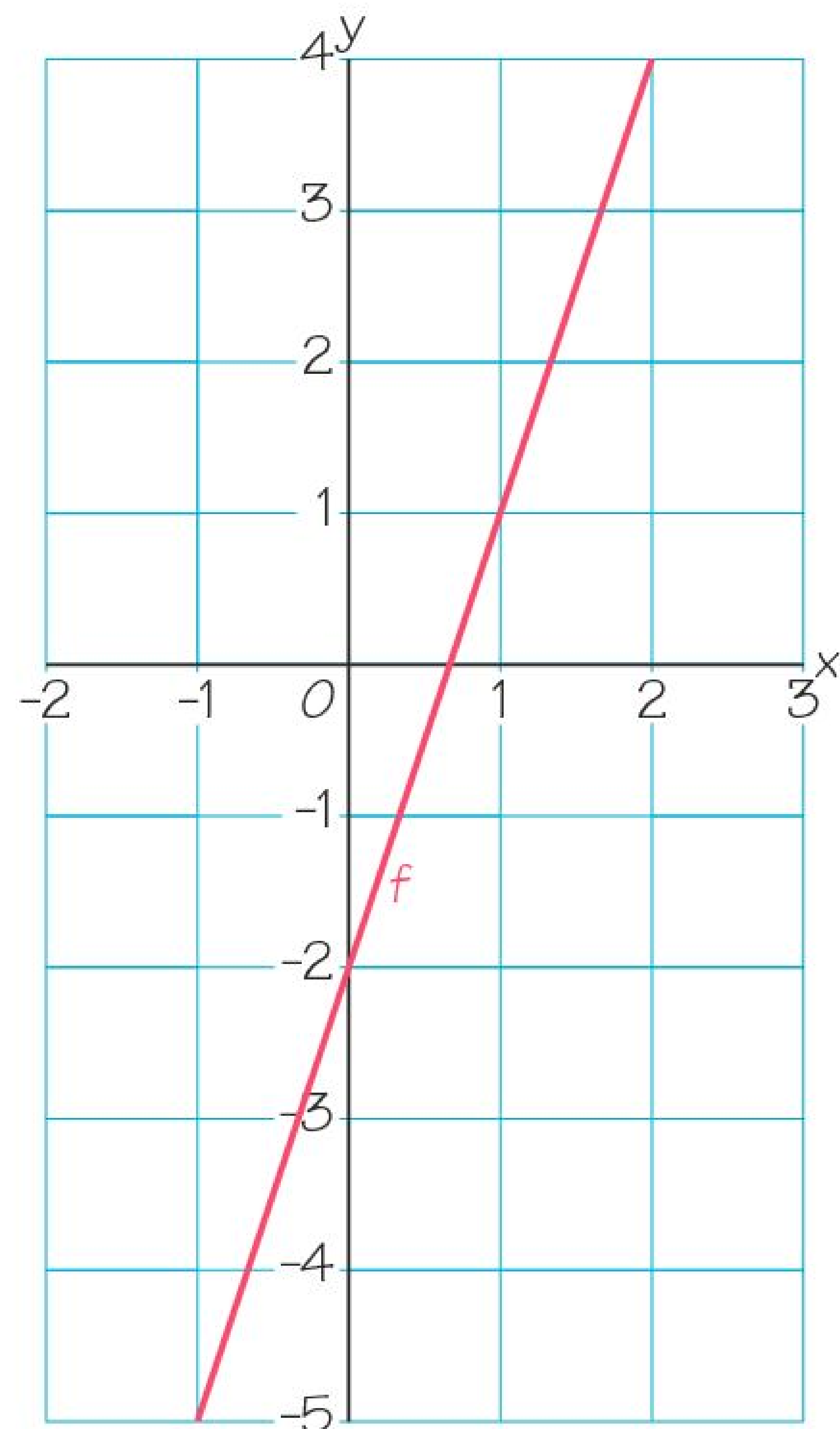
c $3x - 2 = -26$ — Breng −2 naar het rechterlid.

$3x = -26 + 2$ — Herleid.

$3x = -24$ — Deel beide leden door 3.

$x = -8$

Dus $x_Q = -8$.



Lijn tekenen

7 Het functievoorschrift van de functie g is $g(x) = 4x + 12{,}5$.

a Bereken $g(2)$ en $g(8)$.

b Vul de tabel in.

c Teken de grafiek van g.

d Onderzoek of het punt Q (3; 23,5) op de grafiek ligt.

e Het punt R heeft een y-coördinaat van −11,5.
Bereken de x-coördinaat x_R van R.

x	−2	0
$g(x)$		

8 De functievoorschriften van de functies h en k zijn $h(x) = 2x + 3$ en $k(x) = -4x + 2$.

a Teken de grafieken van h en k in één assenstelsel.

b Bereken $h(-1\frac{1}{2})$. Teken het punt in de grafiek.

c Bereken $k(\frac{1}{2})$. Teken het punt in de grafiek.

d Wat valt je op aan de tweede coördinaat van de punten die je gevonden hebt bij b en c?

9 Gegeven zijn de punten (0, 3), (−4, 0), ($5\frac{1}{2}$, 0), (0, $\frac{3}{4}$), (75, 0) en (0, −75).

a Welke punten liggen op de x-as?

b Welke punten liggen op de y-as?

c Hoe zie je aan de coördinaten van een punt dat het op de x-as ligt?

d Hoe zie je aan de coördinaten van een punt dat het op de y-as ligt?

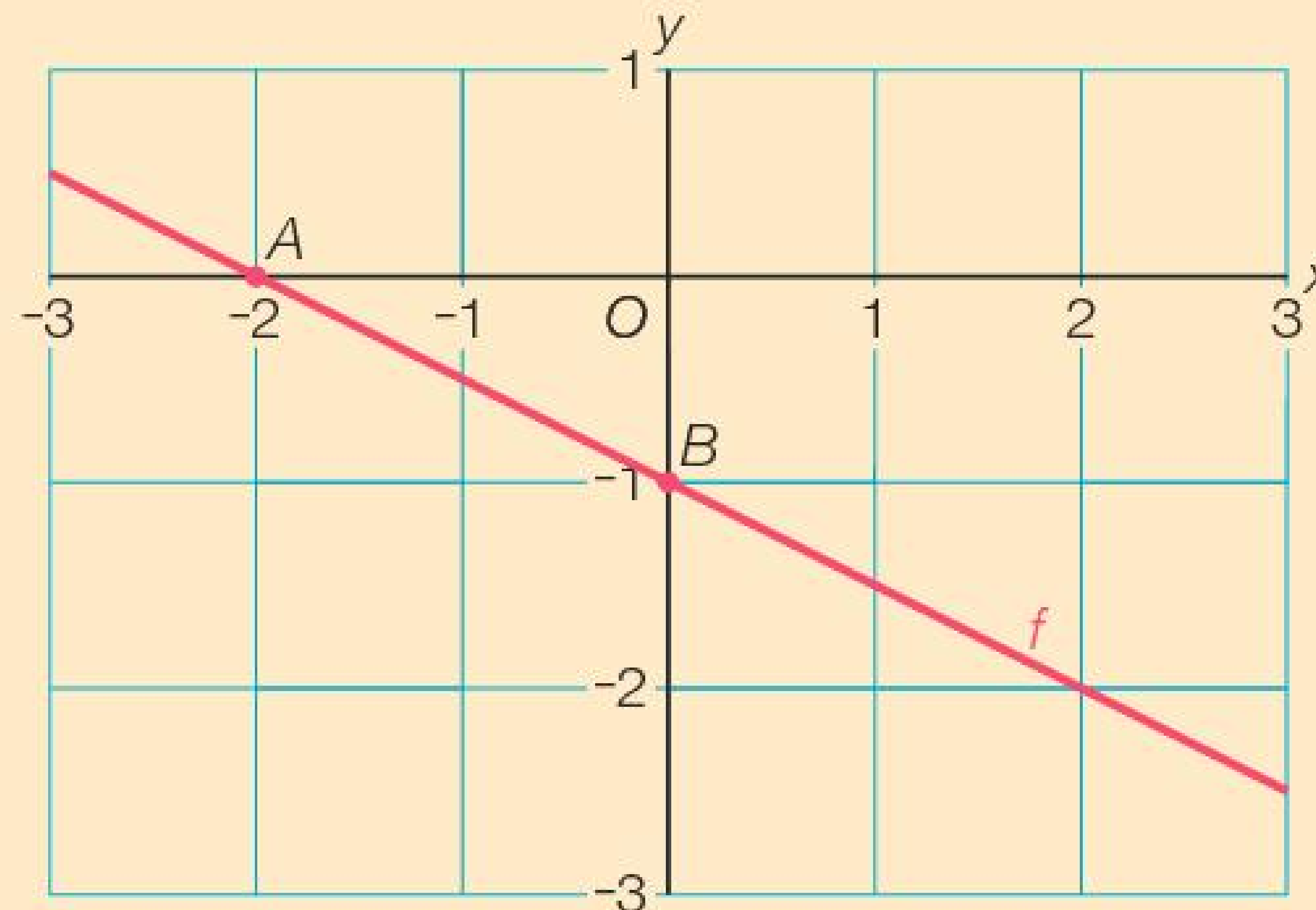
e Schrijf de coördinaten op van het punt dat op de x-as en op de y-as ligt.

Theorie D [HAVO-B / MBO TECHNIEK] Snijpunten met de *x*-as en de *y*-as

Gegeven is de functie $f(x) = -0{,}5x - 1$.
De grafiek van f snijdt de x-as in punt A.
De coördinaten van A zijn (−2, 0).
Dus $x_A = -2$ en $y_A = 0$.

Van alle punten op de *x*-as is de *y*-coördinaat 0.

De grafiek van f snijdt de y-as in het punt B.
De coördinaten van B zijn (0, −1).
Dus $x_B = 0$ en $y_B = -1$.



Van alle punten op de *y*-as is de *x*-coördinaat 0.

Voorbeeld Snijpunt lineaire functie met *x*-as en *y*-as

Opgave

Gegeven is de functie $f(x) = -2{,}5x + 4$.

a Bereken de coördinaten van het snijpunt van de grafiek van f met de x-as.

b Bereken de coördinaten van het snijpunt van de grafiek van f met de y-as.

Aanpak

a Vul voor het snijpunt van de x-as in $f(x) = 0$. Je hebt nu een vergelijking. Los die vergelijking op. De oplossing is de x-coördinaat.

b Vul voor het snijpunt van de y-as in $x = 0$.

 © Noordhoff Uitgevers bv

Uitwerking

a $f(x) = 0$

$-2,5x + 4 = 0$ — Breng 4 naar het rechterlid.

$-2,5x = -4$ — Beide leden delen door $-2,5$.

$x = \frac{-4}{-2,5} = 1,6$

Snijpunt met de x-as is $(1,6; 0)$

b $x = 0$

$f(0) = -2,5 \times 0 + 4 = 4$ — Vul in $x = 0$.

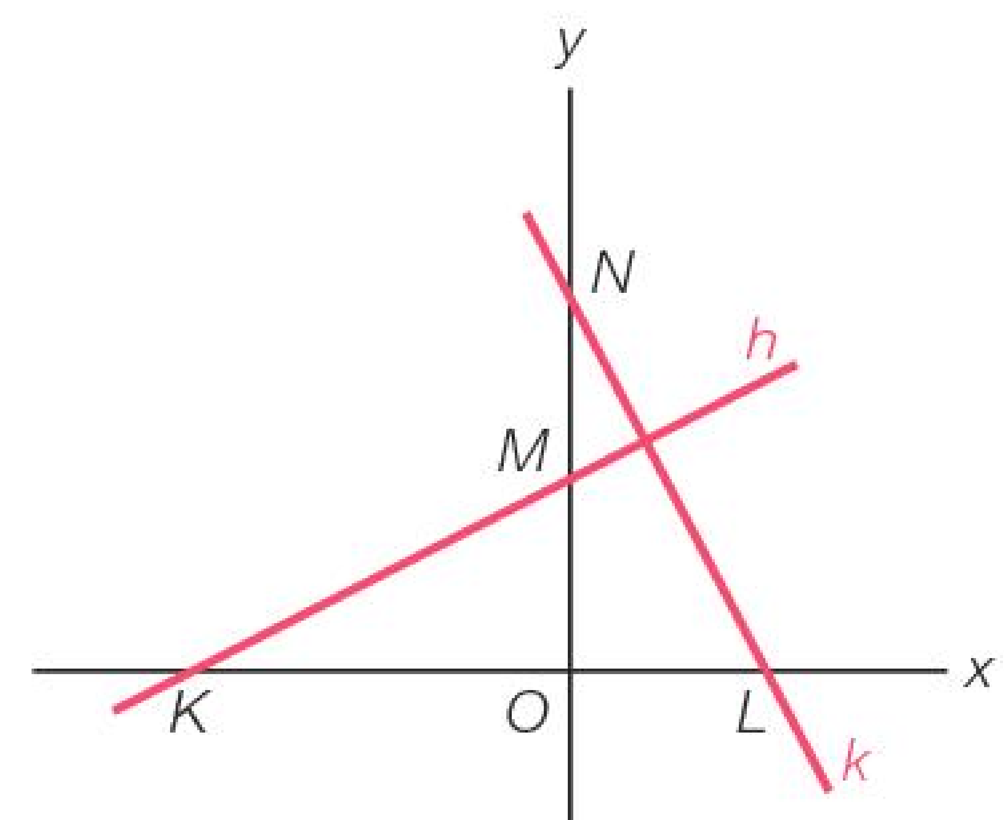
Snijpunt met de y-as is $(0, 4)$

Snijpunten

10 Gegeven is de functie $f(x) = -3x + 3,5$.
De grafiek van f snijdt de x-as in het punt P en de y-as in het punt Q.
Bereken de coördinaten van deze punten.

11 Gegeven is de functie $g(x) = -x - 1$.
De grafiek van g snijdt de x-as in het punt T en de y-as in het punt S.
Bereken de coördinaten van deze punten.

12 Hiernaast zie je de grafiek van de functies
$h(x) = 0,5x + 2$ en $k(x) = -2x + 4$.
Bereken de coördinaten van de punten K, L, M en N.



13 Gegeven is de functie $f(x) = -2x + p$.
De grafiek van f snijdt de x-as in het punt $A(4, 0)$.
Welk getal moet je voor p invullen zodat het klopt?

14 Gegeven is de functie $g(x) = qx - 5$.
De grafiek van g snijdt de x-as in het punt $B(1, 0)$.
Bereken q.

Woordenlijst

- coördinaten
- functie
- functievoorschrift
- functiewaarde
- invoer
- lineaire functie
- snijpunt x-as
- snijpunt y-as
- uitvoer

© Noordhoff Uitgevers bv

2 [HAVO-B / MBO TECHNIEK] Kwadratische functies

Formule

15 Gegeven is de formule $y = x^2 + 4x$.

a Neem $x = 5$ en bereken y.

b Bereken y voor $x = -3$.

Theorie A [HAVO-B / MBO TECHNIEK] Kwadratische functies

De kwadratische formule $y = x^2 - 6$ kun je schrijven als een **functie**. Het functievoorschrift noteer je als $f(x) = x^2 - 6$.
De functie $f(x) = x^2 - 6$ is een voorbeeld van een **kwadratische functie**.
Voor $x = 2$ krijg je de functiewaarde $f(2) = 2^2 - 6 = -2$.
Voor $x = -5$ krijg je de functiewaarde $f(-5) = (-5)^2 - 6 = 19$.

Ga je x^2 berekenen voor $x = -5$, dan zet je -5 tussen haakjes. dus voor $x = -5$ is $x^2 = (-5)^2 = 25$.

Om bij de kwadratische functie $g(x) = 3x^2 - 4x - 6$ de functiewaarde $g(5)$ te berekenen, vervang je elke x door 5.
Je krijgt $g(5) = 3 \cdot 5^2 - 4 \cdot 5 - 6 = 49$.

Voorbeeld Kwadratische functie

Opgave
De functie f is gegeven door $f(x) = 0{,}25x^2 - 4x + 3$.

a Bereken $f(6)$ en $f(-1{,}8)$.

b Onderzoek of het punt $(-8, 51)$ op de grafiek van f ligt.

Uitwerking

a $f(6) = 0{,}25 \cdot 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = -12$
$f(-1{,}8) = 0{,}25 \cdot (-1{,}8)^2 - 4 \cdot -1{,}8 + 3 = 11{,}01$

b $f(-8) = 0{,}25 \cdot (-8)^2 - 4 \cdot -8 + 3 = 51$
Het punt $(-8, 51)$ ligt dus op de grafiek van f.

© Noordhoff Uitgevers bv

Werken met functies

16 Gegeven is de functie $f(x) = x^2 - 6x$.

a Geef de formule van f.

b Bereken $f(5)$ en $f(-2)$.

c Bereken $f(3)$.
Waarom ligt het punt $A(3, -9)$ op de grafiek van f?

d Toon aan dat het punt $B(-4, 40)$ op de grafiek van f ligt.

17 De functie g is gegeven door $g(x) = -3x^2 + 6$.

a Bereken $g(4)$ en $g(-1{,}5)$.

b Geef de formule van g.

c Waarom ligt punt $K(-2{,}5; -12{,}75)$ op de grafiek van g?

18 Gegeven is de functie $h(x) = x^2 - 5x - 8$.

a Bereken $h(-4)$ en $h(20)$.

b Op de grafiek van h ligt het punt A met $x_A = -2$.
Bereken y_A.

c Op de grafiek van h ligt het punt B met $x_B = 6$.
Bereken y_B.



19 Gegeven is de functie $f(x) = x^2 - 2x + 4$.

a Reken na dat $f(-1) = 7$.

b Vul de tabel in.

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$		7						

c Uit de tabel volgen de punten (−2, ...), (−1, 7), ...
Teken deze punten en teken door de punten de grafiek van f.

d De grafiek is een parabool. Elke parabool is symmetrisch.
Teken de symmetrieas van de parabool rood.

e Het laagste punt van de parabool is T.
Schrijf de coördinaten van T op.

Theorie B [HAVO-B / MBO TECHNIEK] De functie $f(x) = ax^2 + bx + c$

De functies $f(x) = x^2 - 2x + 4$ en $h(x) = -2x^2 + 6x$ zijn **kwadratische functies**.

Een kwadratische functie f heeft de vorm $f(x) = ax^2 + bx + c$. Hierbij is $a \neq 0$.

$a \neq 0$ betekent
a is niet gelijk aan 0

Neem je bij $f(x) = ax^2 + bx + c$

- $a = 1$, $b = -6$ en $c = 10$, dan krijg je $f(x) = x^2 - 6x + 10$
- $a = -4$, $b = 7$ en $c = 0$, dan krijg je $f(x) = -4x^2 + 7x$.

De grafiek van een kwadratische functie is een **parabool**.
Aan het getal a voor de x kun je zien wat voor parabool het is.

Is a een positief getal, dan krijg je een **dalparabool**.
Zo is de grafiek van $f(x) = x^2 - 2x + 4$ een dalparabool.

positief ☺ dalparabool
negatief ☹ bergparabool

Is a een negatief getal, dan krijg je een **bergparabool**.
Zo is de grafiek van $h(x) = -2x^2 + 6x$ een bergparabool.

De grafiek van $f(x) = ax^2 + bx + c$

$a > 0$ **dalparabool**	$a < 0$ **bergparabool**

Om een parabool te tekenen bereken je eerst de x-coördinaat van de top met de formule $x_{top} = -\frac{b}{2a}$. Daarna maak je een tabel met zeven punten. De x-coördinaat van de top zet je in het midden.

Voorbeeld Grafiek kwadratische functie tekenen

Opgave
Teken de grafiek van $f(x) = -x^2 + 2x + 4$.

Aanpak
Bereken de x-coördinaat van de top. Gebruik $x_{top} = -\frac{b}{2a}$.

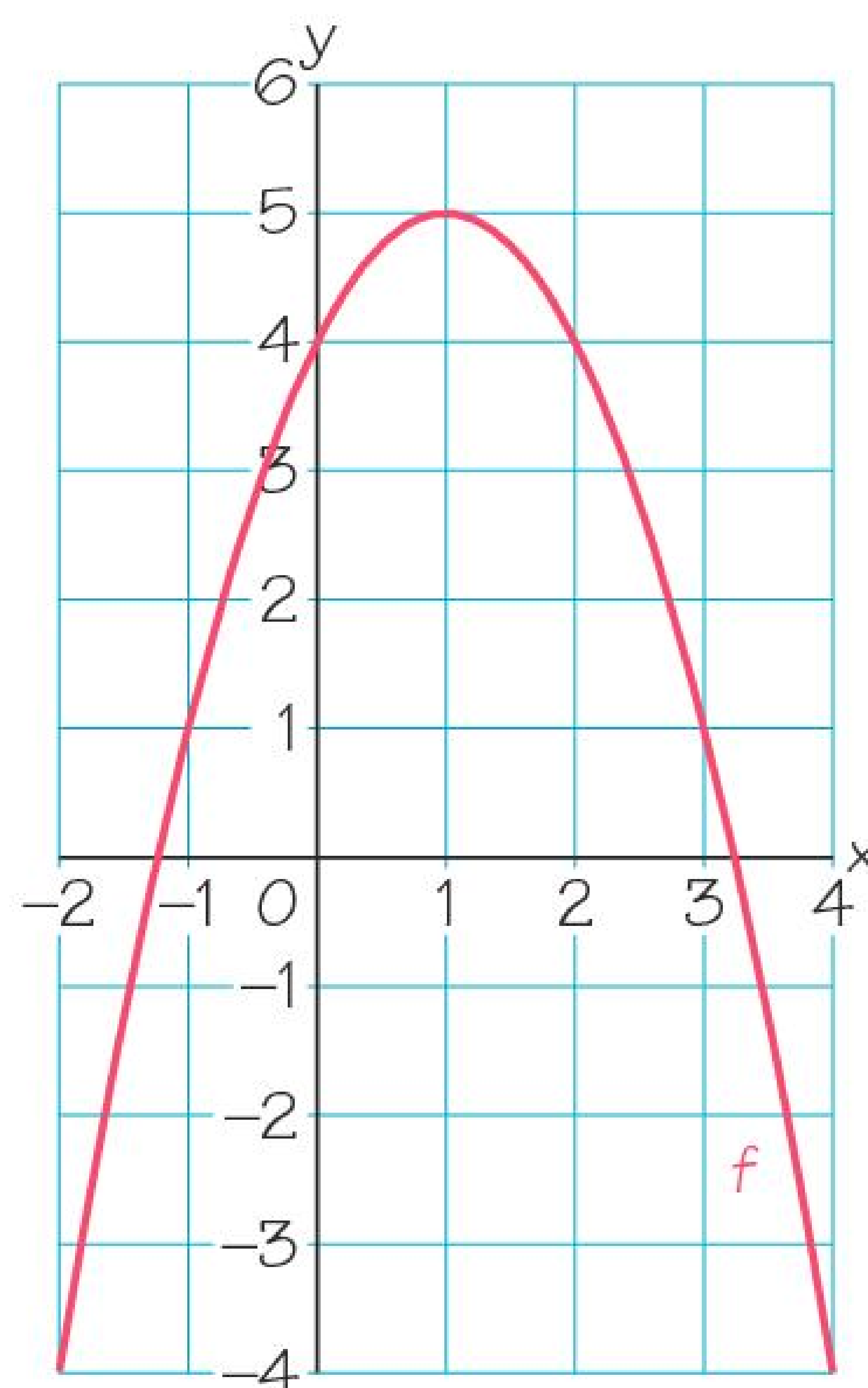
Maak een tabel met zeven punten en zet de coördinaten van de top in het midden.

© Noordhoff Uitgevers bv

Uitwerking

$x_{top} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot -1} = 1$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	-4	1	4	5	4	1	-4



Grafieken tekenen

20 Gegeven is de functie $f(x) = -x^2 + 3$.

a Bereken de x-coördinaat van de top.

b Teken de grafiek van f.

21 De functie h is gegeven door $h(x) = 2x^2 - 4x + 2$.

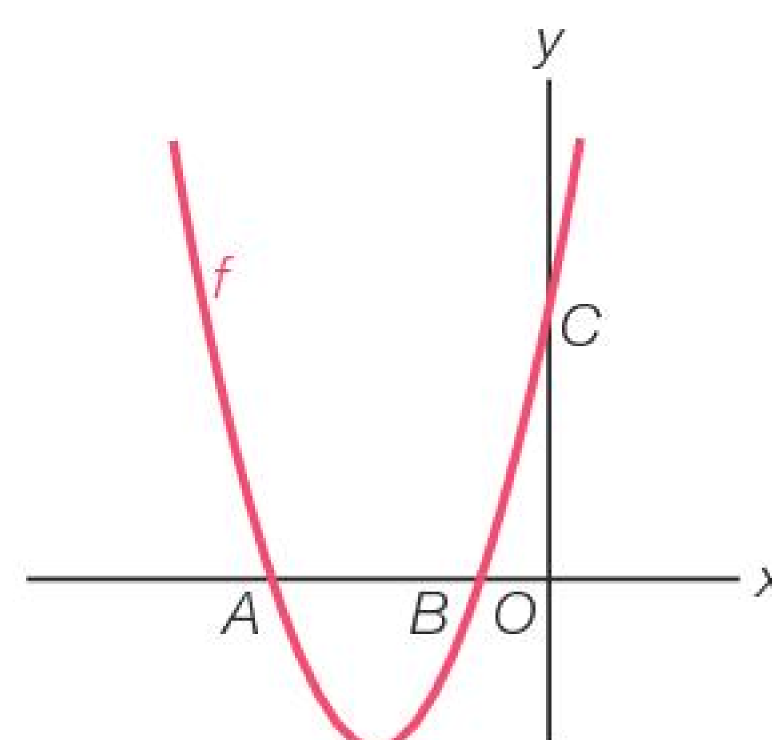
a Teken de grafiek van h.

b Onderzoek of het punt $A(-12, 98)$ op de grafiek van h ligt.

22 Hiernaast zie je een schets van de grafiek van $f(x) = x^2 + 4x + 3$.

a Bereken $f(0)$. Van welk van de punten A, B of C weet je nu de coördinaten?

b Los op $x^2 + 4x + 3 = 0$.
Van welke punten weet je nu de coördinaten?



Theorie C [HAVO-B] Snijpunten met de x-as en de y-as

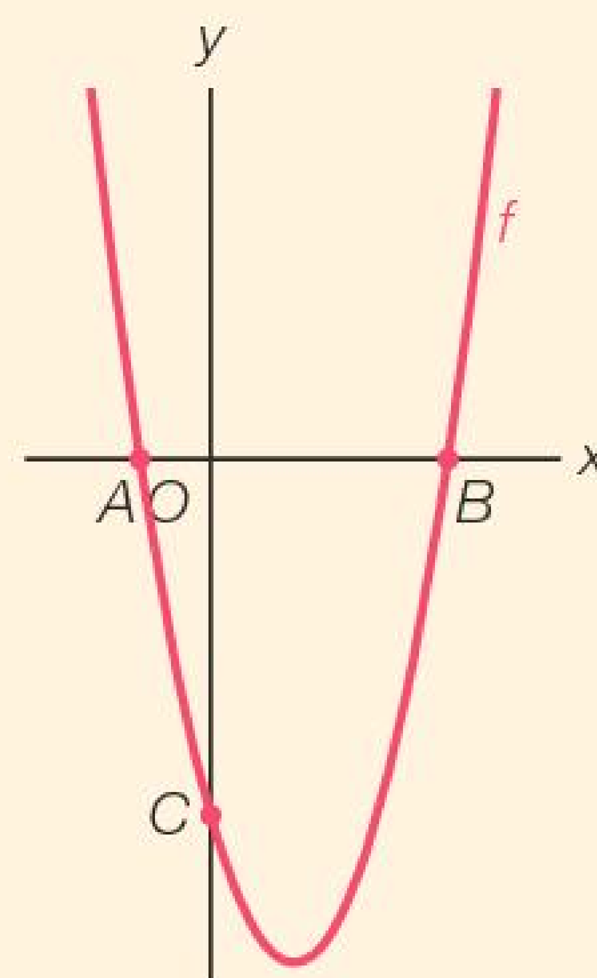
Snijpunt met de x-as: De y-coördinaat is 0. De x-coördinaat volgt uit $f(x) = 0$.
Dus los op $f(x) = 0$.

Snijpunt met de y-as: De x-coördinaat is 0. De y-coördinaat is $f(0)$.
Dus bereken $f(0)$.

Voorbeeld Snijpunt kwadratische functie met x-as en y-as

Opgave

Gegeven is de functie $f(x) = x^2 - 7x - 8$.
Bereken de coördinaten van de snijpunten A en B en C van de grafiek met de x-as en de y-as.



Aanpak

Voor de snijpunten met de x-as gebruik je $f(x) = 0$.
Daarvoor is het nodig dat je gaat ontbinden in factoren.
Voor het snijpunt met de y-as vul je $x = 0$ in.

Uitwerking

$f(x) = 0$ geeft $x^2 - 7x - 8 = 0$
$(x - 8)(x + 1) = 0$
$x - 8 = 0$ of $x + 1 = 0$
$x = 8$ of $x = -1$
Dus $A(-1, 0)$ en $B(8, 0)$.
$f(0) = 0^2 - 7 \cdot 0 - 8 = -8$, dus $C(0, -8)$.

Snijpunten berekenen

23 Gegeven is de functie $f(x) = x^2 + 8x$.
Bereken de coördinaten van de snijpunten van f met de x-as.

24 De grafiek van de functie $g(x) = x^2 - 9x - 10$ snijdt de x-as in de punten A en B en de y-as in het punt C.
Bereken de coördinaten van A, B en C.

25 De functie h is gegeven door $h(x) = 3x^2 - 9x$.
Bereken de coördinaten van de snijpunten van de grafiek van h met de x-as en de y-as.

Woordenlijst

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- kwadratische functie

© Noordhoff Uitgevers bv

3 [HAVO-B] De parabool $y = a(x - d)(x - e)$

B Haakjes

26 Gegeven is de functie $f(x) = 4(x - 2)(x + 5)$.
$f(6) = 4(6 - 2)(6 + 5) = 4 \cdot 4 \cdot 11 = 176$
Bereken $f(4)$, $f(0)$ en $f(-2)$.

27 Gegeven is de functie $g(x) = (x - 3)(x + 6)$.
a Werk de haakjes weg in $(x - 3)(x + 6)$.
Je kunt $g(x)$ schrijven in de vorm $g(x) = ax^2 + bx + c$.
b Welke getallen zijn a, b en c?

B

Theorie A [HAVO-B] Functies zoals $f(x) = -2(x + 1)(x - 6)$

Door in $f(x) = -2(x + 1)(x - 6)$ de haakjes weg te werken,
is $f(x)$ in de vorm $f(x) = ax^2 + bx + c$ te schrijven.
Je weet dat $(x + 1)(x - 6) = x^2 - 6x + x - 6 = x^2 - 5x - 6$, dus
$f(x) = -2(x + 1)(x - 6) = -2(x^2 - 5x + 6) = -2x^2 + 10x - 12$.
Dus $a = -2$, $b = 10$ en $c = -12$.

En zo is $f(x) = 3(x - 2)(x - 4) = 3(x^2 - 4x - 2x + 8) = 3(x^2 - 6x + 8) = 3x^2 - 18x + 24$.
Dus bij het herleiden van $f(x) = 3(x - 2)(x - 4)$ tot de vorm
$f(x) = ax^2 + bx + c$ vind je $a = 3$, $b = -18$ en $c = 24$.

Functies zoals $f(x) = -2(x + 1)(x - 6)$ en $f(x) = 3(x - 2)(x - 4)$
zijn gegeven in de vorm $f(x) = a(x - d)(x - e)$.
In $f(x) = -2(x + 1)(x - 6)$ is $a = -2$, $d = -1$ en $e = 6$.
In $f(x) = 3(x - 2)(x - 4)$ is $a = 3$, $d = 2$ en $e = 4$.

B Functies

28 Gegeven is de functie is $f(x) = 4(x + 3)(x - 6)$.
a Bereken $f(-4)$, $f(4)$, $f(0)$ en $f(5)$.
b $f(x)$ heeft de vorm $f(x) = a(x - d)(x - e)$. Geef a, d en e.
c Schrijf $f(x)$ in de vorm $f(x) = ax^2 + bx + c$ en geef a, b en c.

29 Gegeven is de functie $g(x) = -\frac{1}{2}(x + 3)(x + 6)$.
a Bereken $g(3)$, $g(0)$ en $g(-6)$.
b $g(x)$ heeft de vorm $g(x) = a(x - d)(x - e)$.
Geef a, d en e.
c Schrijf $g(x)$ in de vorm $g(x) = ax^2 + bx + c$.

© Noordhoff Uitgevers bv

30 Gegeven is de functie $h(x) = 2x(x - 5)$.

a Bereken $h(0)$, $h(2)$ en $h(5)$.

b $h(x)$ is gegeven in de vorm $h(x) = a(x - d)(x - e)$. Geef a, d en e.

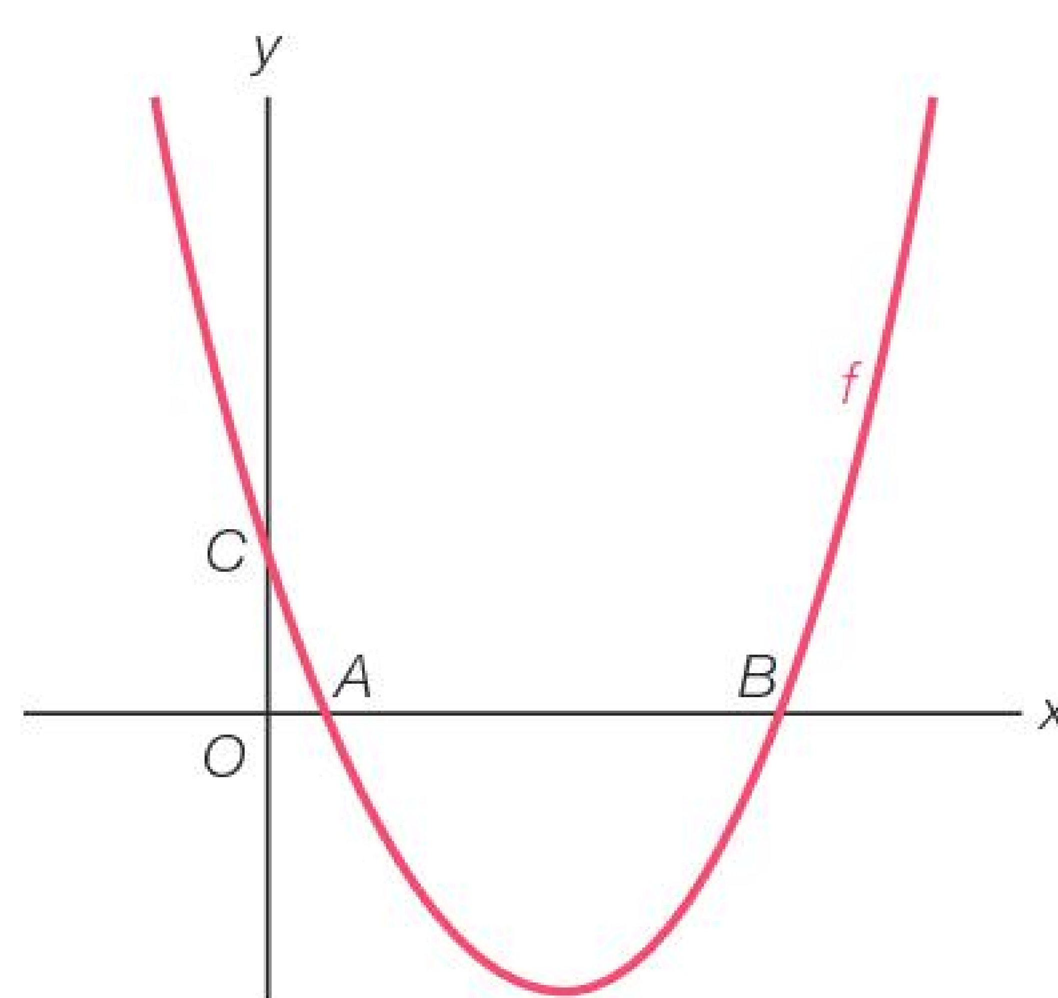
c Schrijf $h(x)$ in de vorm $h(x) = ax^2 + bx + c$.

> $h(x) = 2x(x - 5)$
> $h(x) = 2(x + 0)(x - 5)$.

31 Gegeven is de functie $f(x) = \frac{1}{2}(x - 2)(x - 5)$.

a Waarom is de grafiek van f een parabool?

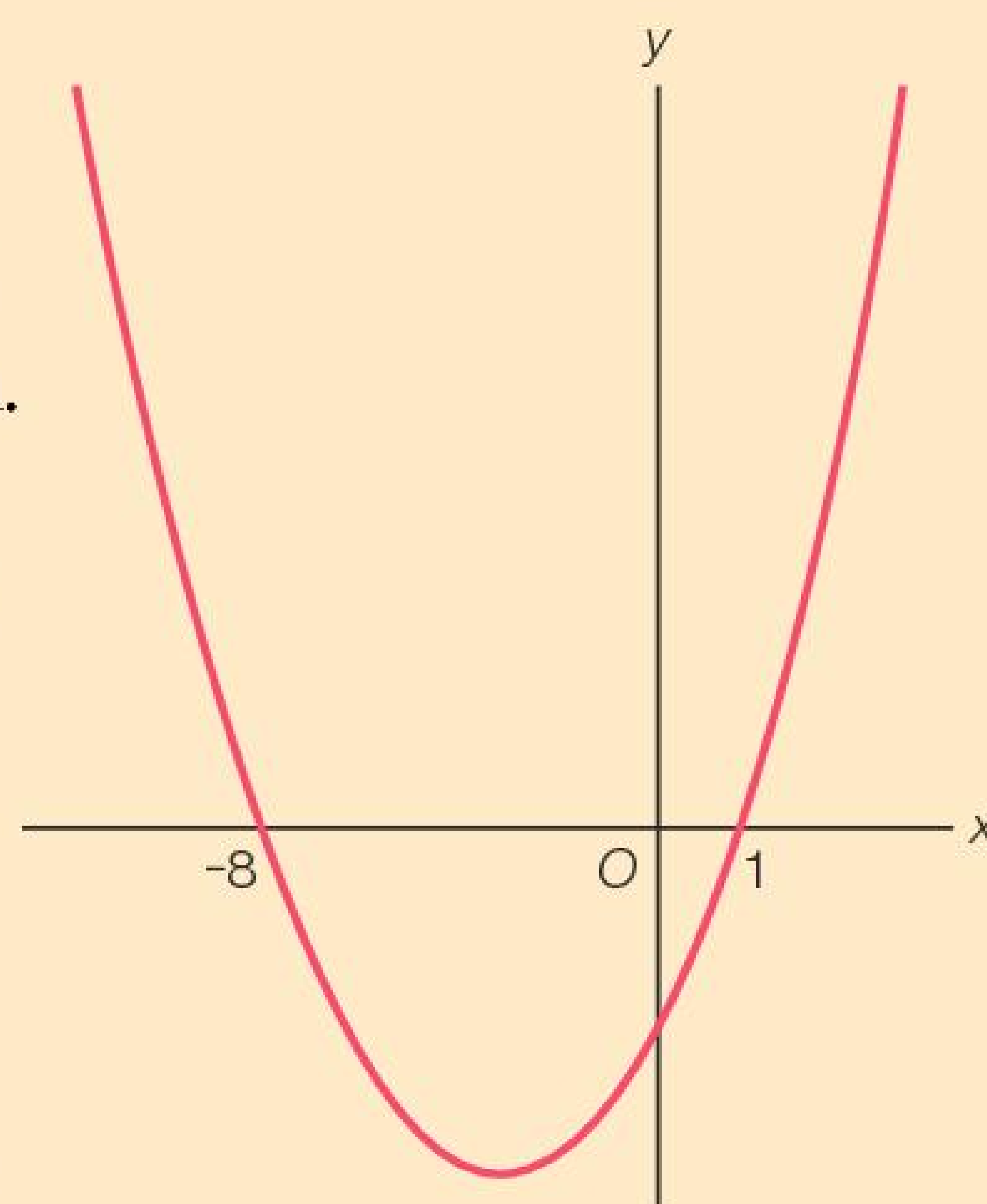
b Bereken $f(0)$, $f(2)$ en $f(5)$.



B

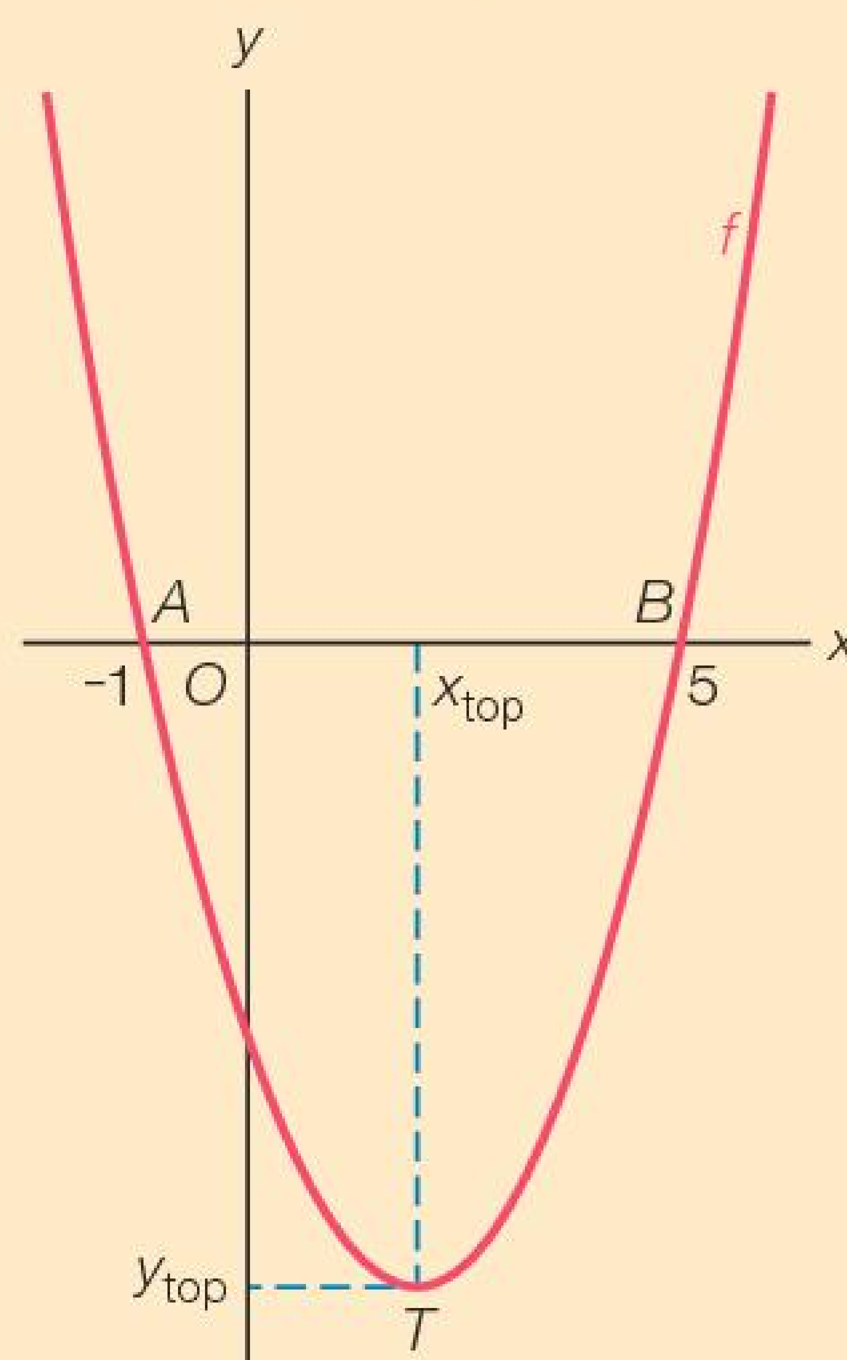
Theorie B [HAVO-B] Bijzondere punten van de grafiek van $f(x) = a(x - d)(x - e)$

De coördinaten van de snijpunten van de grafiek van $f(x) = {}^-6(x - 3)(x - 8)$ met de x-as zijn direct te geven. Dat zijn $(3, 0)$ en $(8, 0)$.
En zo snijdt de grafiek van $g(x) = 2(x + 8)(x - 1)$ de x-as in de punten $({}^-8, 0)$ en $(1, 0)$.



De grafiek van $f(x) = a(x - d)(x - e)$ snijdt de x-as in de punten $(d, 0)$ en $(e, 0)$.

De coördinaten van de top van de grafiek van $f(x) = (x + 1)(x - 5)$ volgen uit de snijpunten van de grafiek met de x-as.
De snijpunten met de x-as zijn de punten $A({}^-1, 0)$ en $B(5, 0)$. Dan is x_{top} het getal midden tussen ${}^-1$ en 5.
Je krijgt $x_{top} = \frac{{}^-1 + 5}{2} = 2$.
Daaruit volgt $y_{top} = f(2) = (2 + 1)(2 - 5) = 3 \cdot {}^-3 = {}^-9$.
Dus de top is het punt $T(2, {}^-9)$.



Grafiek van $f(x) = 3(x - 1)(x + 7)$
- snijpunten met de x-as $(1, 0)$ en $({}^-7, 0)$
- $x_{top} = \frac{1 + {}^-7}{2} = \frac{{}^-6}{2} = {}^-3$
- $y_{top} = f({}^-3) = 3({}^-3 - 1)({}^-3 + 7) = 3 \cdot {}^-4 \cdot 4 = {}^-48$

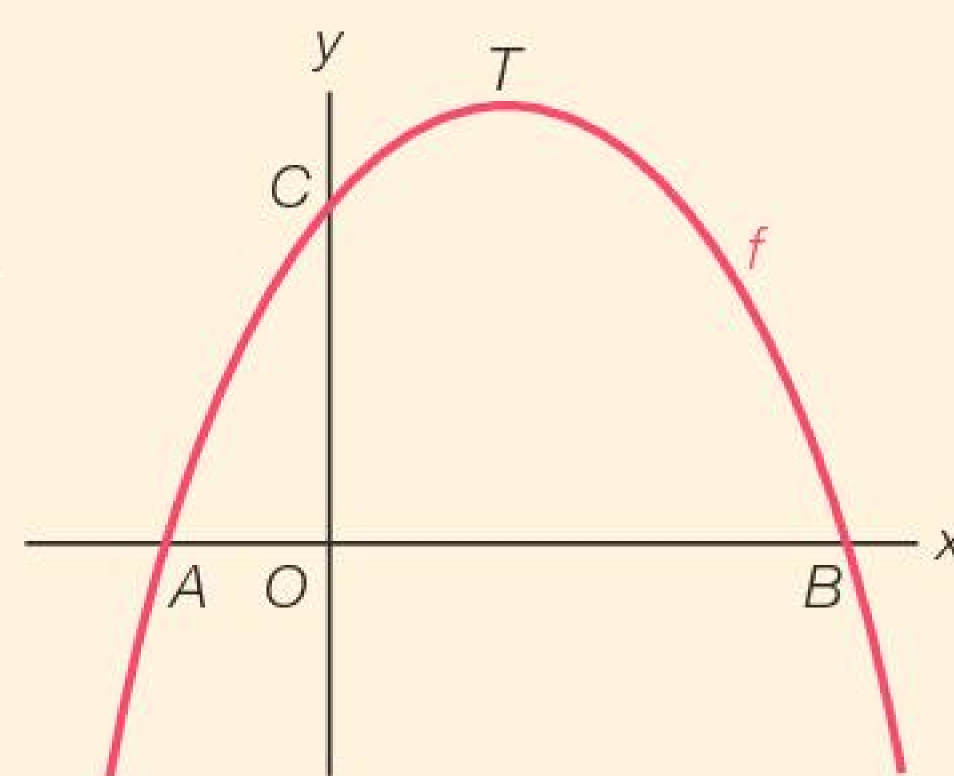
© Noordhoff Uitgevers bv

Voorbeeld Grafiek van $f(x) = a(x - d)(x - e)$

Opgave

Gegeven is de functie $f(x) = -\frac{1}{4}(x + 2)(x - 8)$.
De grafiek van f snijdt de x-as in de punten A en B en de y-as in het punt C.

a Bereken de coördinaten van A, B en C.
b Bereken de coördinaten van de top T.



Uitwerking

a $f(x) = -\frac{1}{4}(x + 2)(x - 8)$, dus $A(-2, 0)$ en $B(8, 0)$.

$f(0) = -\frac{1}{4}(0 + 2)(0 - 8) = -\frac{1}{4} \cdot 2 \cdot -8 = 4$, dus $C(0, 4)$.

b $x_{top} = \frac{-2 + 8}{2} = 3$ en $y_{top} = -\frac{1}{4}(3 + 2)(3 - 8) = -\frac{1}{4} \cdot 5 \cdot -5 = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$,

dus $T(3, 6\frac{1}{4})$.

B Coördinaten

32 Schrijf van de grafieken van de volgende functies uit het hoofd de coördinaten van de snijpunten met de x-as op.

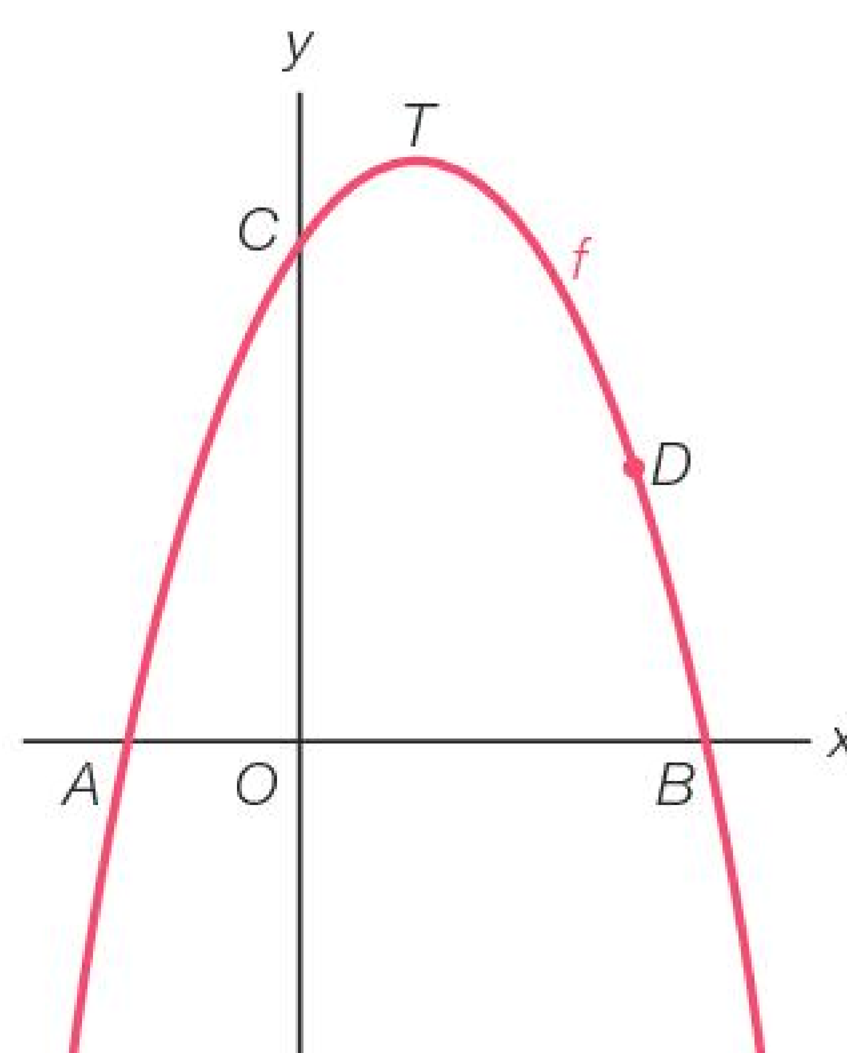
a $f(x) = 6(x - 8)(x - 20)$
b $g(x) = -3(x + 7)(x + 15)$
c $h(x) = 3(x - 18)(x + 98)$
d $k(x) = x(x - 100)$
e $m(x) = \frac{1}{2}(x - 40)(x + 80)$
f $n(x) = -3x(x - 58)$

33 Bereken van de grafieken van de volgende functies de coördinaten van de snijpunten met de x-as en de y-as en bereken ook de coördinaten van de top.

a $f(x) = \frac{1}{2}(x - 4)(x - 8)$
b $g(x) = -5(x + 7)(x - 1)$
c $h(x) = 8x(x + 12)$
d $k(x) = -(x + 12)(x + 20)$

34 Hiernaast zie je een schets van de grafiek van $f(x) = -3(x + 3)(x - 6)$.

a Bereken de coördinaten van de punten A, B, C en T.
b Van het punt D is $x_D = 5$.
Bereken y_D.
c Schrijf $f(x)$ in de vorm $f(x) = ax^2 + bx + c$.



B

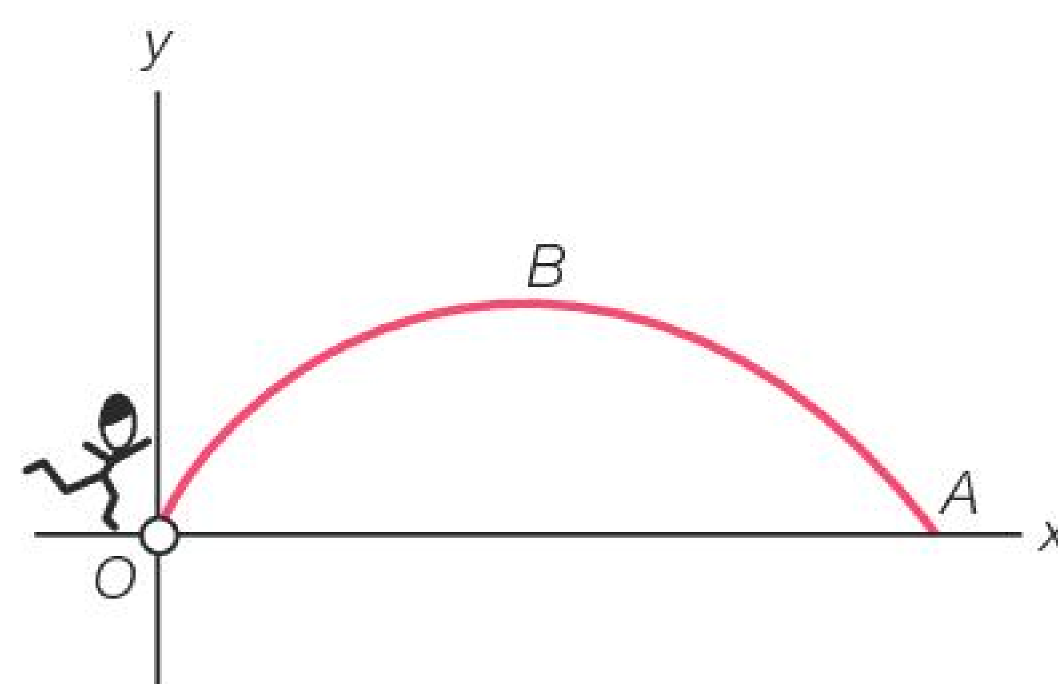
B **Alex**

35 Alex trapt een bal weg. Bij de baan van de bal hoort de formule $h = -0{,}025x(x - 48)$ met x en h in meters.

a Hoe ver van Alex komt de bal op de grond?

b Hoe hoog komt de bal?

c Schrijf de formule van h in de vorm $h = ax^2 + bx + c$.



Formule

36 Hiernaast zie je de grafiek van een functie f.
Bij de functie hoort een van de volgende formules.
Zoek de juiste formule en licht je keuze toe.

1 $y = (x - 1)(x - 5)$

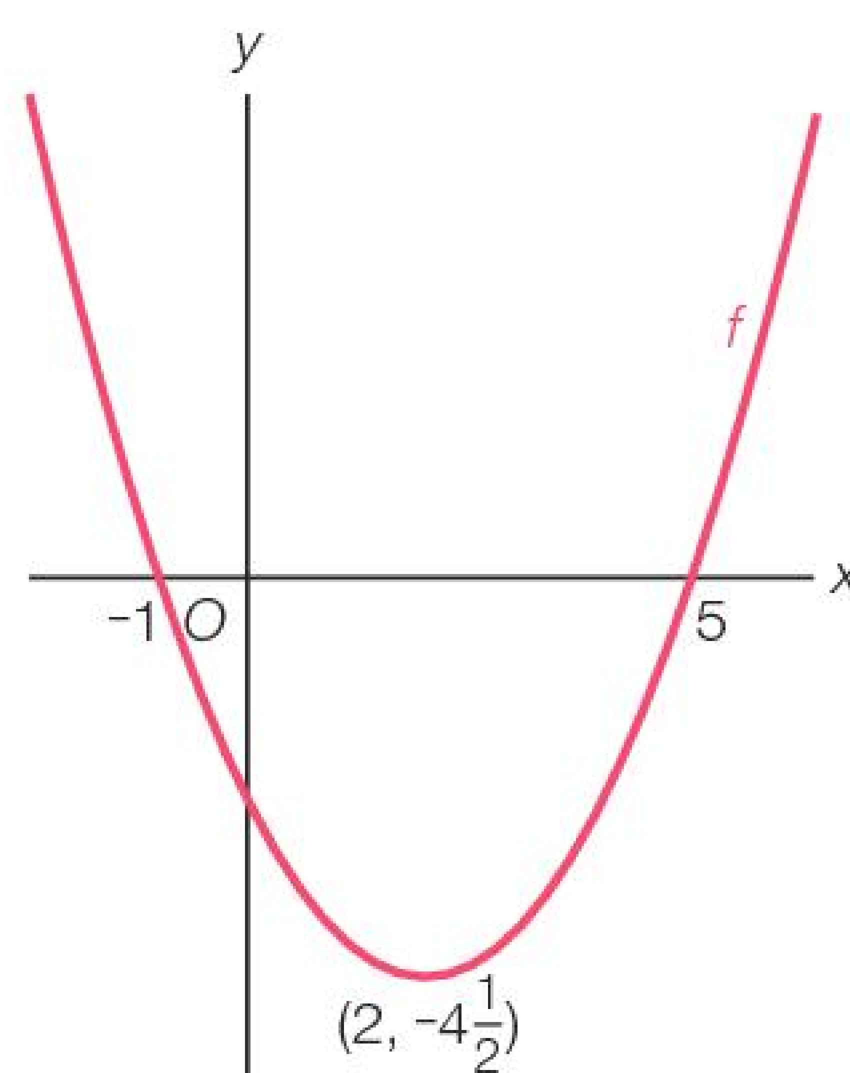
2 $y = (x + 1)(x - 5)$

3 $y = \frac{1}{2}(x + 1)(x - 5)$

4 $y = -(x + 1)(x - 5)$

5 $y = 1\frac{1}{2}(x + 1)(x - 5)$

6 $y = \frac{1}{2}(x - 1)(x + 5)$



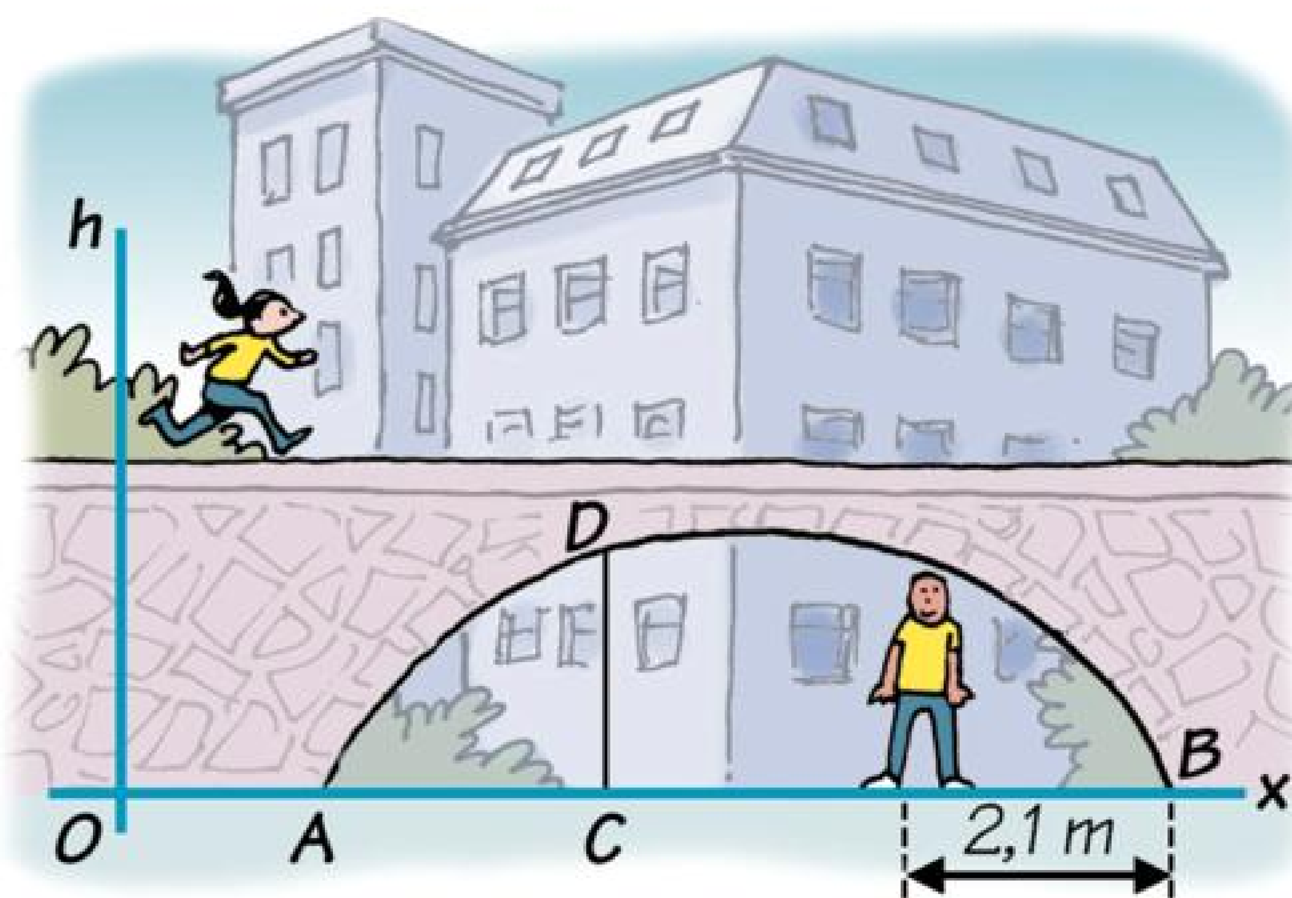
Tunnel

37 Bij de tunnel hiernaast hoort de formule
$h = -0{,}15(x - 1{,}8)(x - 9{,}6)$.
Hierbij zijn x en h in meters.

a Bereken de breedte en de hoogte van de tunnel.

b Jordy loopt door de tunnel. Om zijn hoofd niet aan de tunnelwand te stoten moet hij minstens 2,1 m links van B lopen.
Onderzoek wat je van zijn lengte kunt zeggen.

c In verband met werkzaamheden aan de tunnel wordt een scheidingswand CD geplaatst op 2,5 m van A.
De tunnel is 8 m lang.
Bereken de oppervlakte van de scheidingswand.



B

Woordenlijst

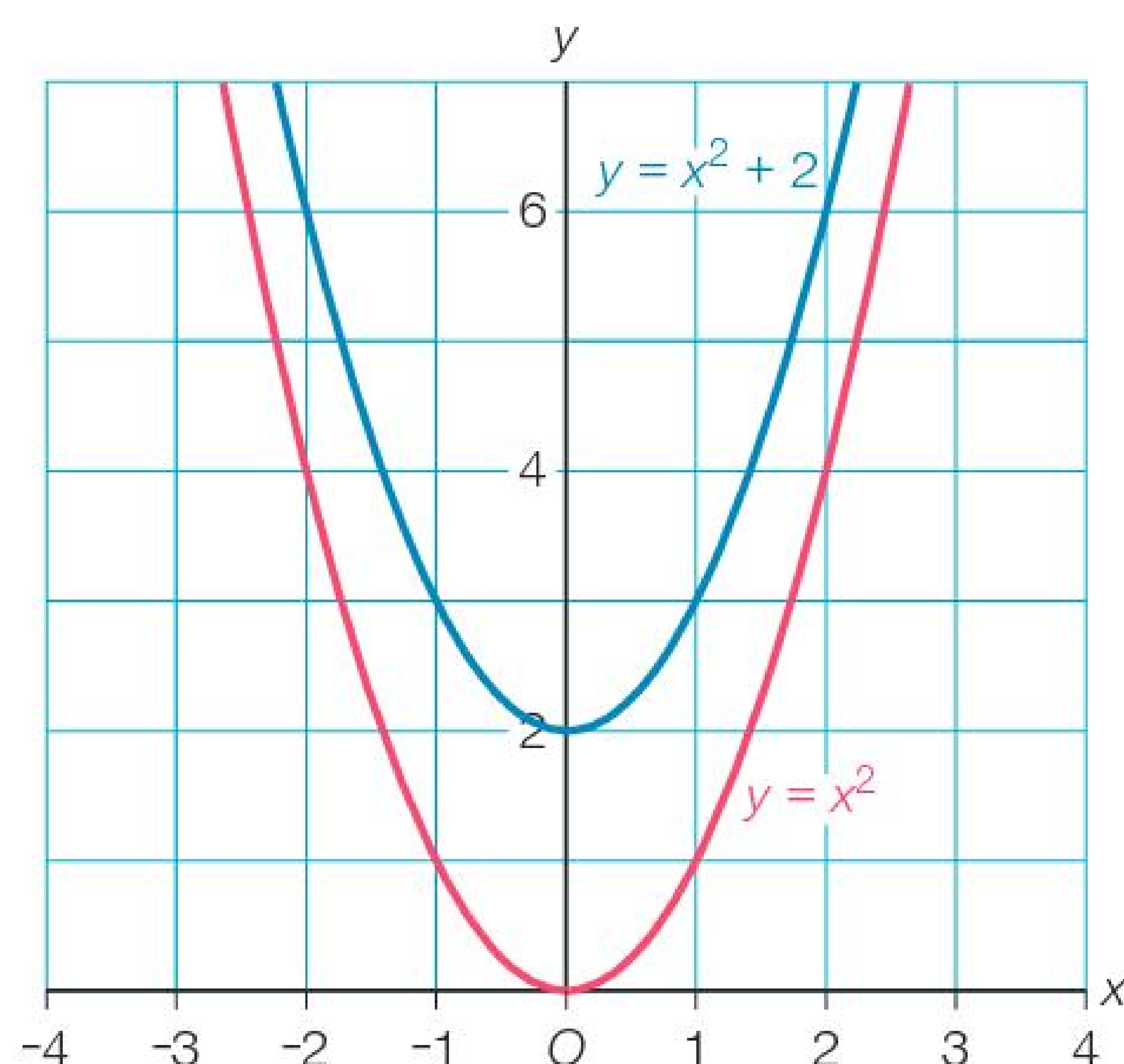
- $f(x) = a(x - d)(x - e)$

© Noordhoff Uitgevers bv

4 [HAVO-B] Parabolen verschuiven

B Parabolen

38 Hiernaast zie je de grafieken van $y = x^2$ en $y = x^2 + 2$.
Je kunt de rode grafiek zo verschuiven, dat deze precies op de blauwe valt.
Hoeveel moet je omhoog verschuiven?



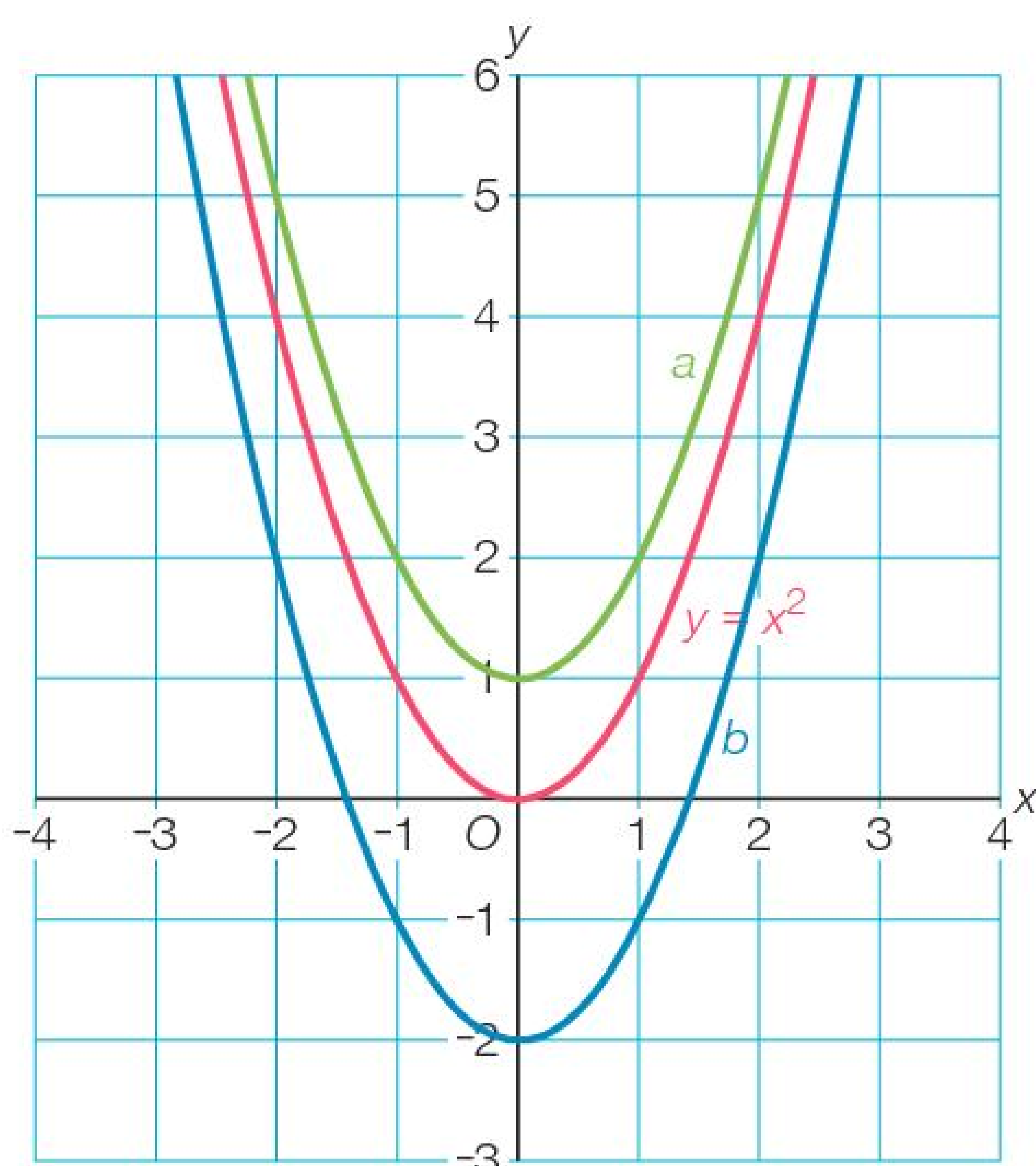
B

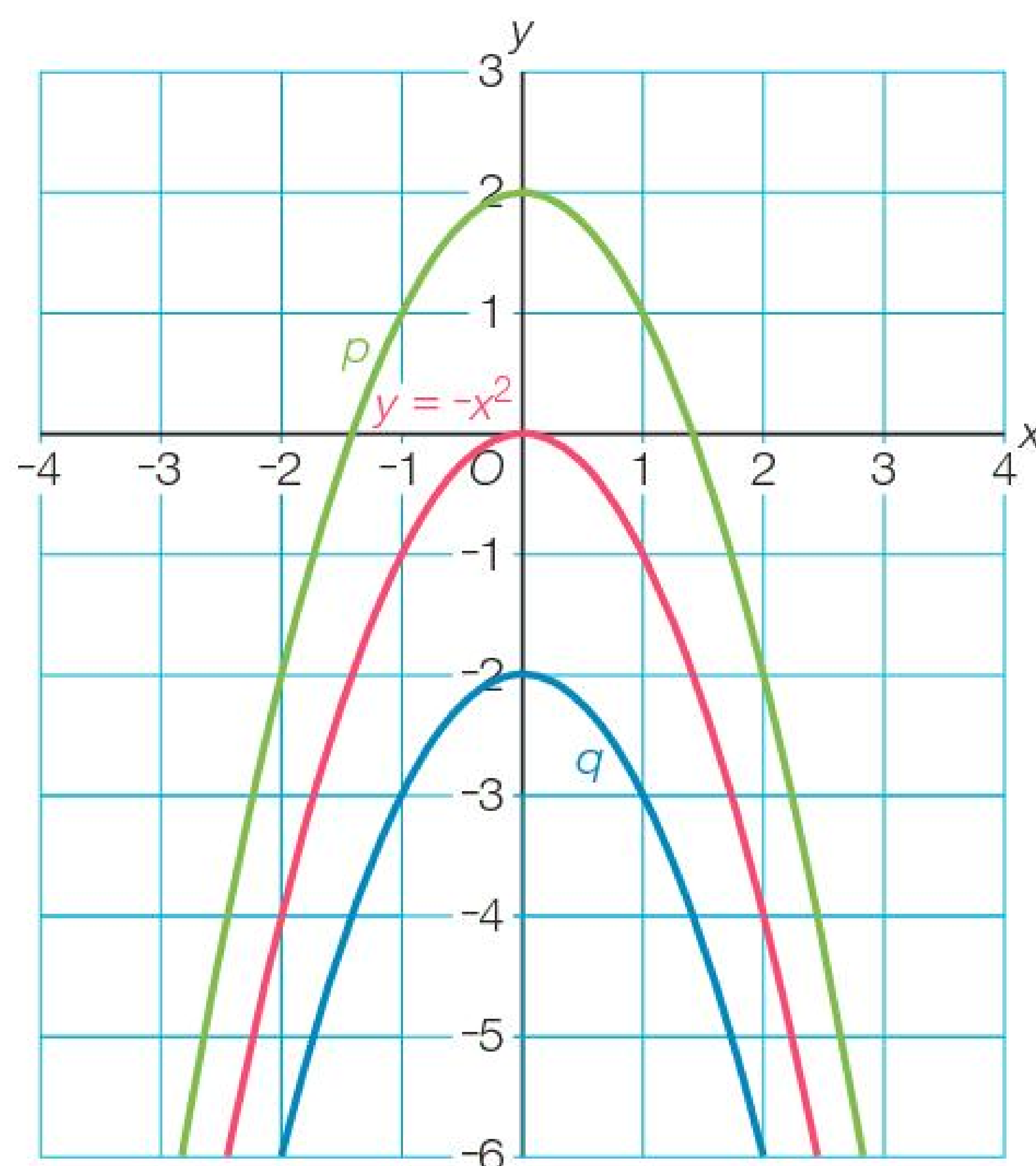
Theorie A [HAVO-B] Verticaal verschuiven

Door de grafiek van $y = 4x^2$
- 3 omhoog te verschuiven krijg je de grafiek van $y = 4x^2 + 3$
- 1 omlaag te verschuiven krijg je de grafiek van $y = 4x^2 - 1$.

B Verticaal verschuiven

39 **a** In de figuur linksonder zie je drie parabolen.
Schrijf de formules op van de parabolen a en b.
b In de figuur rechtsonder zie je drie parabolen.
Schrijf de formules op van de parabolen p en q.

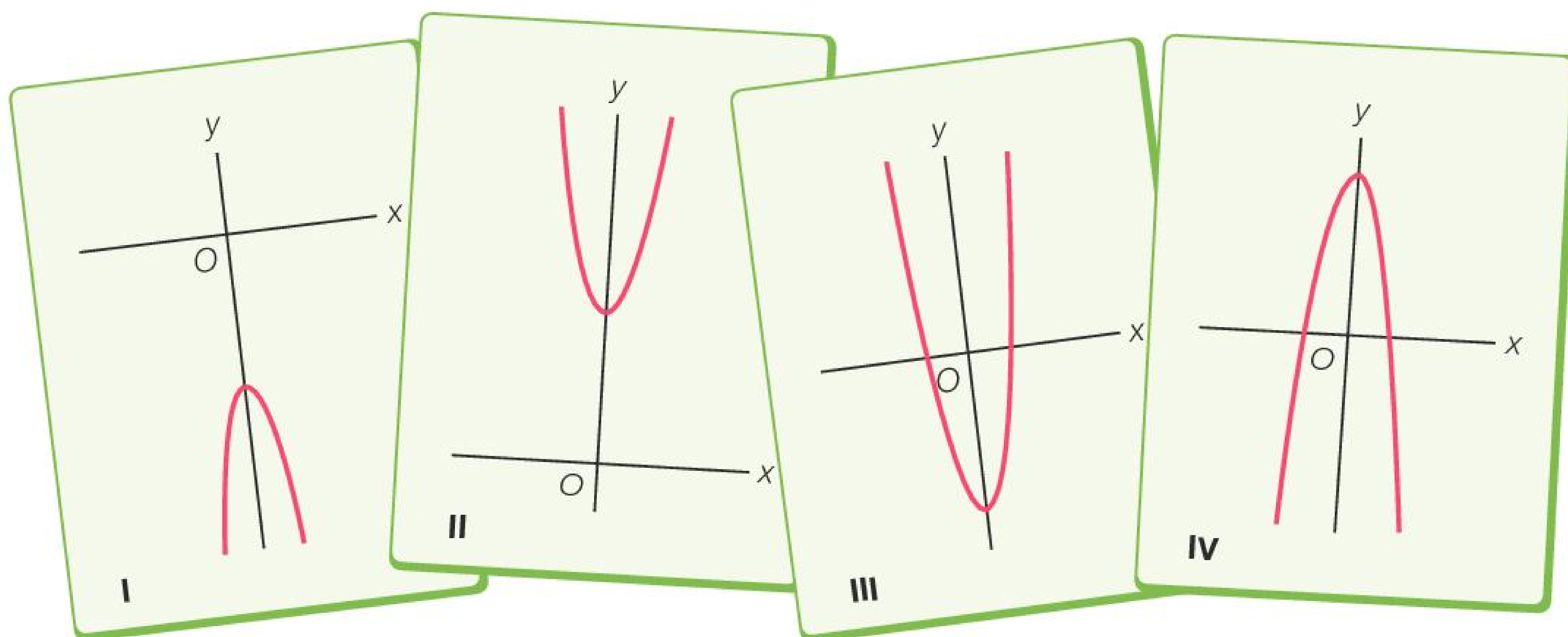




© Noordhoff Uitgevers bv

40 De grafiek van de functie $f(x) = -5x^2$ wordt 4 omhoog verschoven. Je krijg de grafiek van de functie g.
Schrijf het functievoorschrift van g op.

41 Hieronder zie je de schetsen van de grafieken van $f(x) = 2x^2 + 5$, $g(x) = -2x^2 + 5$, $h(x) = -2x^2 - 5$ en $k(x) = 2x^2 - 5$.
Zoek bij elke grafiek de juiste formule.



42 Schets de grafieken van de volgende functies.

a $f(x) = x^2 + 7$
b $g(x) = 5x^2$
c $h(x) = x^2 - 3$
d $k(x) = -0{,}3x^2 + 3$



43 Gegeven zijn de functies $f(x) = x^2$ en $g(x) = (x - 2)^2$.

a Vul de tabellen in.

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0					

x	1	2	3	4	5	6
$g(x)$	1					

b Je kunt narekenen dat $f(10) = 100$.
Voor welke positieve x is $g(x) = 100$?

c Je kunt narekenen dat $f(30) = 900$.
Voor welke positieve x is $g(x) = 900$?

B

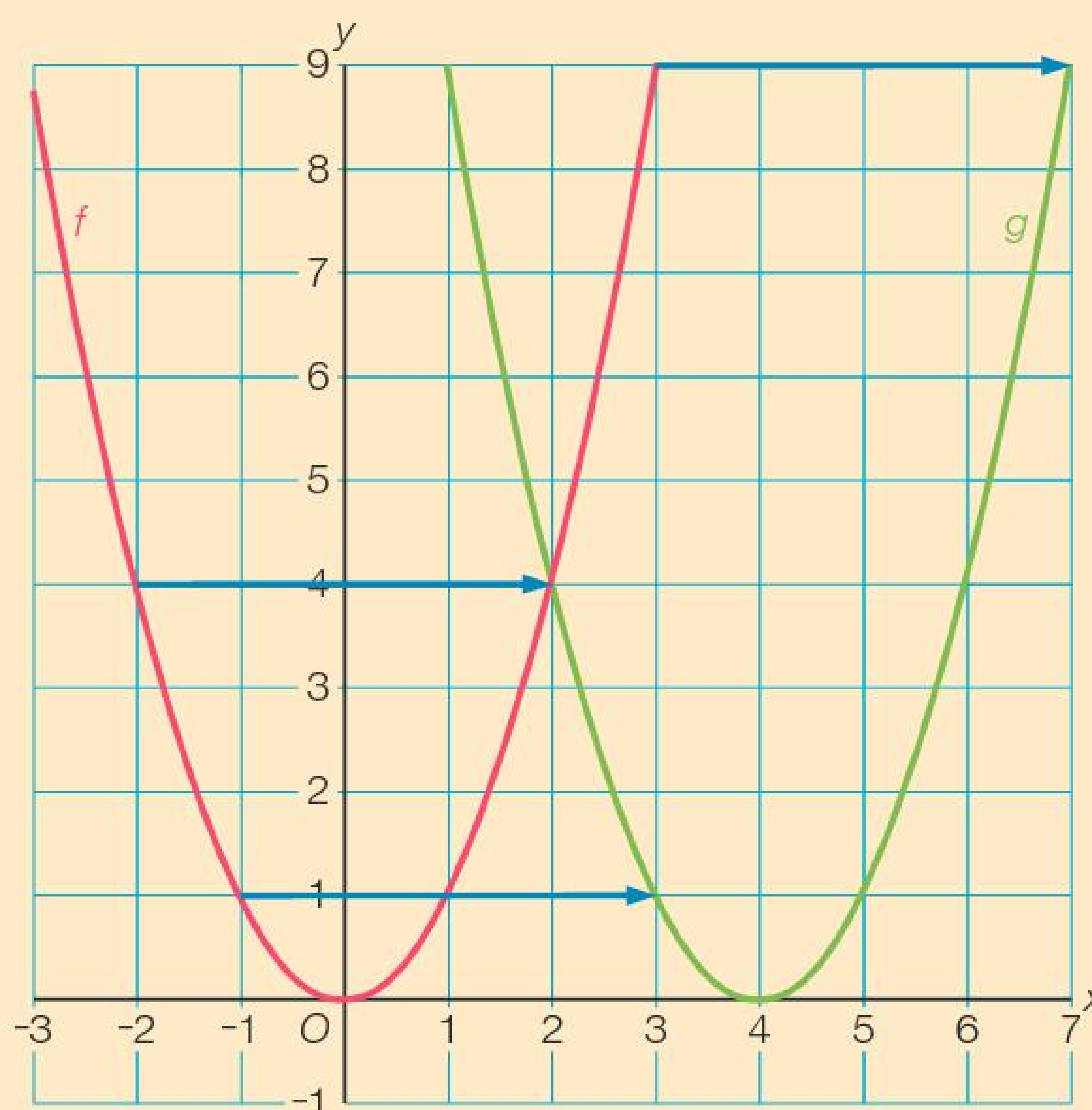
 © Noordhoff Uitgevers bv

Theorie B [HAVO-B] Horizontaal verschuiven

Er is een verband tussen de grafieken van $f(x) = x^2$ en $g(x) = (x - 2)^2$.
$f(0) = g(2) = 0$, $f(1) = g(3) = 1$,
$f(2) = g(4) = 4$, enzovoort.
Als je vanuit een punt van de grafiek van f dus 2 naar rechts gaat, dan krijg je een punt van de grafiek van g.
Door de grafiek van f dus 2 naar rechts te verschuiven, ontstaat de grafiek van g.

En zo geldt voor de grafiek van $f(x) = x^2$:

- verschuif je 4 naar rechts dan krijg je de grafiek van $g(x) = (x - 4)^2$.
- verschuif je 3 naar links dan krijg je de grafiek van $g(x) = (x + 3)^2$.



Verschuiven van de grafiek van $y = 2x^2$

verticaal	horizontaal
$y = 2x^2 \xrightarrow{\text{4 omhoog}} y = 2x^2 + 4$	$y = 2x^2 \xrightarrow{\text{9 naar rechts}} y = 2(x - 9)^2$
$y = 2x^2 \xrightarrow{\text{4 omlaag}} y = 2x^2 - 4$	$y = 2x^2 \xrightarrow{\text{6 naar links}} y = 2(x + 6)^2$

9 naar rechts: vervang x door $(x - 9)$
6 naar links: vervang x door $(x + 6)$



Voorbeeld Grafiek verschuiven

Opgave

De grafiek van $f(x) = 0{,}3x^2 - 5$ wordt eerst 4 naar links verschoven en vervolgens 7 omlaag. Je krijgt de grafiek van functie g. Stel het functievoorschrift van g op.

Uitwerking

$y = 0{,}3x^2 - 5 \xrightarrow{\text{4 naar links}} y = 0{,}3(x+4)^2 - 5$ Vervang x door $(x + 4)$.

$y = 0{,}3(x+4)^2 - 5 \xrightarrow{\text{7 omlaag}} y = 0{,}3(x+4)^2 - 5 - 7$ Trek er 7 van af.

dus $g(x) = 0{,}3(x+4)^2 - 12$

Parabolen verschuiven

44 De grafiek van $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5$ wordt 3 naar rechts verschoven. Je krijgt de grafiek van de functie g. Stel het functievoorschrift van g op.



45 Stel de formule op van de parabool die ontstaat na een verschuiving van de parabool $y = \frac{1}{4}x^2 + 7$ van

a 5 omhoog

b 3 omlaag

c 2 naar links en 9 omhoog.

46 Hoe moet je de grafiek van $y = x^2$ verschuiven om de grafiek te krijgen van

a $y = (x - 8)^2$

b $y = (x + 4)^2 - 3$

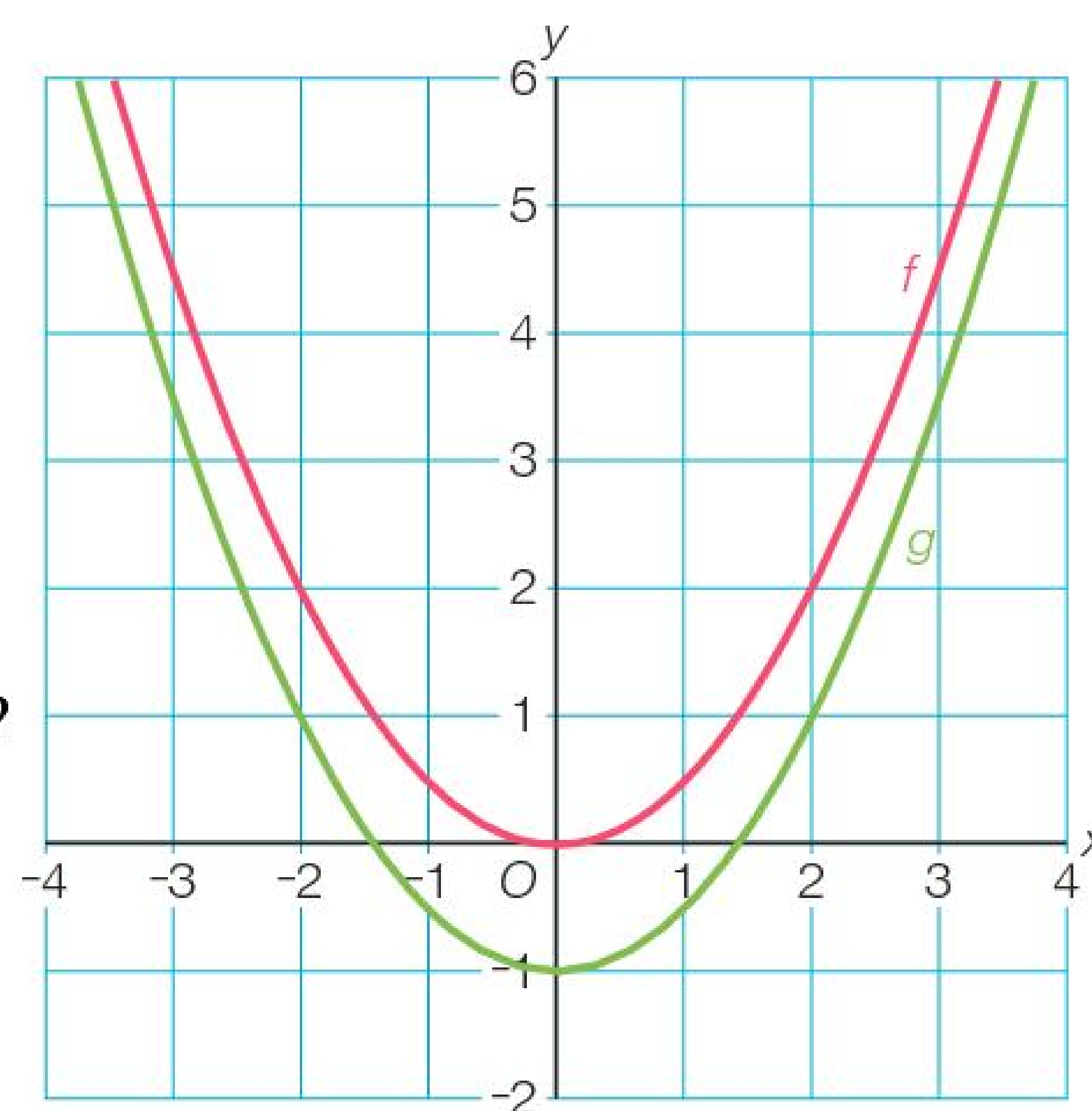
c $y = (x - 1)^2 + 5$?

47 In de figuur hiernaast zie je de grafieken van $f(x) = 0{,}5x^2$ en $g(x) = 0{,}5x^2 - 1$. De top van f is het punt $O(0, 0)$.

a Hoe ontstaat de grafiek van g uit die van f?

b Geef de coördinaten van de top van de grafiek van g.

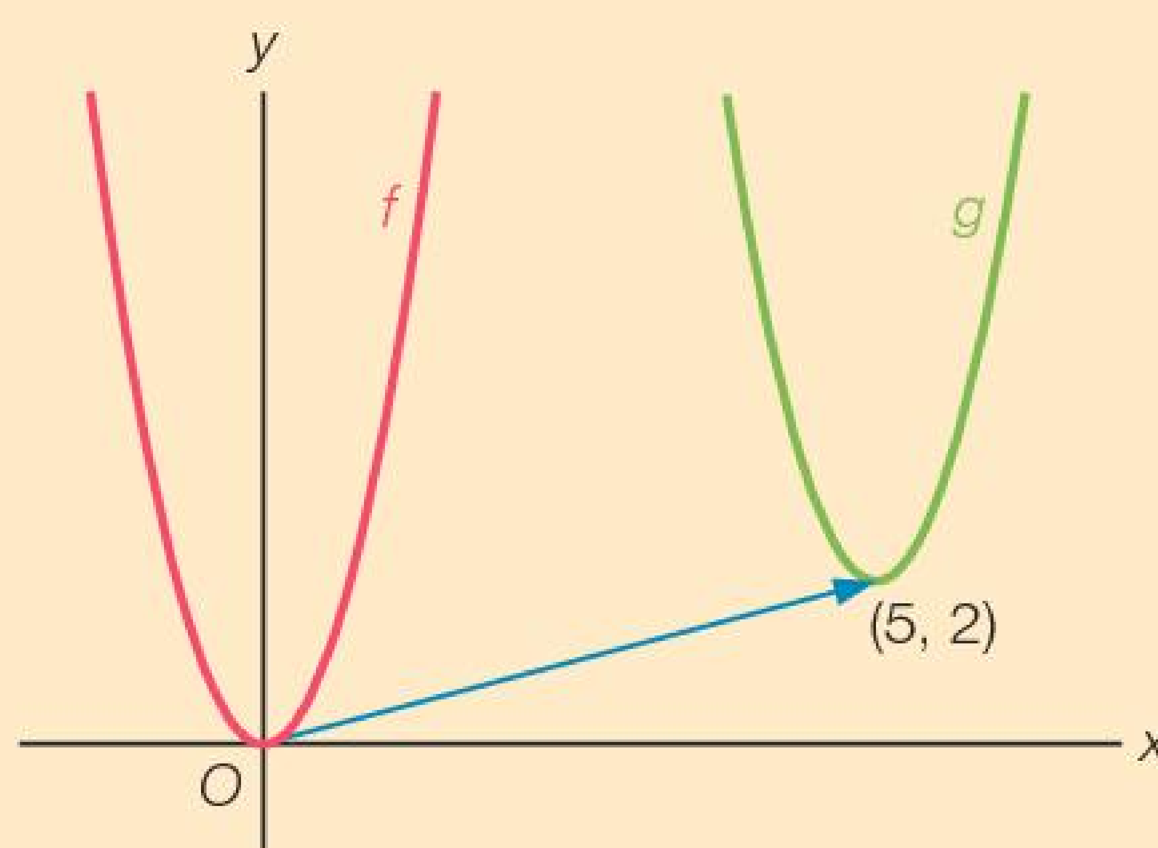
c Geef de coördinaten van de top van de grafiek van $h(x) = 0{,}5x^2 + 3$.



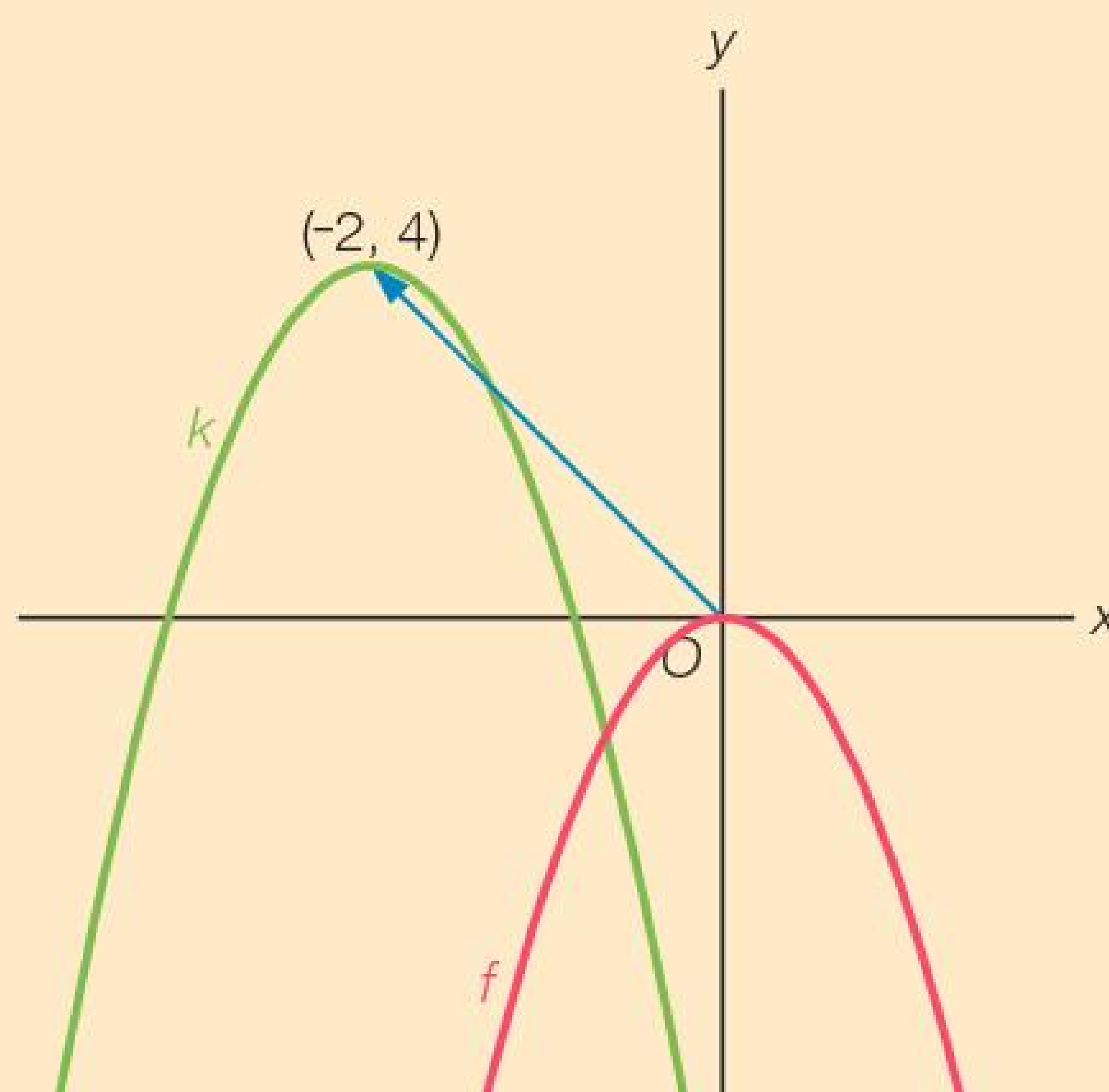
© Noordhoff Uitgevers bv

Theorie C [HAVO-B] De top van de parabool $f(x) = a(x - p)^2 + q$

De top van de grafiek van $f(x) = 4x^2$ is $O(0, 0)$.
Ook van de grafiek van $g(x) = 4(x - 5)^2 + 2$ kun je direct de coördinaten van de top opschrijven. De grafiek ontstaat namelijk door die van $y = 4x^2$ precies 5 naar rechts en 2 omhoog te schuiven.
De top van $y = 4(x - 5)^2 + 2$ is dus (5, 2).



De top van de grafiek van $h(x) = -3x^2$ is $O(0, 0)$.
De top van de grafiek van $k(x) = -3(x + 2)^2 + 4$ is dus (−2, 4).



De top van de parabool $y = a(x - p)^2 + q$ is het punt (p, q).

Voorbeeld Top van een parabool

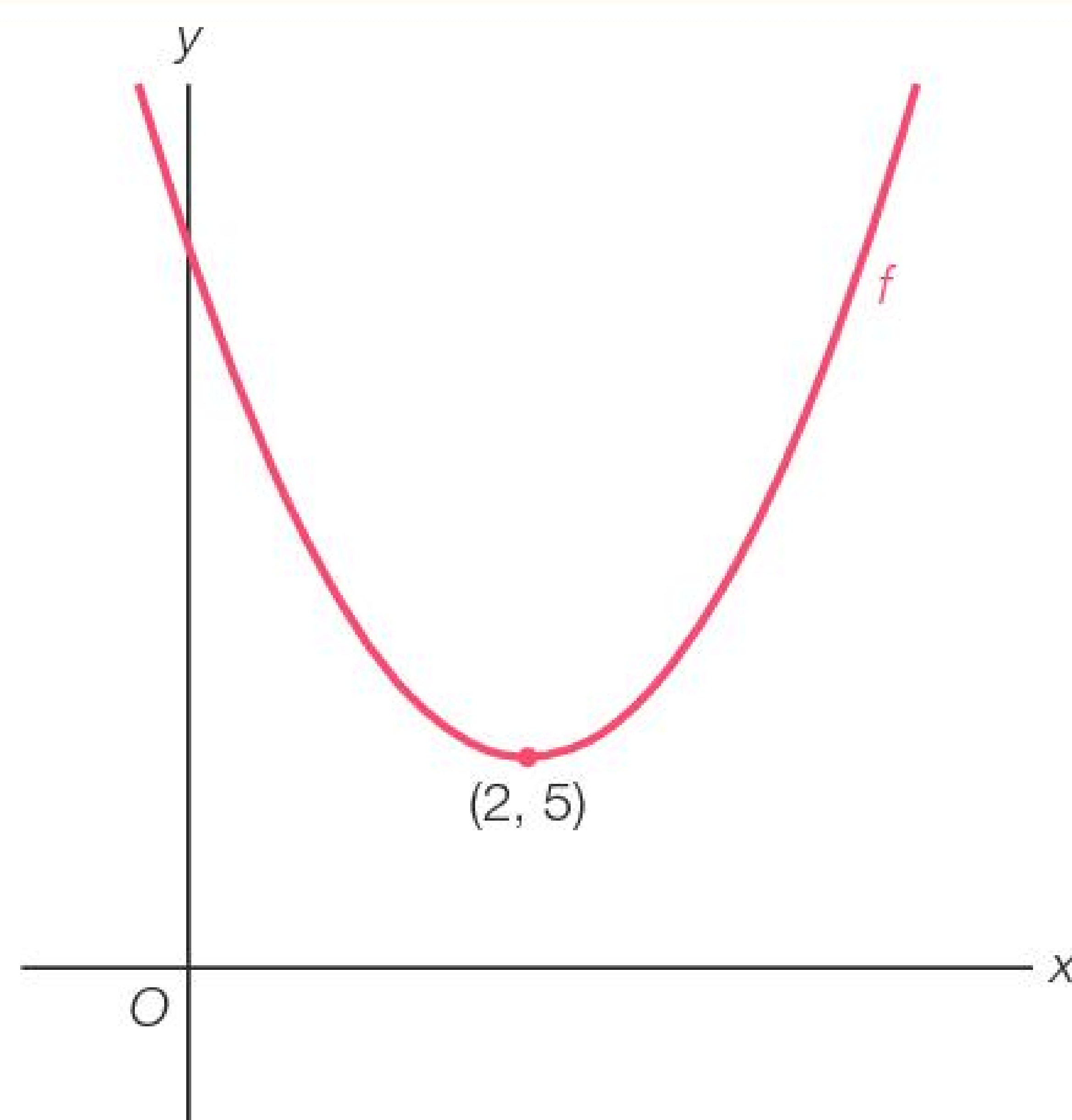
Opgave
Schets de grafiek van $f(x) = 3(x - 2)^2 + 5$.

Uitwerking

$a = 3$, dus dalparabool
De top is (2, 5).

Zet in je schets de coördinaten van de top en de naam van de functie.





Grafieken schetsen

48 Schets van elke functie de grafiek.

a $f(x) = (x - 5)^2 - 4$

b $g(x) = -2(x + 6)^2 + 5$

c $h(x) = 4(x - 3)^2 + 4$

d $k(x) = -8(x + 3)^2 - 4$

49 Schets van elke functie de grafiek.

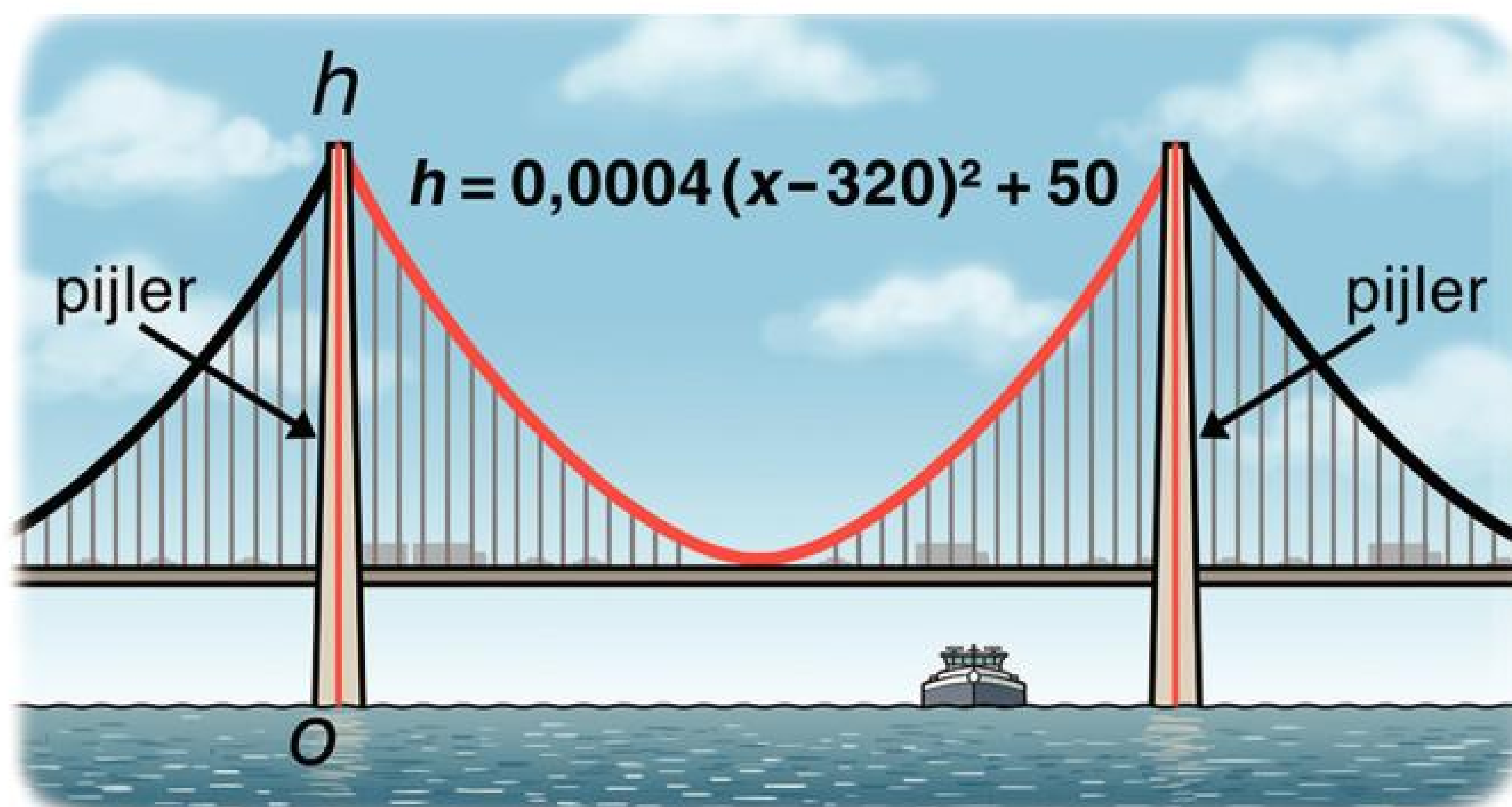
a $f(x) = -x^2 - 4$

b $g(x) = -3(x + 3)^2 + 2$

c $h(x) = -2(x - 3)^2 + 5$

d $k(x) = (x + 1)^2$

50 Hieronder zie je een tekening van een hangbrug. Bij de draagkabel tussen de twee pijlers hoort de formule
$h = 0{,}0004(x - 320)^2 + 50$.
Hierin is h de hoogte in meters en x de afstand van de linker pijler in meters. Het laagste punt van de rode draagkabel ligt op gelijke hoogte met het wegdek.



a Bereken hoe hoog het wegdek boven het water ligt.

b Hoe ver ligt het midden van de brug van de linker pijler?

c Bereken de afstand tussen de twee pijlers.

d Bereken hoe hoog de pijlers boven het wegdek uitsteken. Rond af op hele meters.

Woordenlijst

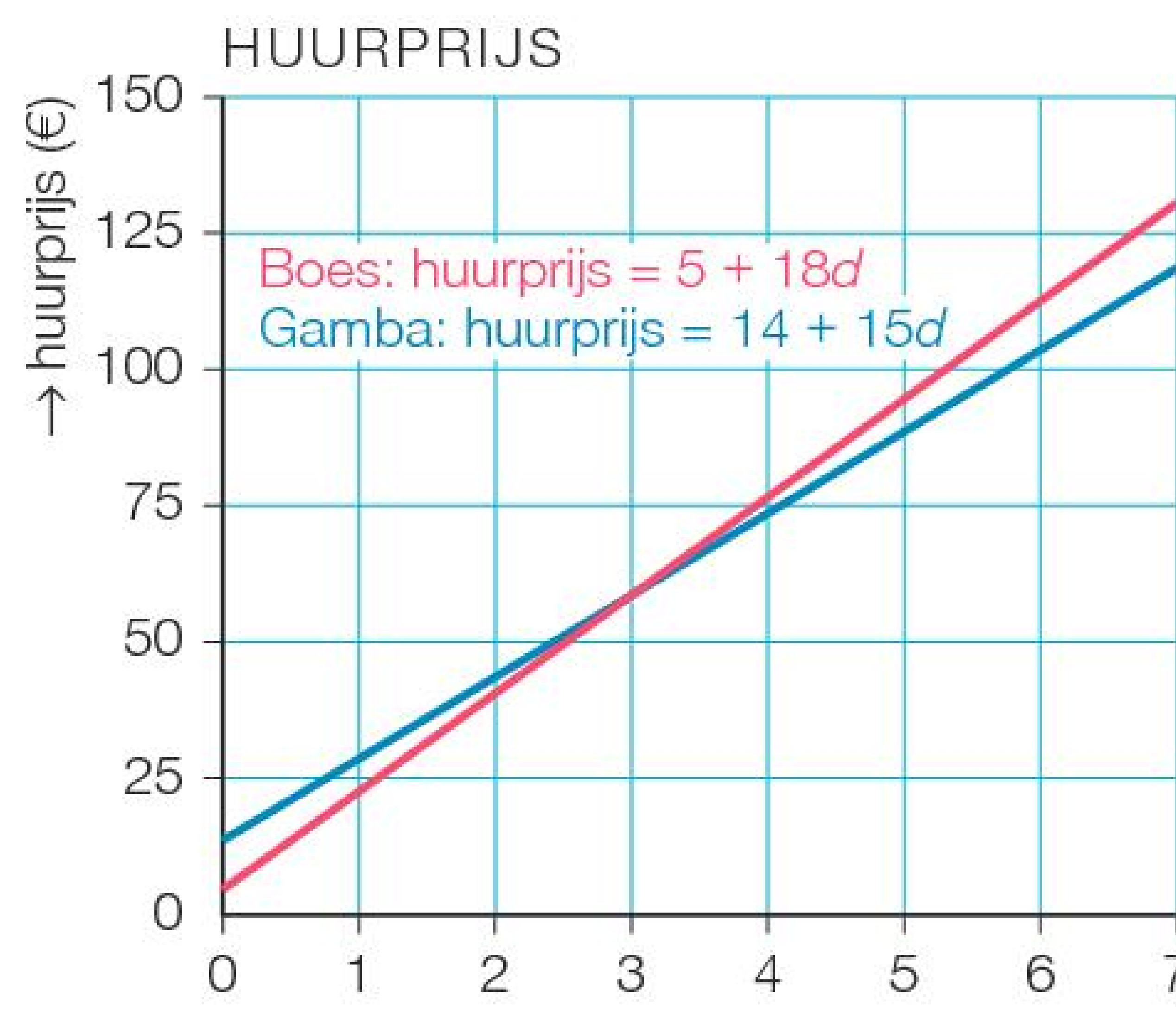
- horizontaal verschuiven
- verticaal verschuiven
- $y = a(x - p)^2 + q$

© Noordhoff Uitgevers bv

5 [HAVO-B] Lineaire ongelijkheden

B **Verhuurbedrijf**

51 De grafieken hiernaast gaan over het huren van een gasbrander bij twee verschillende verhuurbedrijven. Je ziet ook de formules die erbij horen.





a Welke vergelijking kun je maken bij de formules?

b Los de vergelijking op.
Je hebt nu berekend bij welk aantal dagen de prijs voor het huren bij de bedrijven even groot is.

c Bij welk aantal dagen is het voordeliger om bij Boes te huren dan bij Gamba?

B

Theorie A [HAVO-B] Lineaire ongelijkheden

Bij de firma Boes en de firma Gamba kun je een minikraan huren.

Boes $h = 15 + 30t$

Gamba $h = 21 + 27t$

Hierin is h de *huurprijs* in euro's en t de *tijd* in uren.
Eerst wordt gekeken wanneer ze even duur zijn.
In wiskundetaal schrijf je dat op met de vergelijking $15 + 30t = 21 + 27t$.
Dan krijg je de vraag 'Bij welk aantal dagen is het voordeliger om bij Boes te huren dan bij Gamba?' Dat kun je ook in wiskundetaal opschrijven.
Dan krijg je $15 + 30t < 21 + 27t$.

$15 + 30t < 21 + 27t$ heet een **ongelijkheid**.
Omdat de formules horen bij lineaire verbanden is het een **lineaire ongelijkheid**.

© Noordhoff Uitgevers bv

Een lineaire ongelijkheid kun je oplossen met de balansmethode. Die balansmethode ken je al van het oplossen van vergelijkingen.

De stappen zijn:

1. Herleid zo nodig het linker- en het rechterlid.
2. Breng de termen met een variabele naar het linkerlid en de rest naar het rechterlid.
3. Herleid beide delen.
4. Deel beide leden door het getal dat voor de variabele staat.

Herleiden is zo kort mogelijk opschrijven.
Je werkt de haakjes weg en neemt de gelijksoortige termen samen.

$15 + 30t < 21 + 27t$	Termen met t naar links, rest naar rechts.
$30t - 27t < 21 - 15$	Termen samennemen.
$3t < 6$	Delen door het getal voor de t, dus door 3.
$t < 2$	

Voorbeeld Lineaire ongelijkheid oplossen

Opgave

Los op.

$8(a - 7) + 6 > 3(a - 5) + 5$

Uitwerking

$8(a - 7) + 6 > 3(a - 5) + 5$	Haakjes wegwerken.
$8a - 56 + 6 > 3a - 15 + 5$	Termen samennemen.
$8a - 50 > 3a - 10$	Termen met letter naar links, rest naar rechts.
$8a - 3a > -10 + 50$	Termen samennemen.
$5a > 40$	Delen door het getal voor de letter.
$a > 8$	

Ongelijkheden

52 Los op.

a $8x + 7 < 3x + 12$

b $7a - 18 > 14 + 3a$

53 Los op.

a $6(x - 2) > 4(x - 1) + 2$

b $2(3p + 5) < p$

© Noordhoff Uitgevers bv

Theorie B [HAVO-B] Het teken > of < omklappen

Je mag beide kanten van een ongelijkheid met hetzelfde getal vermenigvuldigen of door hetzelfde getal delen. Als dat getal negatief is moet je **het teken < of > omklappen**.

Voorbeeld Teken omklappen

Opgave

Los op.

a $5x - 4 > 8x + 20$

b $4(x - 2) < 6(x - 1) + 2$

Uitwerking

a	$5x - 4 > 8x + 20$	Termen met de letter naar links, rest naar rechts.
	$5x - 8x > 20 + 4$	Termen samennemen.
	$-3x > 24$	Delen door −3, dus teken klapt om.
	$x < -8$	
b	$4(x - 2) < 6(x - 1) + 2$	Haakjes wegwerken.
	$4x - 8 < 6x - 6 + 2$	Herleiden.
	$4x - 8 < 6x - 4$	Termen met de letter naar links, rest naar rechts.
	$4x - 6x < -4 + 8$	Termen samennemen.
	$-2x < 4$	Delen door −2, dus teken klapt om.
	$x > -2$	

B

Oplossen

54 Los op.

a $6x + 10 > 10x + 22$

b $9(x - 2) > 15(x + 2)$

c $-2x < x - 6$

d $x - 2 < x - 1 - 2x$

55 Los op.

a $4x > 10x + 6$

b $0{,}5x < 2x + 9$

c $5 + 2(x - 3) < -(x - 8)$

d $7x + 9 > 8(x - 2) + 6$

B

Woordenlijst

- lineaire ongelijkheid
- omklappen teken < of >

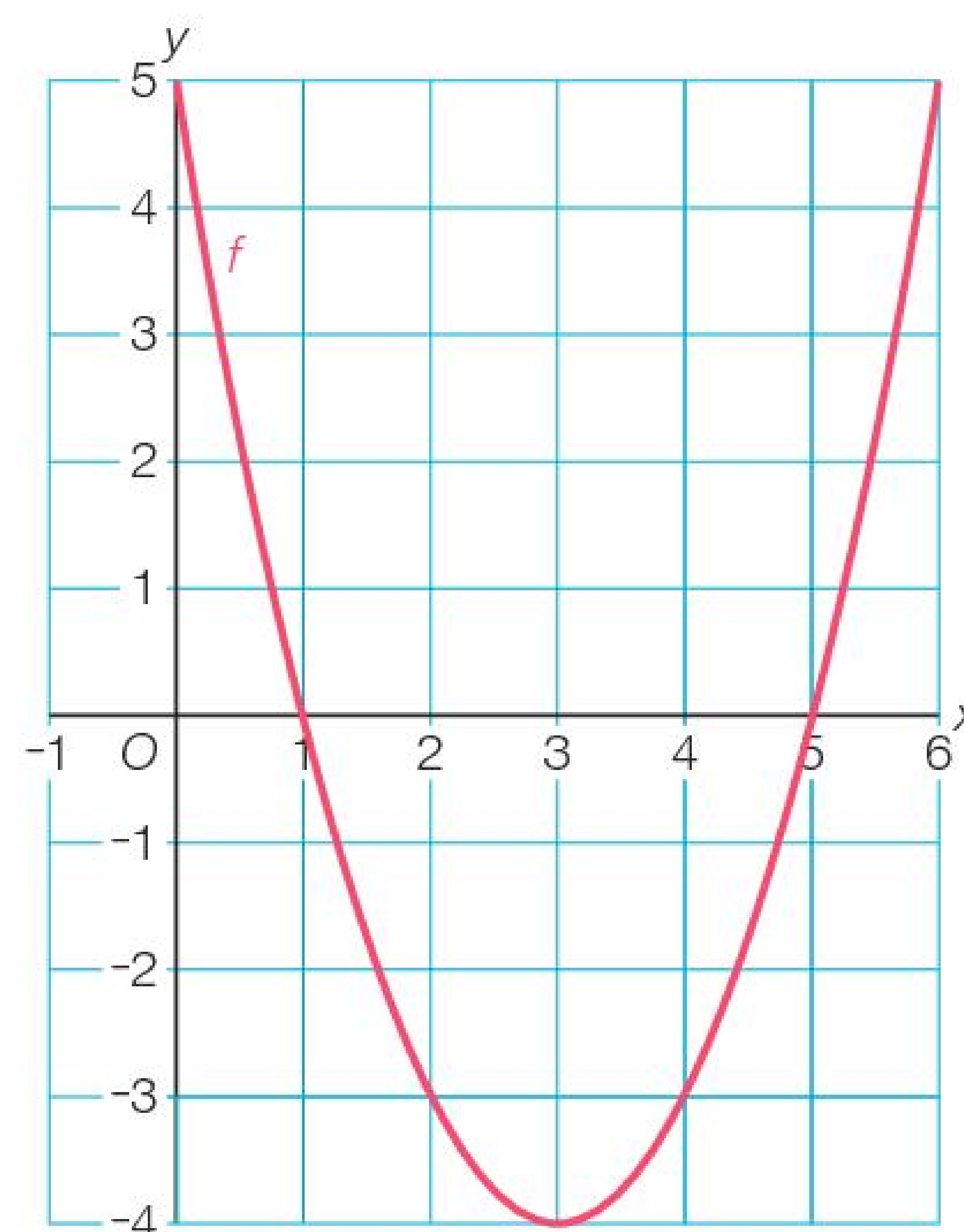
6 [HAVO-B] Kwadratische ongelijkheden

B

56 Hiernaast zie je de grafiek van de functie $f(x) = x^2 - 6x + 5$.
Vul *onder* of *boven* in.

a Bij $f(x) > 0$ hoort het gedeelte van de grafiek dat ... de x-as ligt.

b Bij $f(x) < 0$ hoort het gedeelte van de grafiek dat ... de x-as ligt.

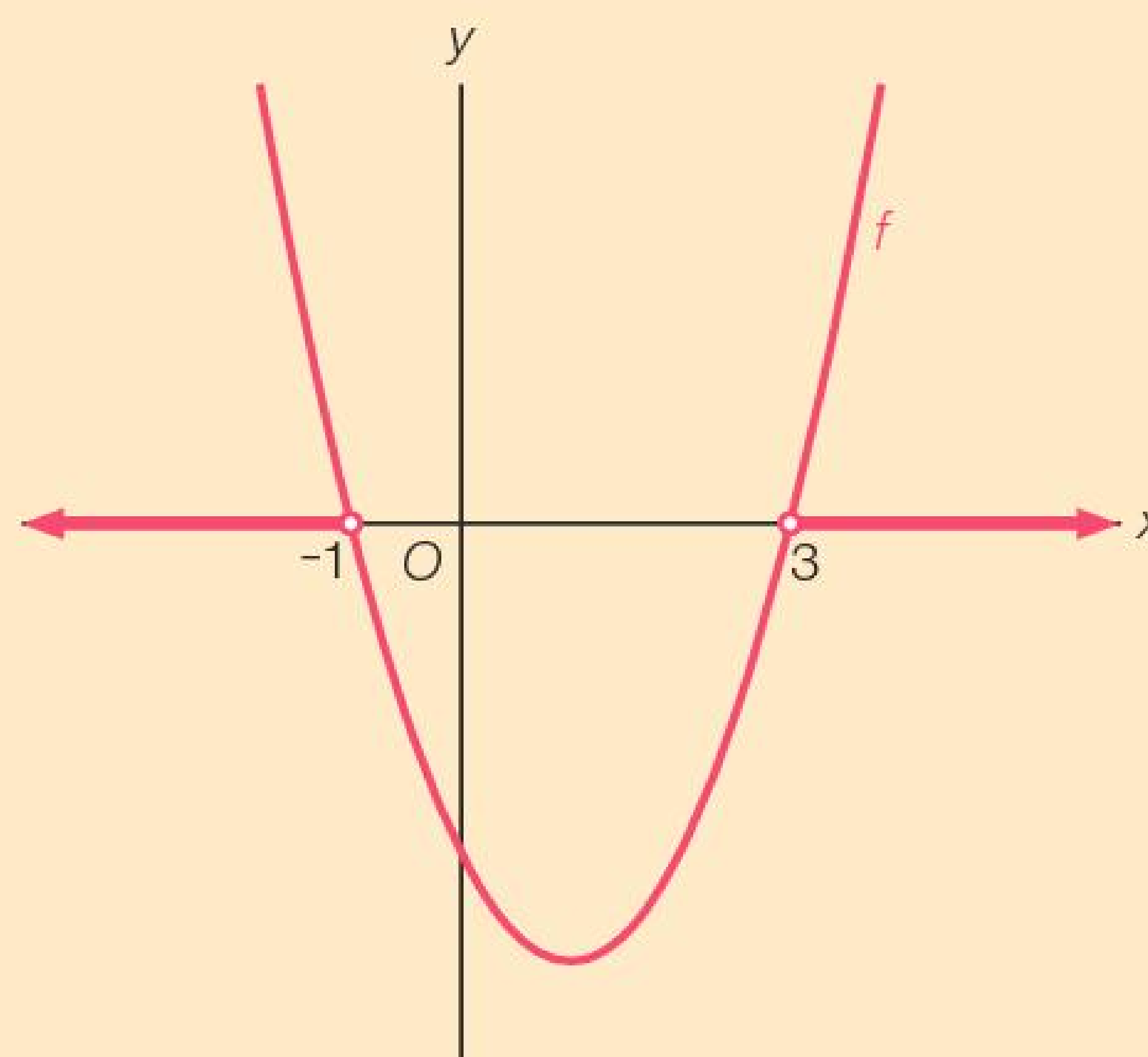


B

Theorie A [HAVO-B] De ongelijkheden $f(x) > 0$ en $f(x) < 0$

De ongelijkheid $x^2 - 2x - 3 > 0$ is van de vorm $f(x) > 0$.
Bij de ongelijkheid $f(x) > 0$ vraag je je af:
voor welke x ligt de grafiek van f boven de x-as?
In de figuur hiernaast lees je af:
$f(x) > 0$ geeft $x < -1 \vee x > 3$.
Bij $f(x) < 0$ kijk je waar de grafiek van f onder de x-as ligt.
Bij $f(x) > 0$ kijk je waar de grafiek van f boven de x-as ligt.
Bij het oplossen van de ongelijkheden $f(x) > 0$ en $f(x) < 0$ heb je de snijpunten van de grafiek met de x-as nodig. Je begint dus met het oplossen van $f(x) = 0$.

$\vee$ betekent of



Met een open bolletje geef je aan dat het betreffende getal niet bij de oplossing hoort.



© Noordhoff Uitgevers bv

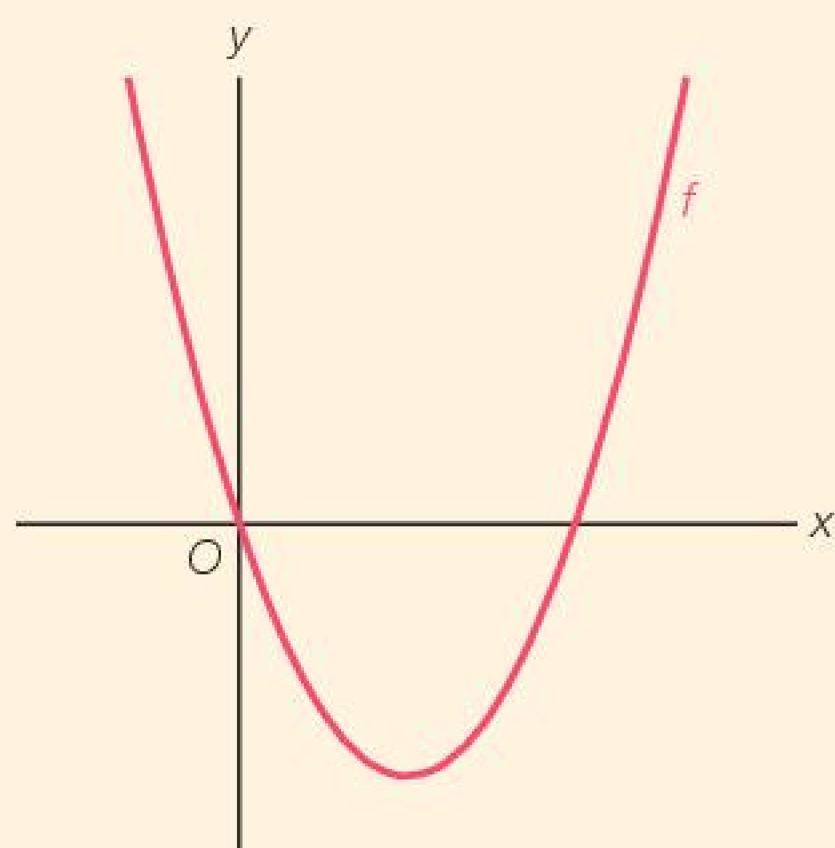
Voorbeeld De ongelijkheid $f(x) > 0$ en $f(x) < 0$ oplossen

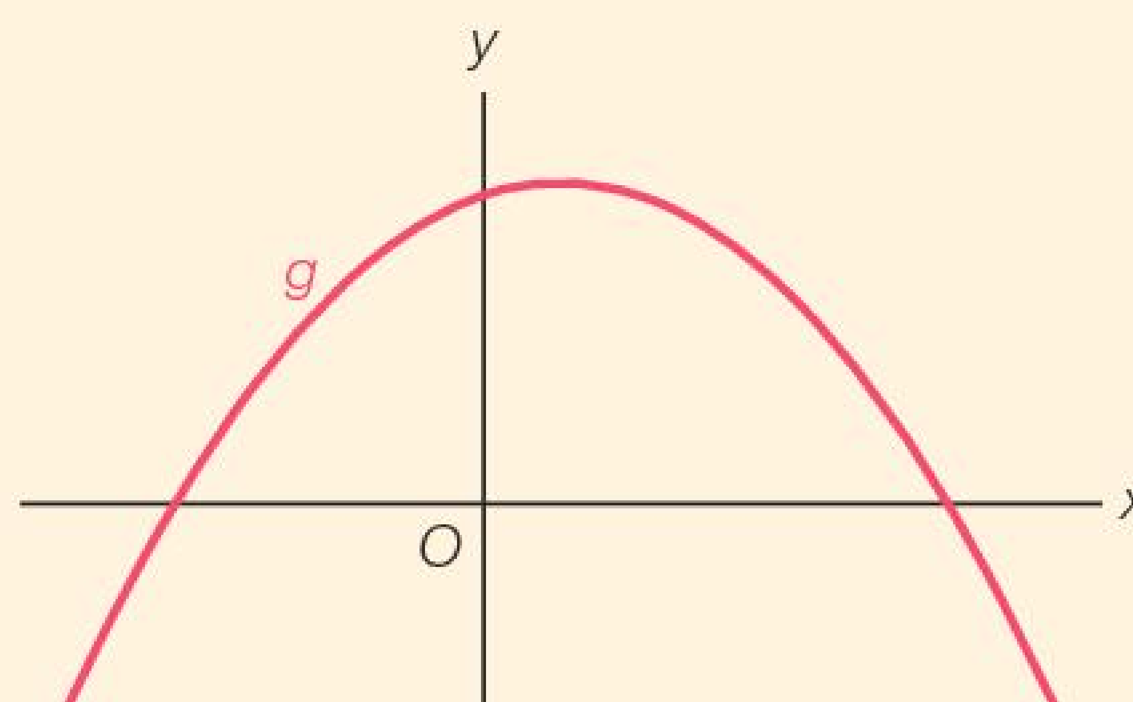
Opgave

Los op. Gebruik de grafieken.

a $x^2 - 3x < 0$

b $-\frac{1}{2}(x + 2)(x - 3) < 0$





Aanpak

Bereken de snijpunten met de x-as.
Kijk waar de grafiek onder de x-as ligt.

Uitwerking

a $x^2 - 3x = 0$

$x(x - 3) = 0$

$x = 0 \vee x - 3 = 0$

$x = 0 \vee x = 3$



$x^2 - 3x < 0$ geeft $0 < x < 3$

0 < x < 3 betekent x ligt tussen 0 en 3.

b $-\frac{1}{2}(x + 2)(x - 3) = 0$

$x + 2 = 0 \vee x - 3 = 0$

$x = -2 \vee x = 3$

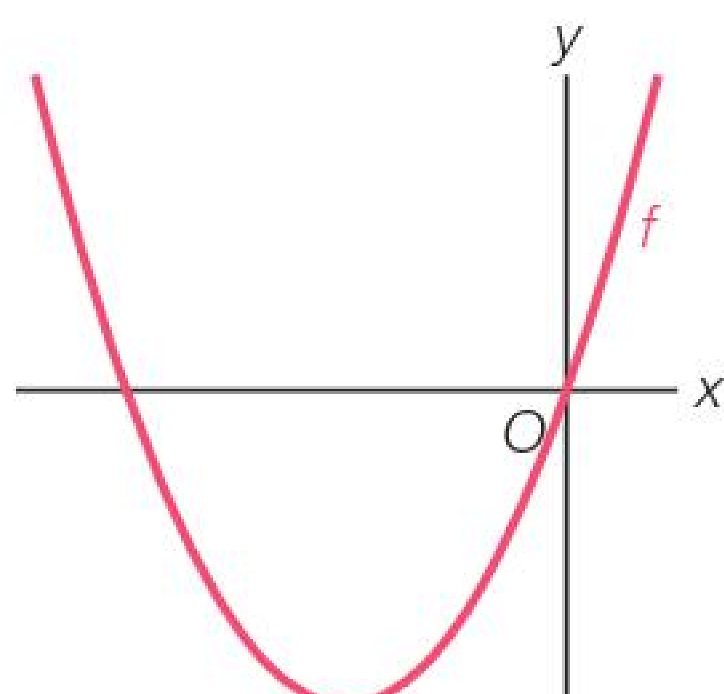


$\frac{1}{2}(x + 2)(x - 3) < 0$ geeft $x < -2 \vee x > 3$

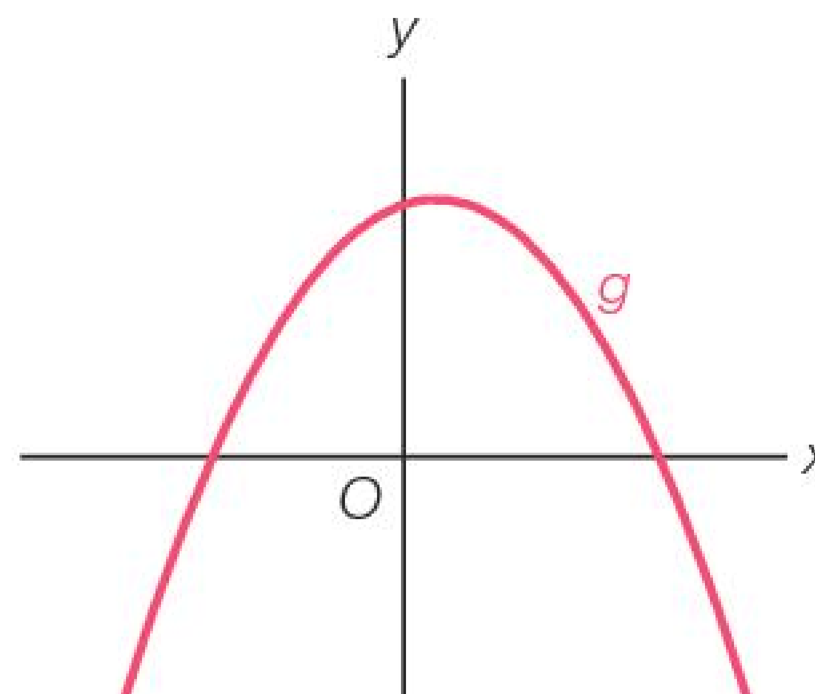
B Ongelijkheid oplossen

57 Los op. Gebruik de grafieken.

a $x^2 + 4x > 0$



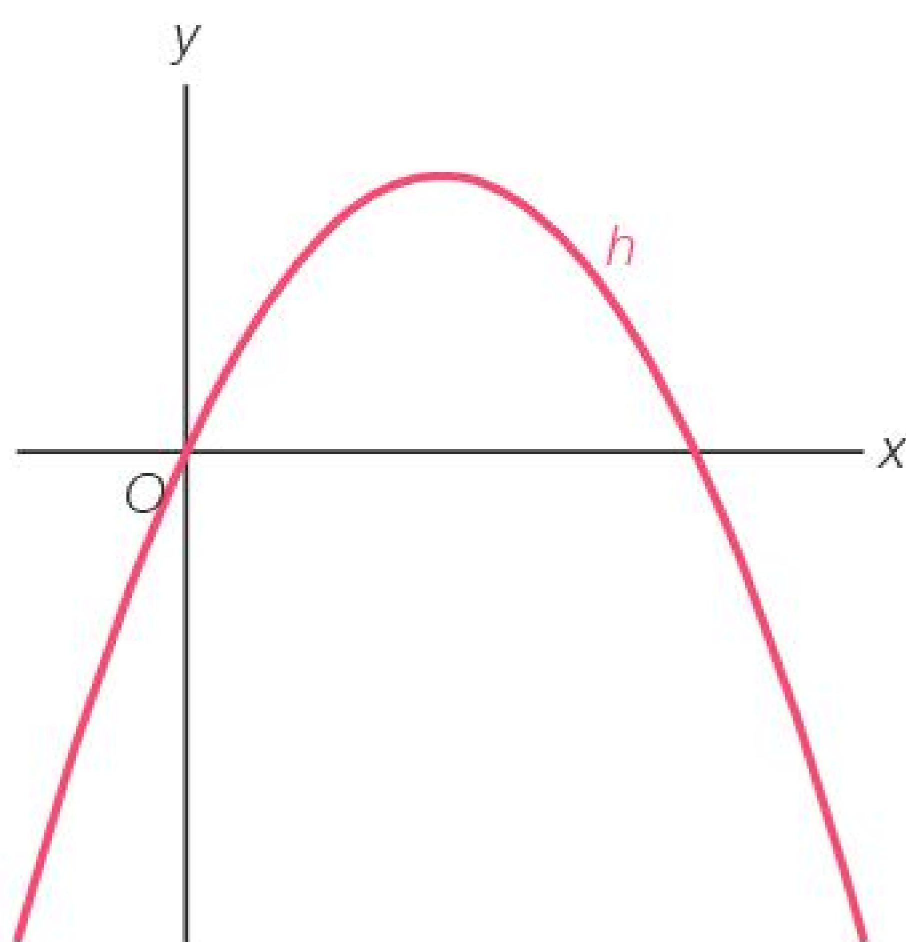
b $-\frac{1}{3}(x + 3)(x - 4) < 0$

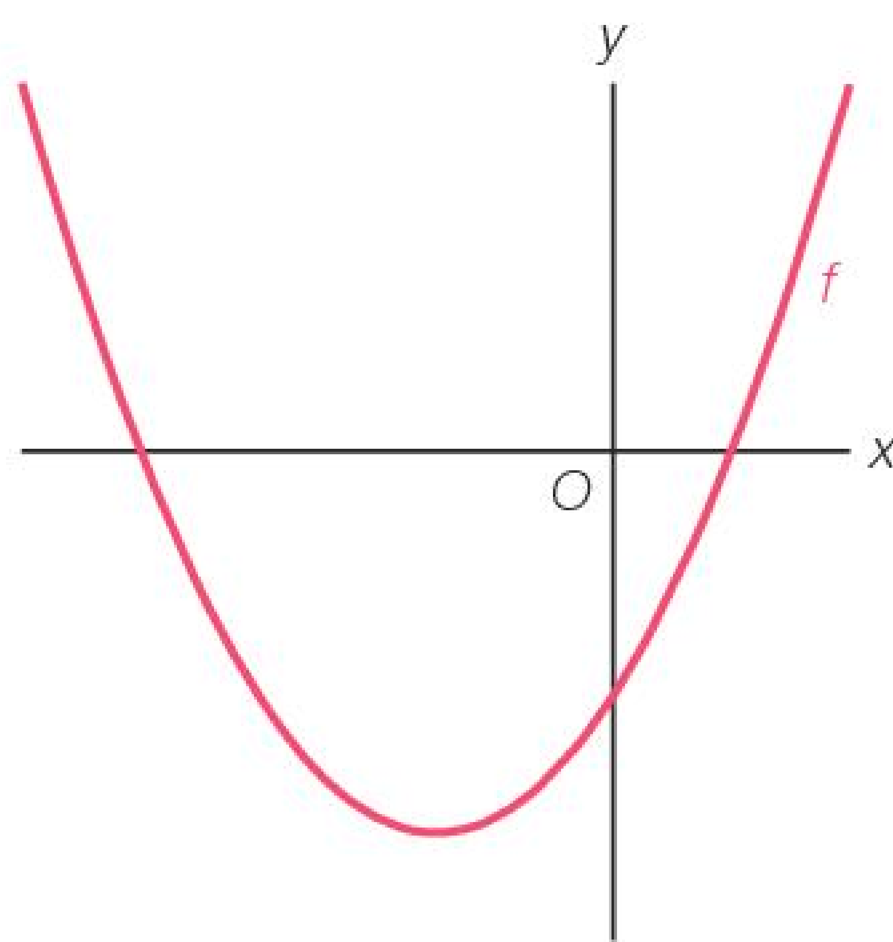


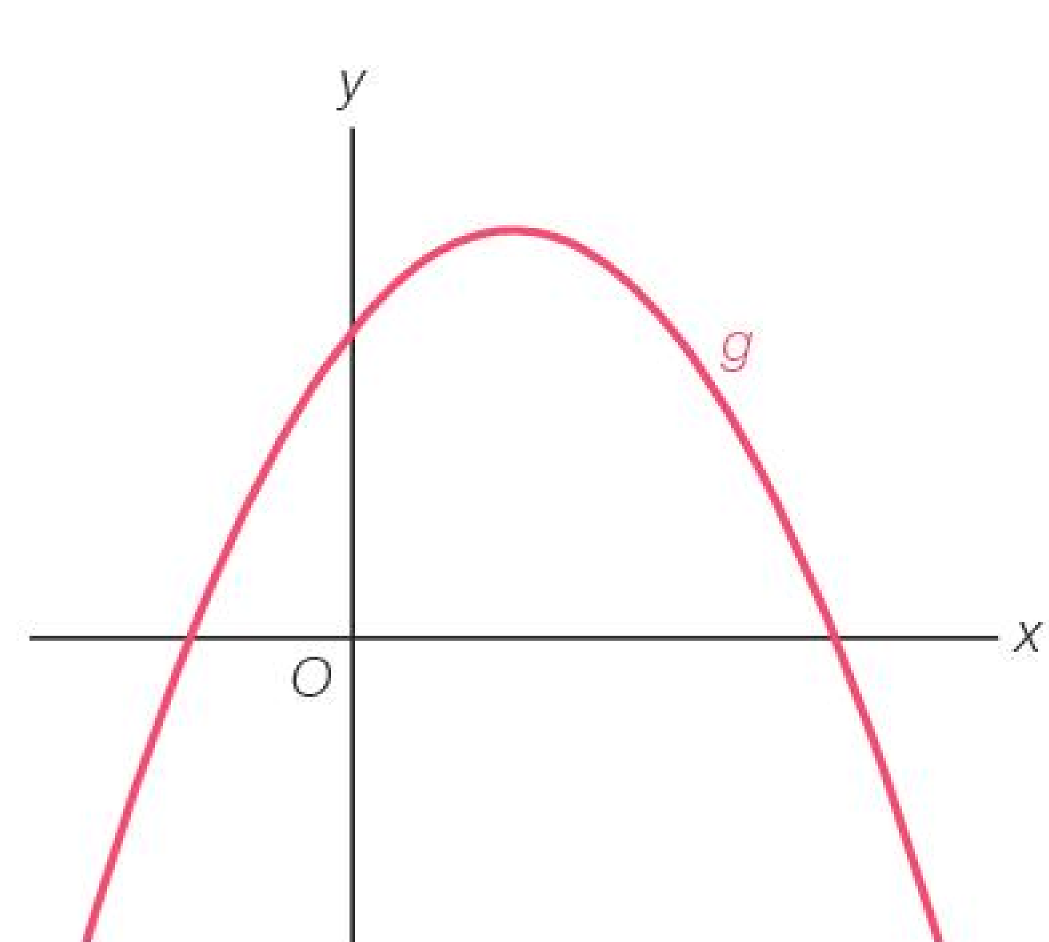
© Noordhoff Uitgevers bv

58 Los op. Gebruik de grafieken.

a $-x^2 + 3x < 0$ **b** $\frac{1}{2}(x - 1)(x + 4) < 0$ **c** $-x^2 + 2x + 3 > 0$







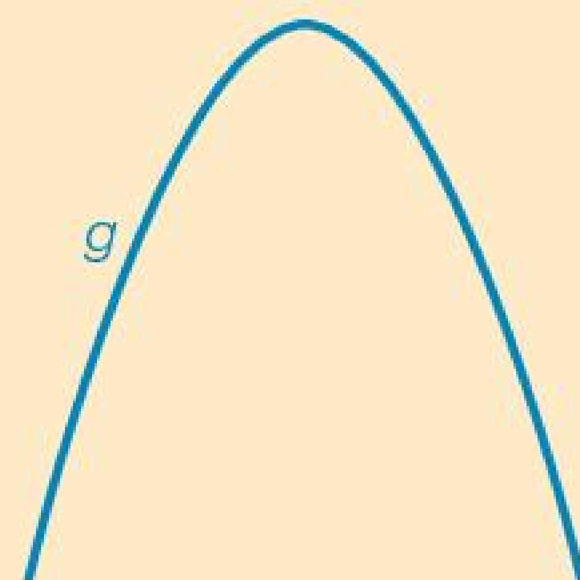
B

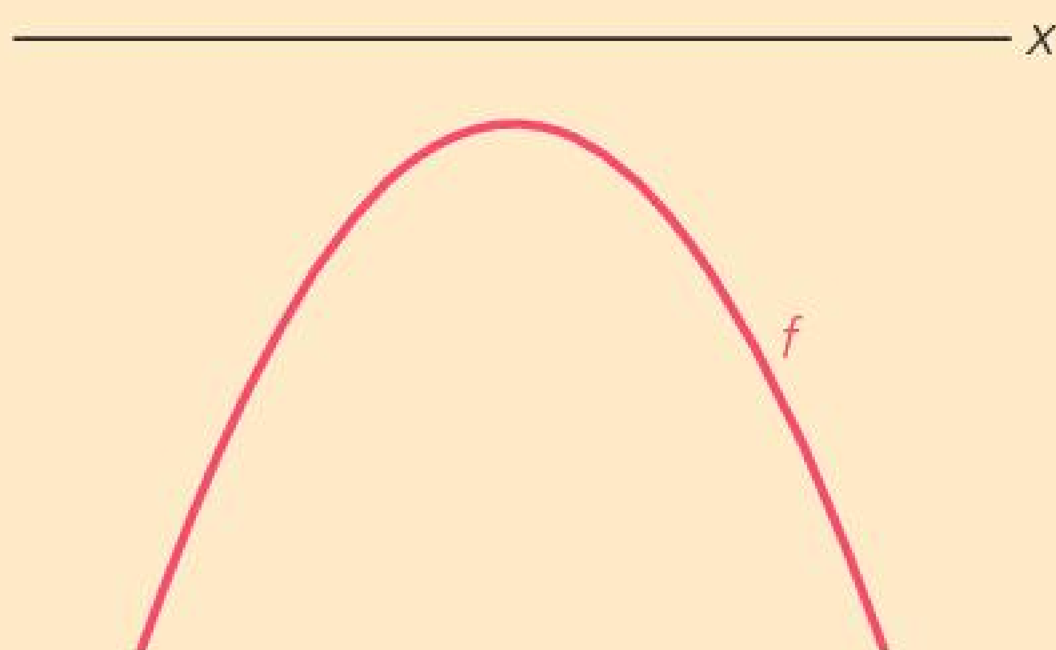
Theorie B [HAVO-B] Bijzondere oplossingen

Soms vind je geen oplossing van de vergelijking.
Dan heeft de grafiek geen snijpunten met de x-as.
De dalparabool ligt helemaal boven de x-as.
De ongelijkheid $f(x) > 0$ is waar voor elke x.
De ongelijkheid $f(x) < 0$ is voor geen enkele x waar en heeft dus geen oplossingen.

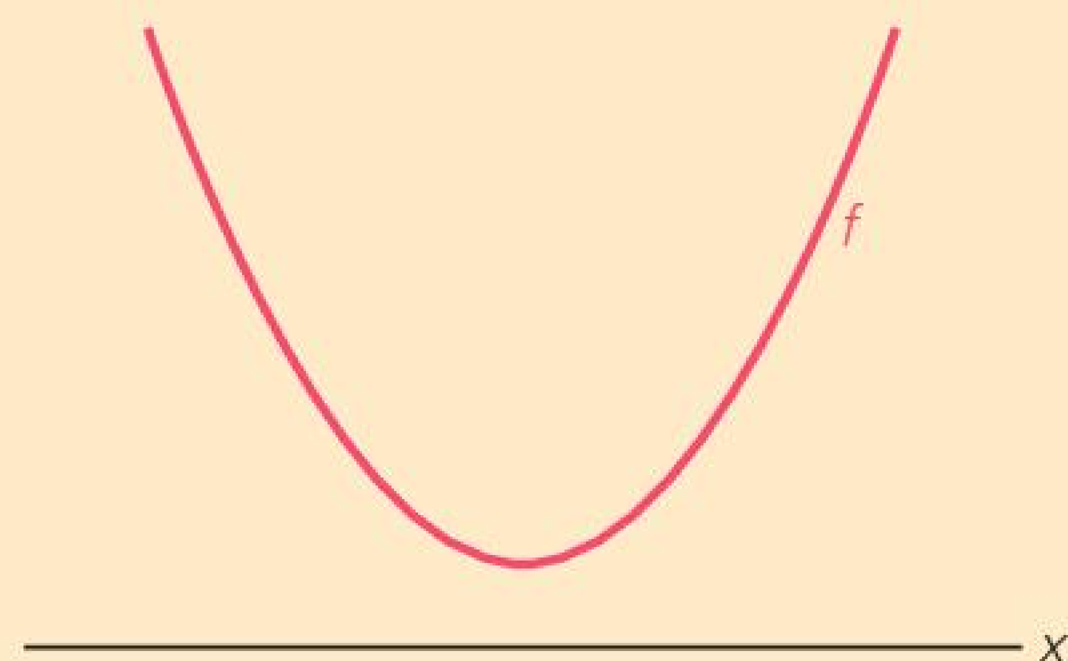


De bergparabool ligt helemaal onder de x-as
De ongelijkheid $g(x) > 0$ is voor geen enkele x waar en heeft dus geen oplossingen.





$f(x) < 0$ voor elke x
$f(x) > 0$ voor geen enkele x

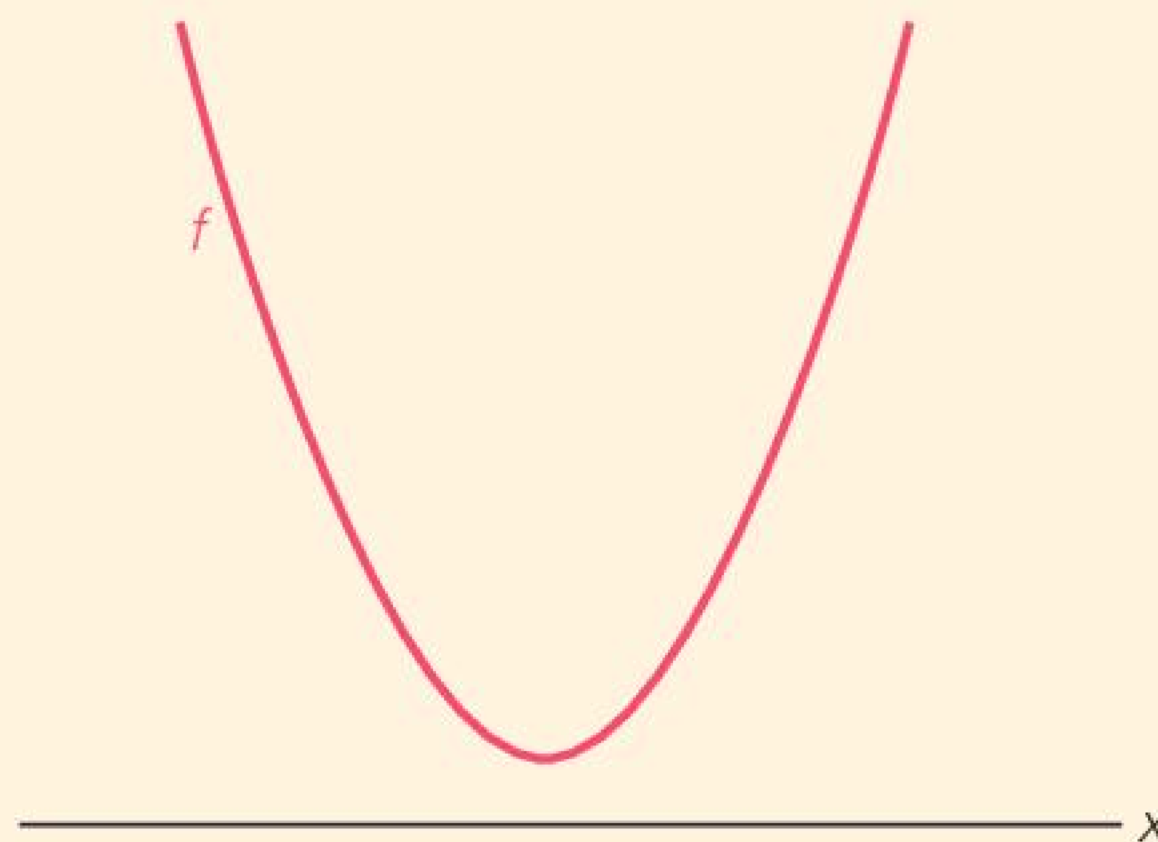


$f(x) < 0$ voor geen enkele x
$f(x) > 0$ voor elke x

© Noordhoff Uitgevers bv

Voorbeeld Bijzondere situaties

Opgave
In de figuur zie je de een schets van de grafiek f.
Los op
a $f(x) > 0$
b $f(x) < 0$

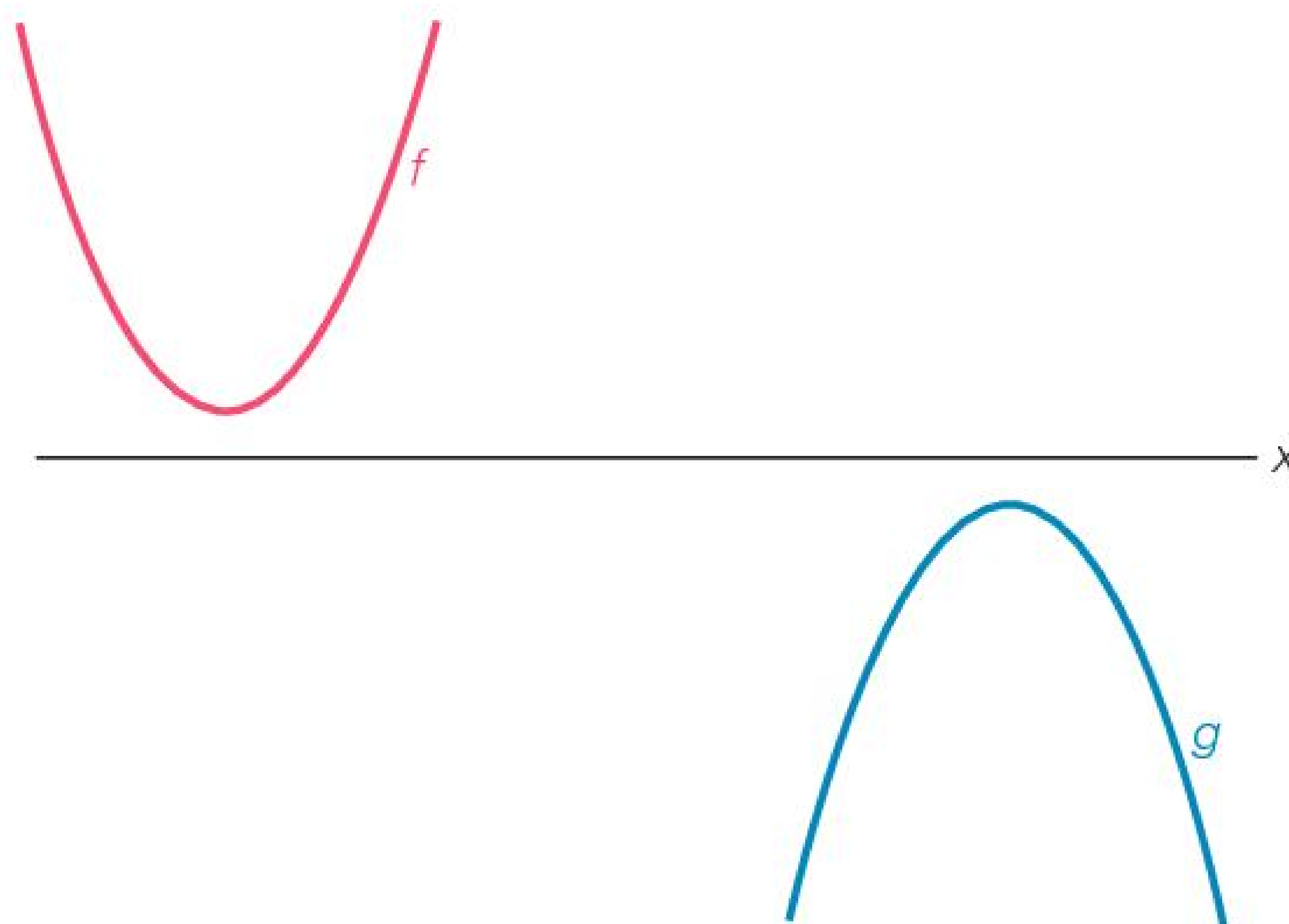


Uitwerking

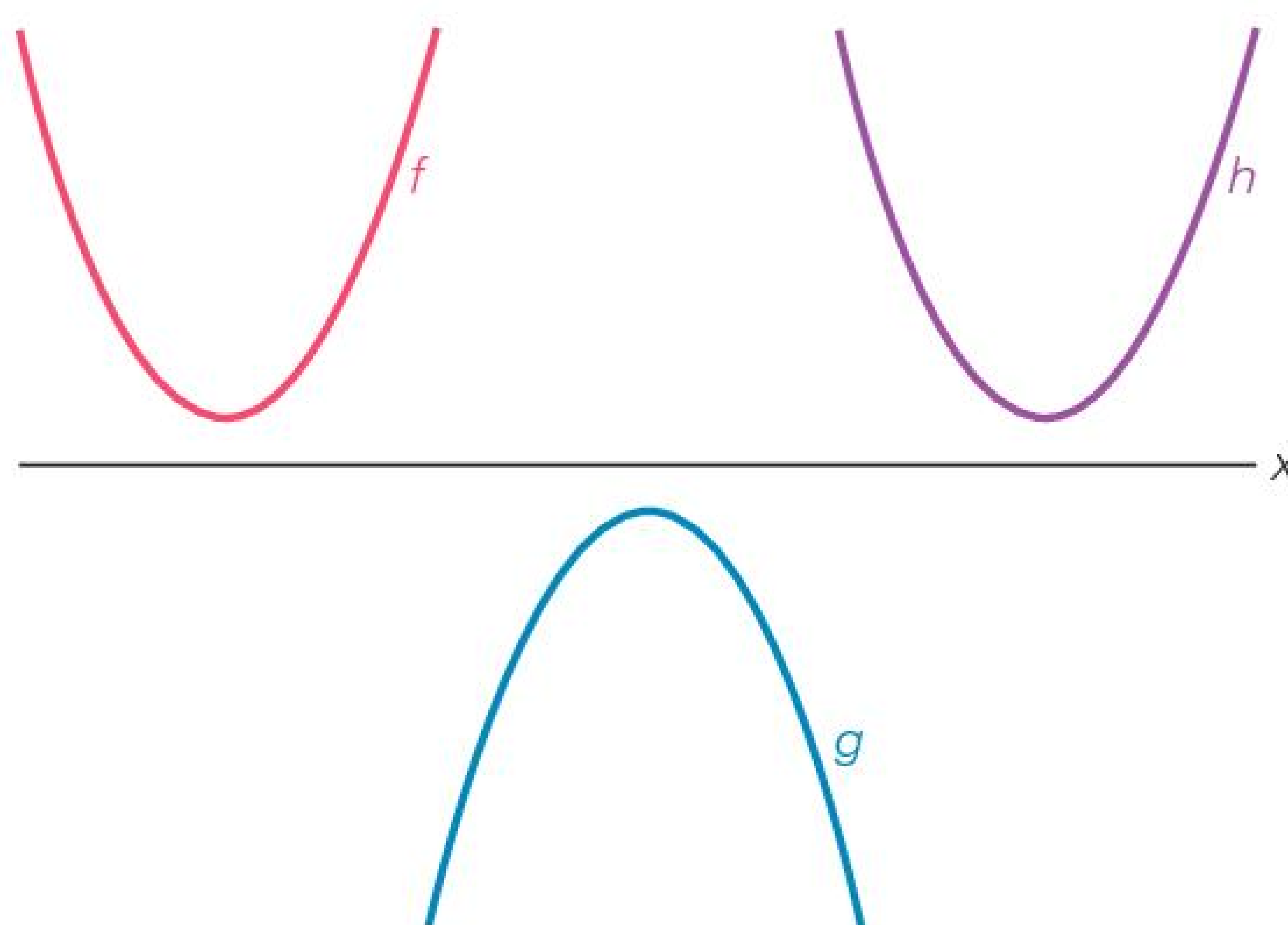
a $f(x) > 0$ voor elke x
b $f(x) < 0$ voor geen enkele x

Ongelijkheden

59 Zie de grafieken hiernaast. Los op.
a $f(x) > 0$
b $f(x) < 0$
c $g(x) > 0$
d $g(x) < 0$

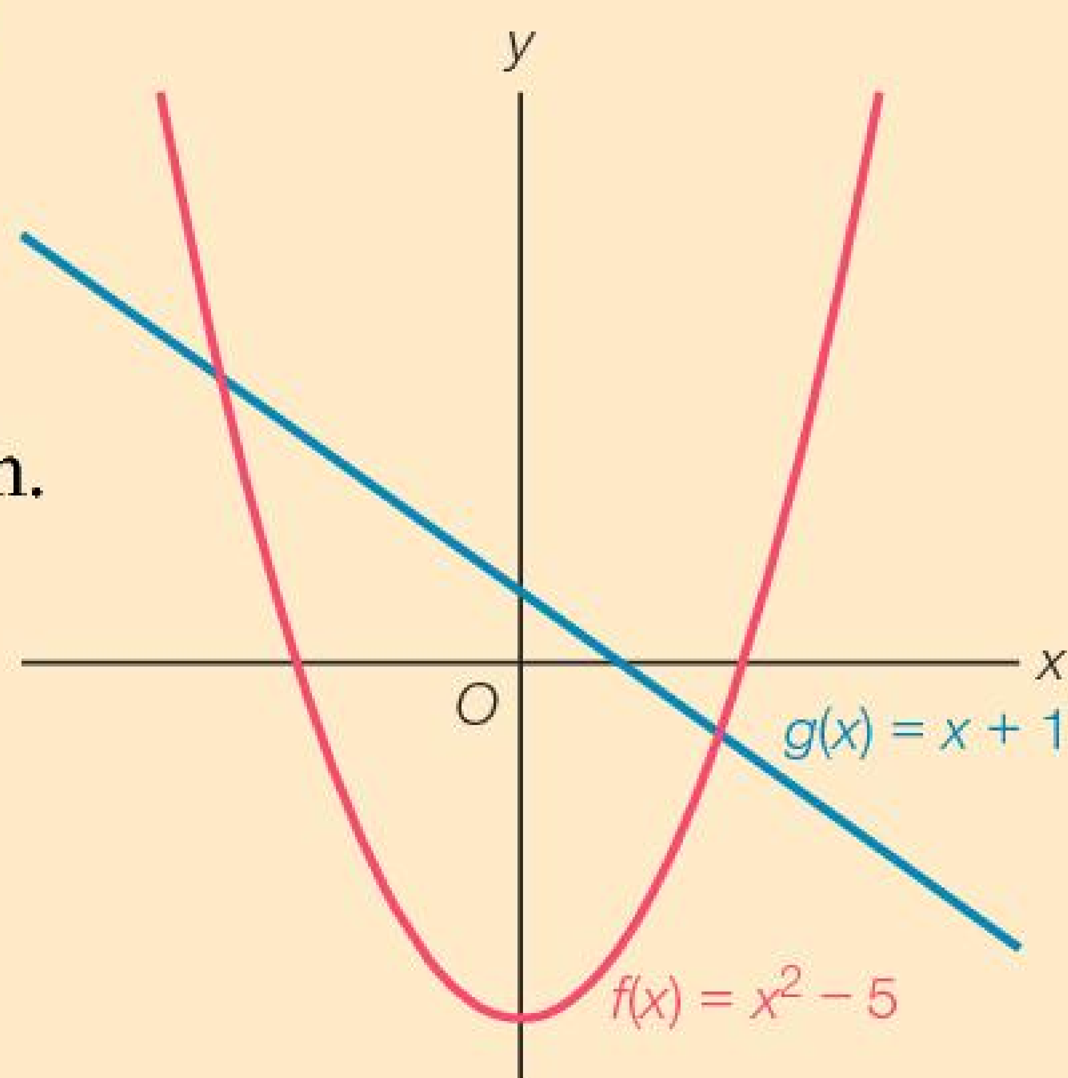


60 Zie de grafieken hiernaast. Los op.
a $g(x) > 0$
b $h(x) < 0$
c $f(x) > 0$
d $g(x) < 0$



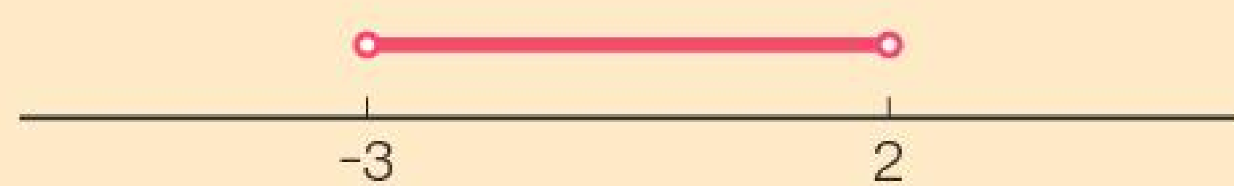
Theorie C [HAVO-B] Kwadratische ongelijkheden oplossen

De ongelijkheid $x^2 - 5 < -x + 1$ is een voorbeeld van een **kwadratische ongelijkheid**. Bij het oplossen gebruik je een schets van de grafieken van $f(x) = x^2 - 5$ en $g(x) = -x + 1$.
Het oplossen van $x^2 - 5 < -x + 1$ gaat in drie stappen.



1 Los de vergelijking $x^2 - 5 = -x + 1$ op.
$x^2 - 5 = -x + 1$
$x^2 + x - 6 = 0$
$(x + 3)(x - 2) = 0$
$x + 3 = 0 \vee x - 2 = 0$
$x = -3 \vee x = 2$

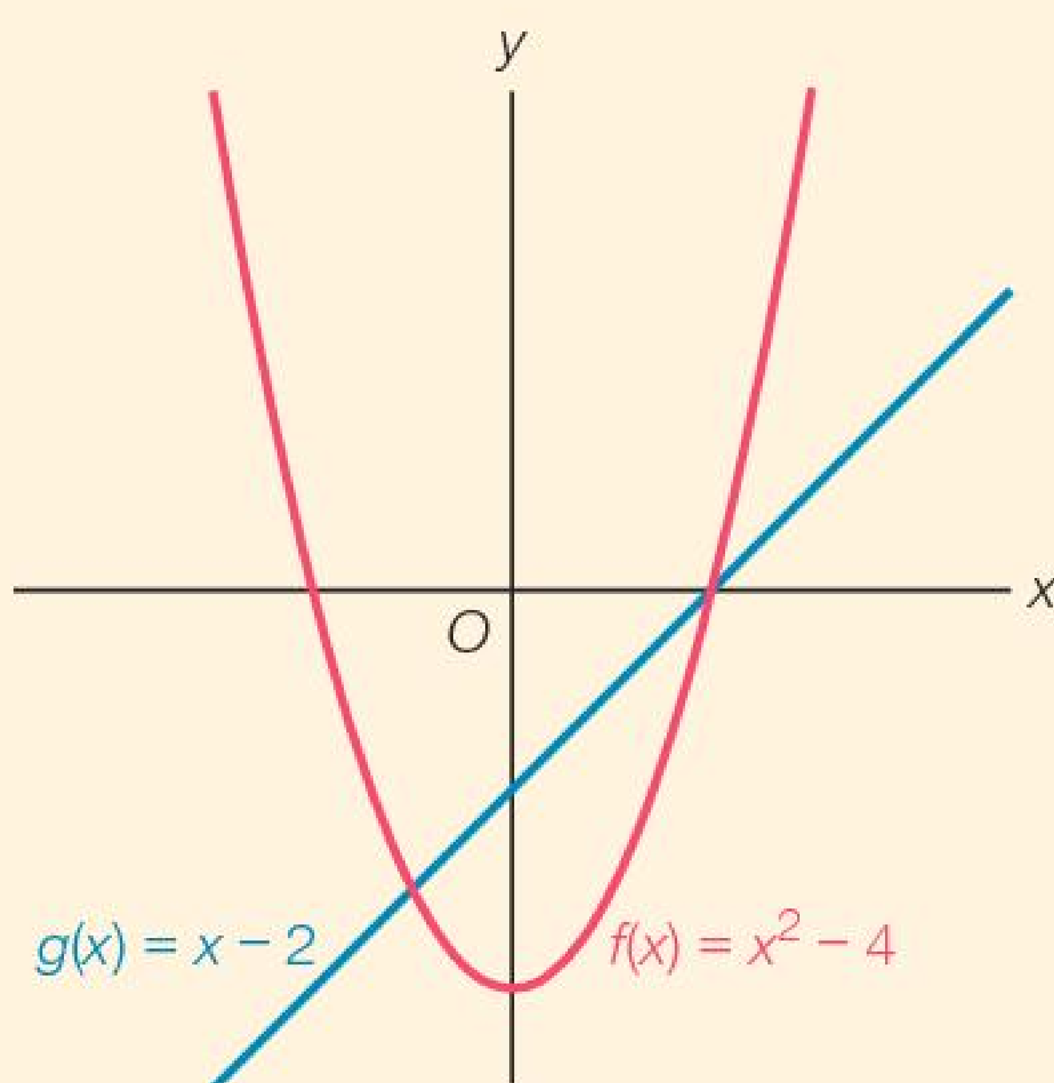
2 Lees uit de figuur de oplossingen van de ongelijkheid $x^2 - 5 < -x + 1$
af, en geef deze aan op een getallenlijn.



3 Schrijf de oplossing van de ongelijkheid op.
$x^2 - 5 < -x + 1$ geeft $-3 < x < 2$

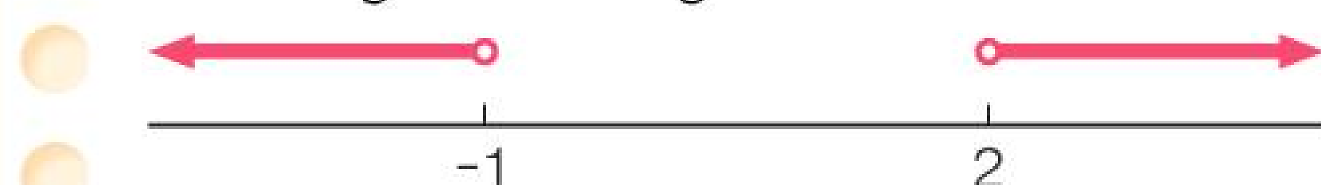
Voorbeeld Kwadratische ongelijkheid oplossen

Opgave
Los op. Gebruik de grafieken.
$x^2 - 4 > x - 2$



Uitwerking
$x^2 - 4 = x - 2$
$x^2 - x - 4 + 2 = 0$
$x^2 - x - 2 = 0$
$(x - 2)(x + 1) = 0$
$x - 2 = 0 \vee x + 1 = 0$
$x = 2 \vee x = -1$

Uit de grafiek volgt



$x^2 - 4 > x - 2$ geeft $x < -1 \vee x > 2$

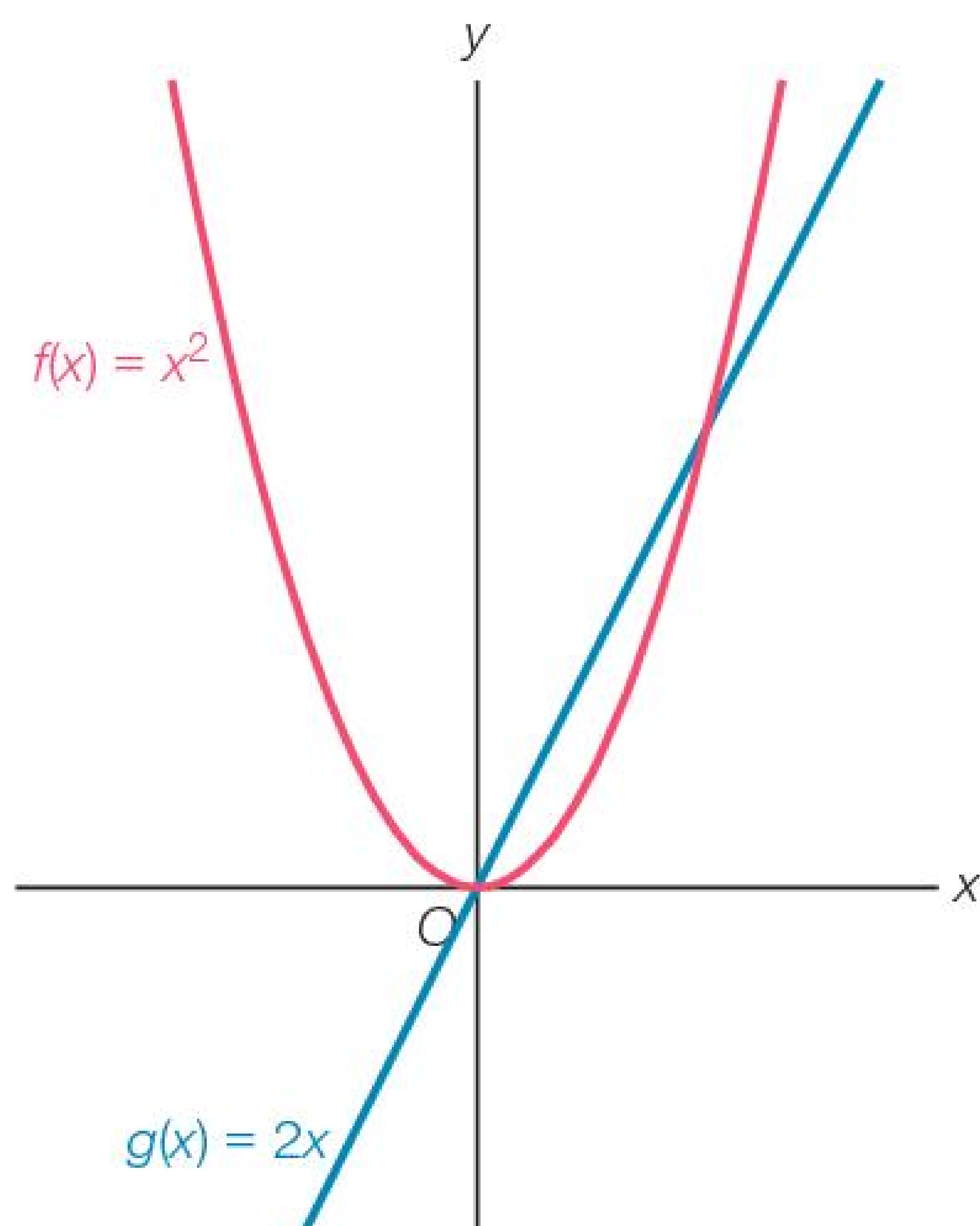
© Noordhoff Uitgevers bv

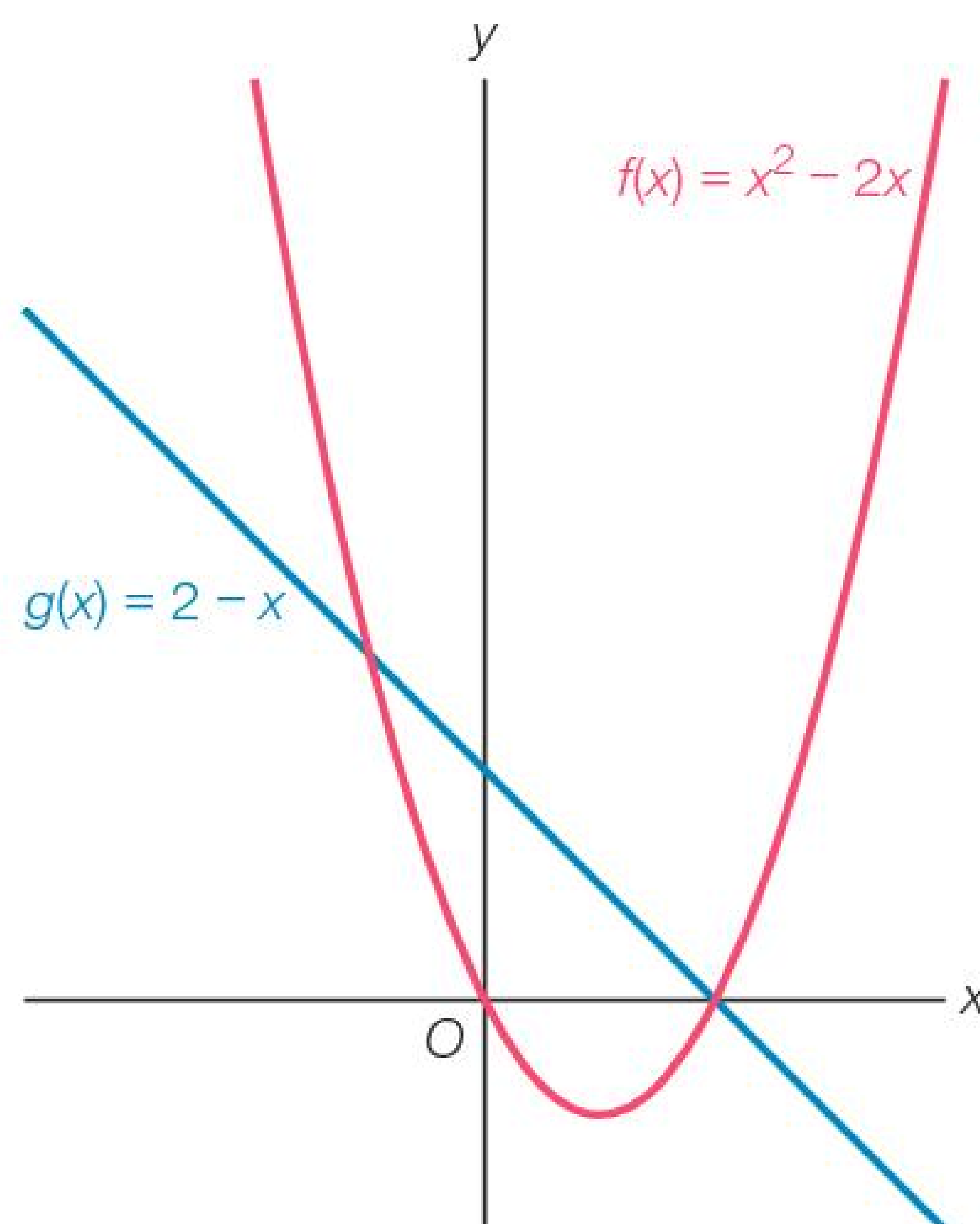
B

61 Los op. Gebruik de grafieken.

a $x^2 > 2x$

b $x^2 - 2x < 2 - x$



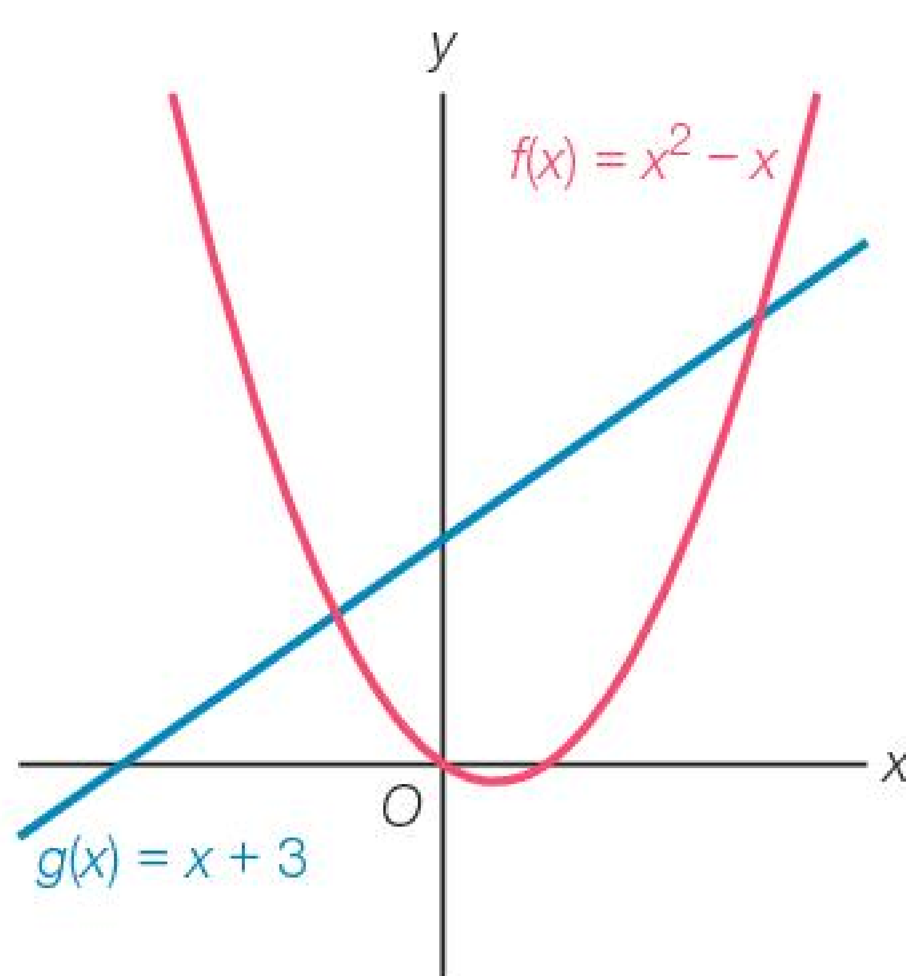


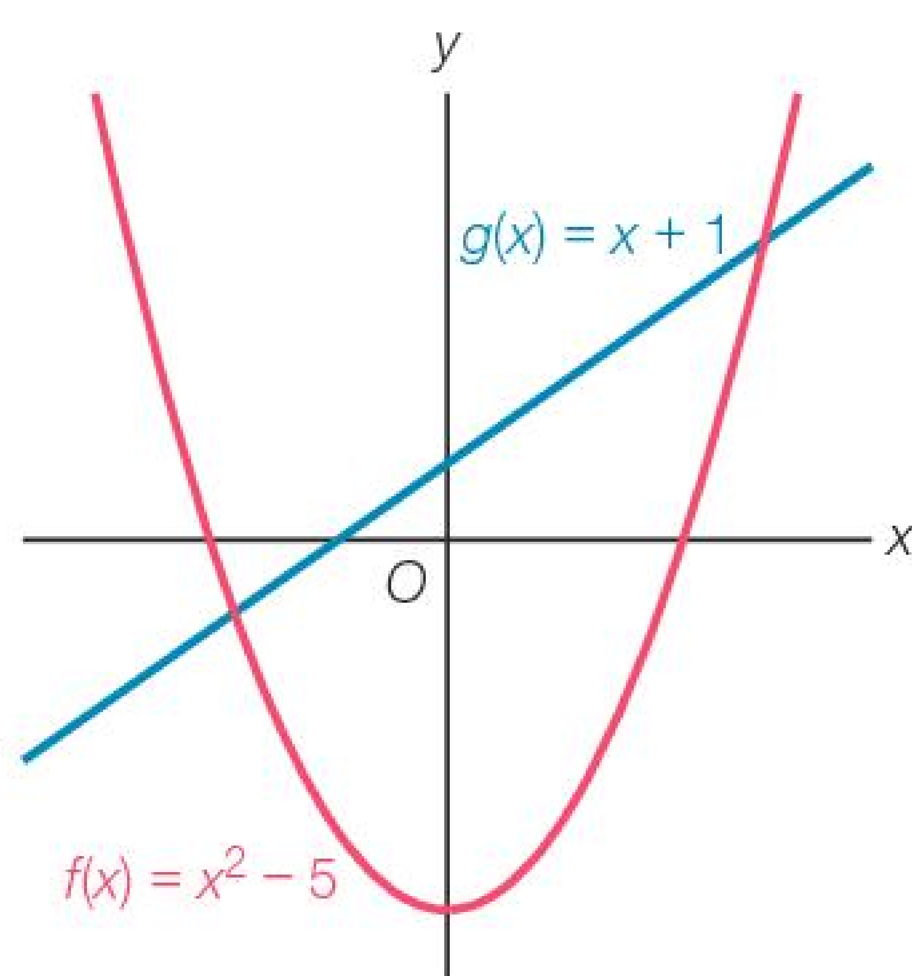
62 Los op. Gebruik de grafieken.

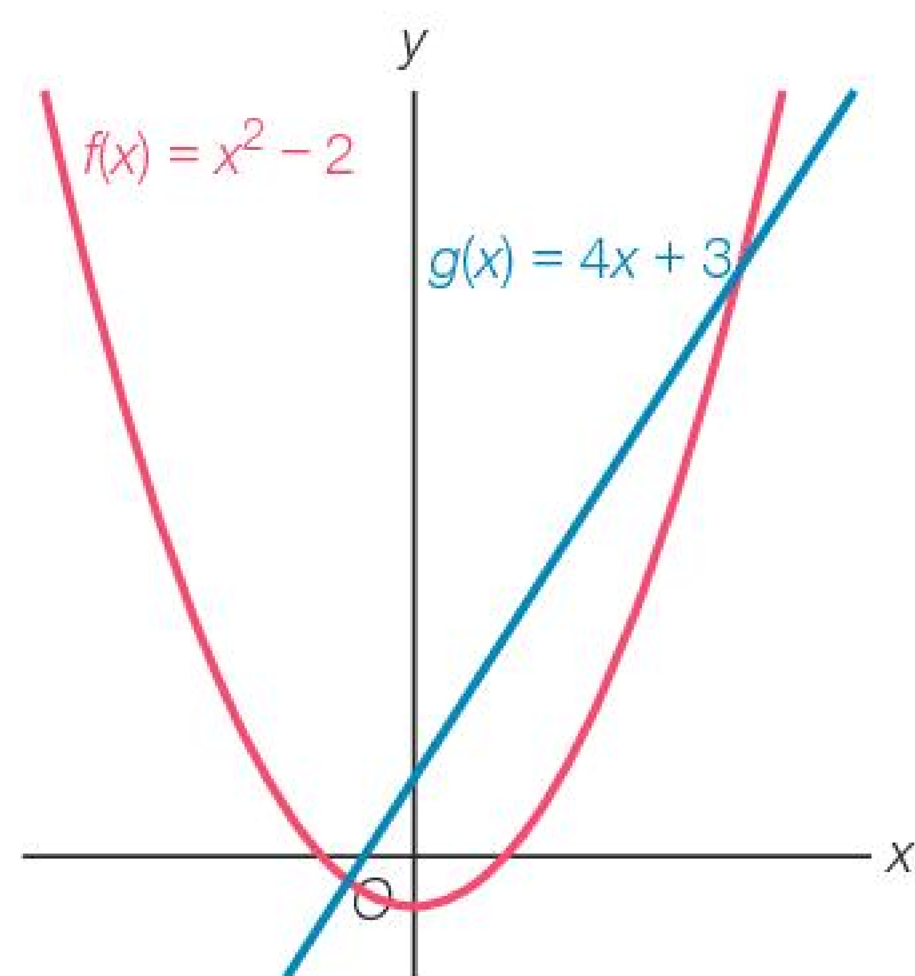
a $x^2 - x > x + 4$

b $x^2 - 5 < x + 1$

c $x^2 - 2 > 4x + 3$







B

Woordenlijst

- $f(x) > 0$
- $f(x) < 0$
- kwadratische ongelijkheden

qWistig

Soms doe je wiskunde puur voor je plezier. Omdat je het interessant of uitdagend vindt. Of omdat je graag puzzels oplost of knutselt. In qWistig vind je een aantal van zulke opdrachten en puzzels. Je hebt er niet de wiskunde uit het boek bij nodig, maar toch zit er iets wiskundigs in.

Welke puzzels kun jij oplossen? En welke opdrachten dagen jou uit? Alle opdrachten hebben een nummer, maar dat betekent niet dat je ze in die volgorde hoeft te maken. Veel plezier!

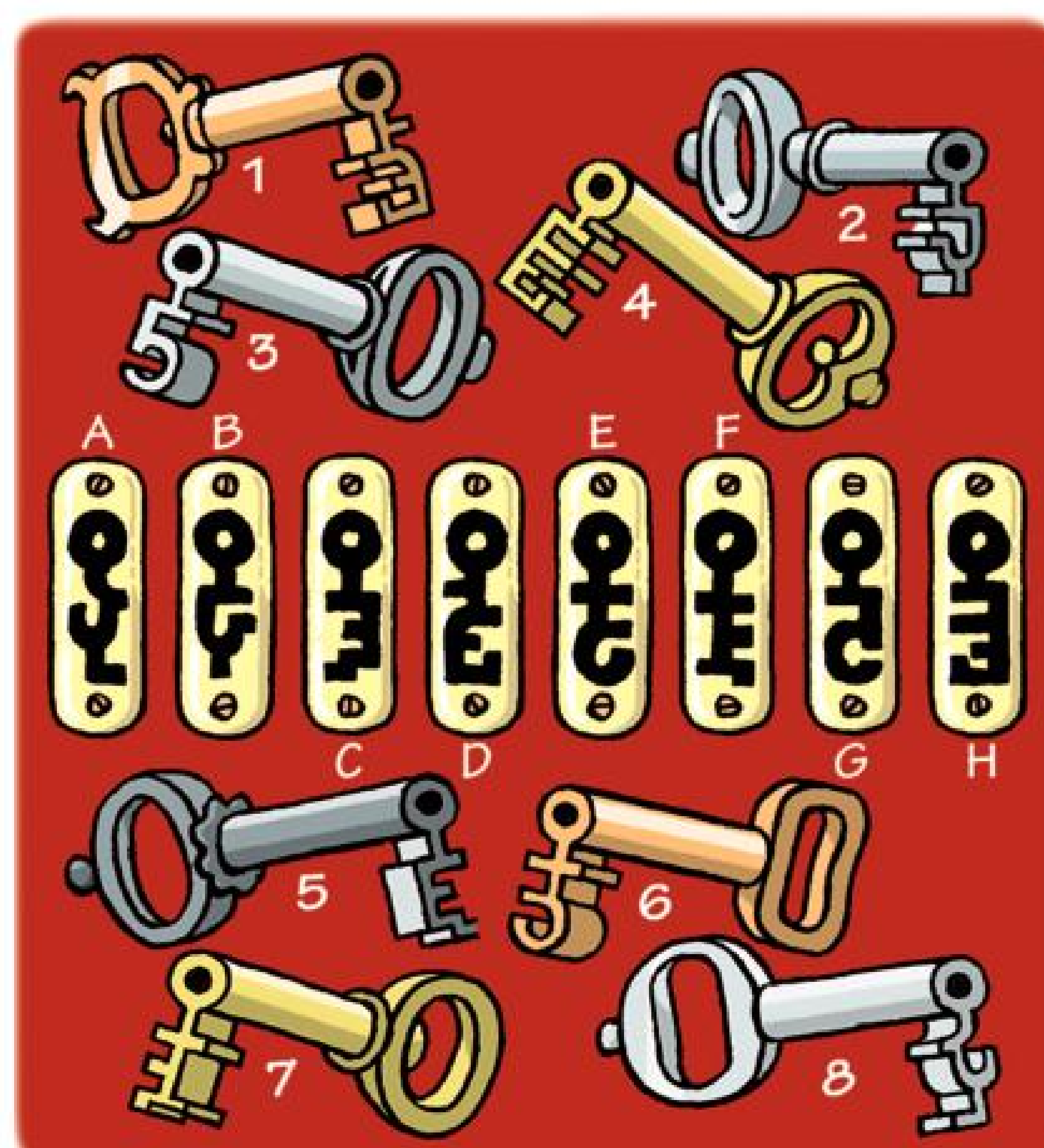
q

© Noordhoff Uitgevers bv



1 Welke sleutel past in welk sleutelgat

In een bak liggen alle sleutels door elkaar. Het valt niet mee om dan de juiste sleutel te pakken. Thuis kun je ze allemaal proberen natuurlijk. Maar door goed kijken lukt het ook wel.
Welke sleutel past in welk sleutelgat?



2 IQ-vragen

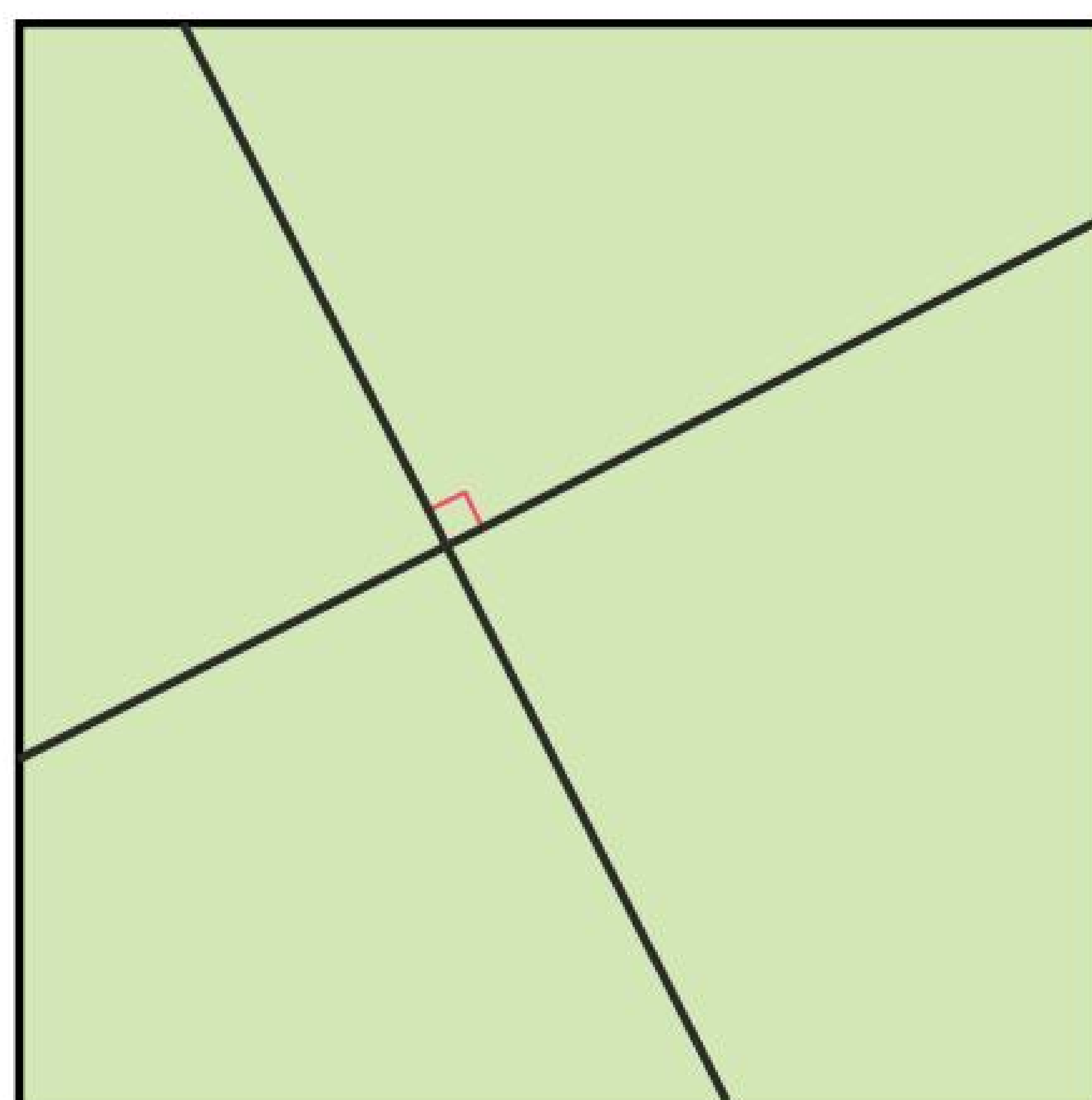
a Welk getal komt op de plaats van het vraagteken?
4 – 9 – ? – 25

b Vul een woord in dat met het eerste woord samen een nieuw woord vormt, maar ook met het tweede woord.
bak......pad

c Welk getal komt op de plaats van het vraagteken?
46 – 22 – 10 – 4 – ?

3 Geduldpuzzel

- Knip uit karton een vierkant met zijden van 8 cm.
- Teken twee schuine lijnen in het vierkant die loodrecht op elkaar staan. Het snijpunt mag niet in het midden liggen.
- Knip het vierkant langs de lijnen door.

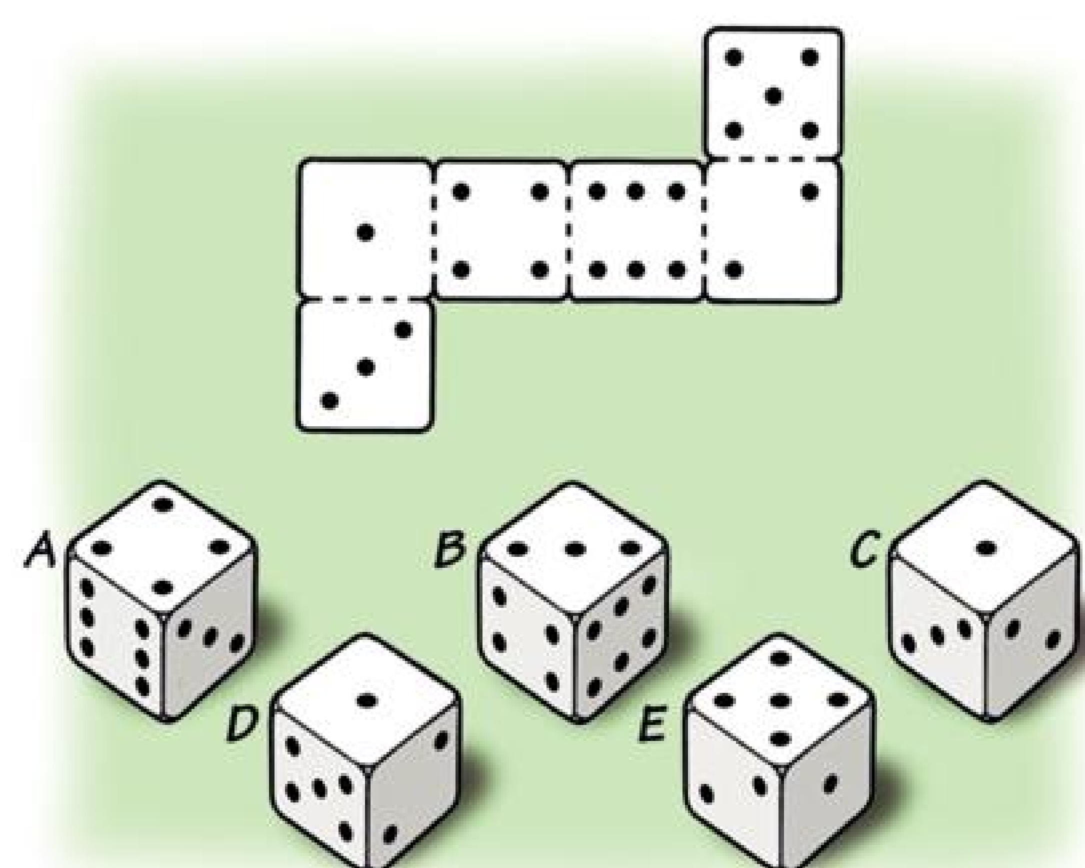


Nu heb je een puzzel van vier stukjes. Gek genoeg is het helemaal niet zo eenvoudig er weer een vierkant van te maken!

© Noordhoff Uitgevers bv

4 Dobbelsteen

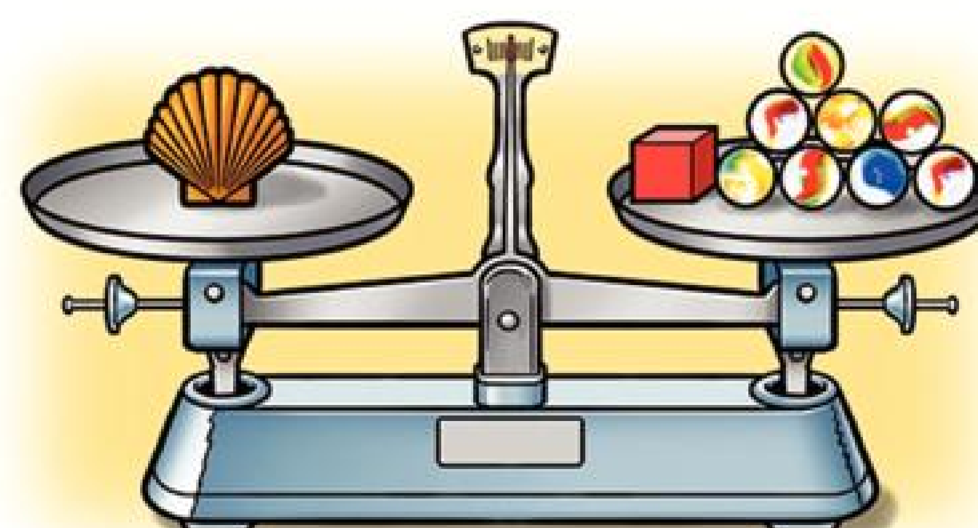
Welke dobbelsteen is gemaakt van de uitslag?



5 Weegschalen

Hoeveel knikkers zijn er nodig om de onderste weegschaal in evenwicht te houden?



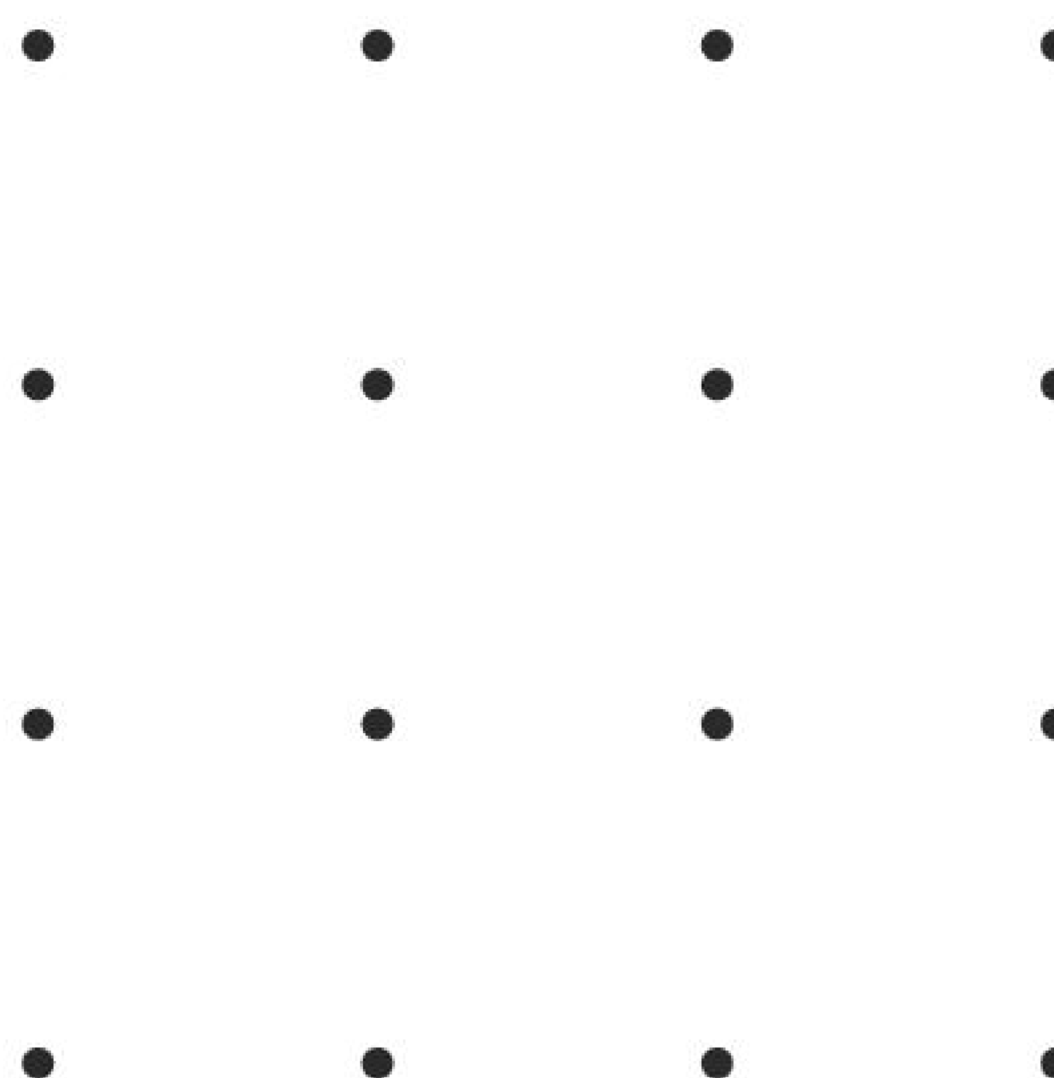




6 Punten en lijnen

[▸ WERKBOEK]

Hoe verbind je met zes rechte lijnen alle punten met elkaar, zonder je pen van het papier te halen?



7 Optelsom

[▶ 📖 WERKBOEK]

Vul op de stippen de cijfers 0 tot en met 9 in.
Gebruik alle cijfers een keer.
De optelsom moet kloppen.

	•	•	•
	•	•	• +
•	•	•	•

8 Cijferen

Schrijf de cijfers 1 tot en met 9 achter elkaar op papier.
Zet er bewerkingstekens + − × : tussen zodat het samen 100 is.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 = 100

9 Huisdier

Witte honden eten meer dan witte katten, zwarte honden eten meer dan witte honden, zwarte honden eten minder dan zwarte katten.
Welk huisdier eet het minst en is dus het goedkoopst?



10 Welke dag?

Vandaag is het woensdag.
Welke dag is het over 100 dagen?

11 Logisch

De rij getallen hieronder zit logisch in elkaar. Wat is het volgende getal?

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

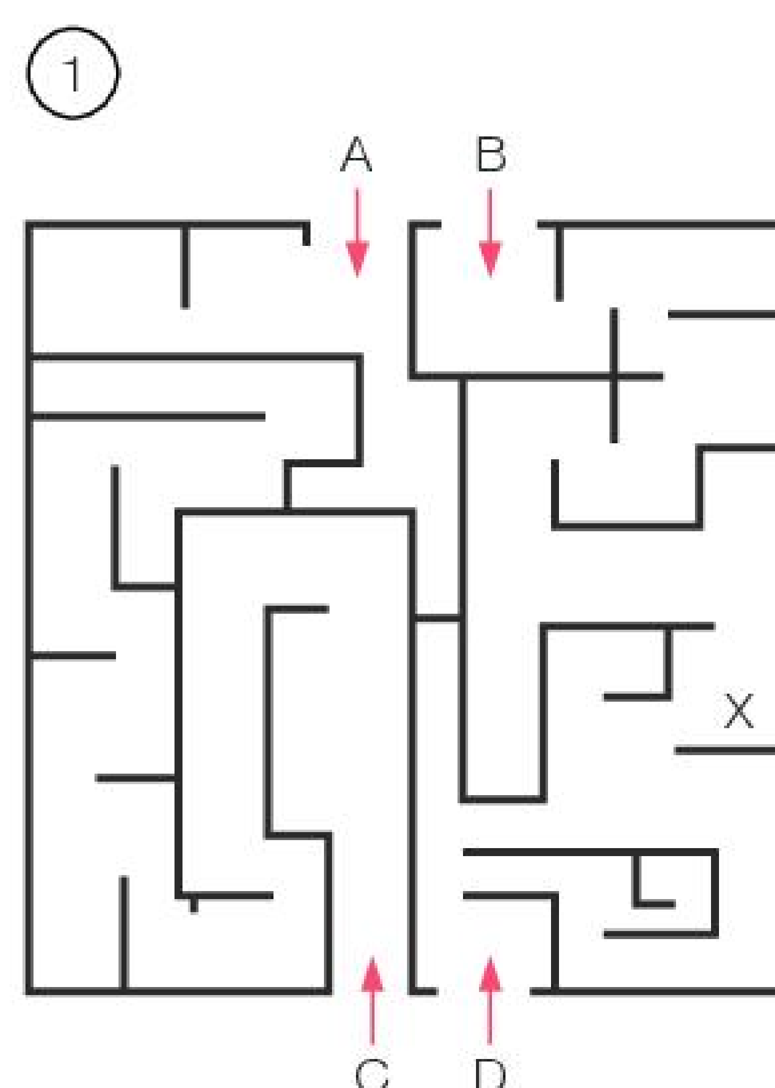
© Noordhoff Uitgevers bv

12 Doolhoven

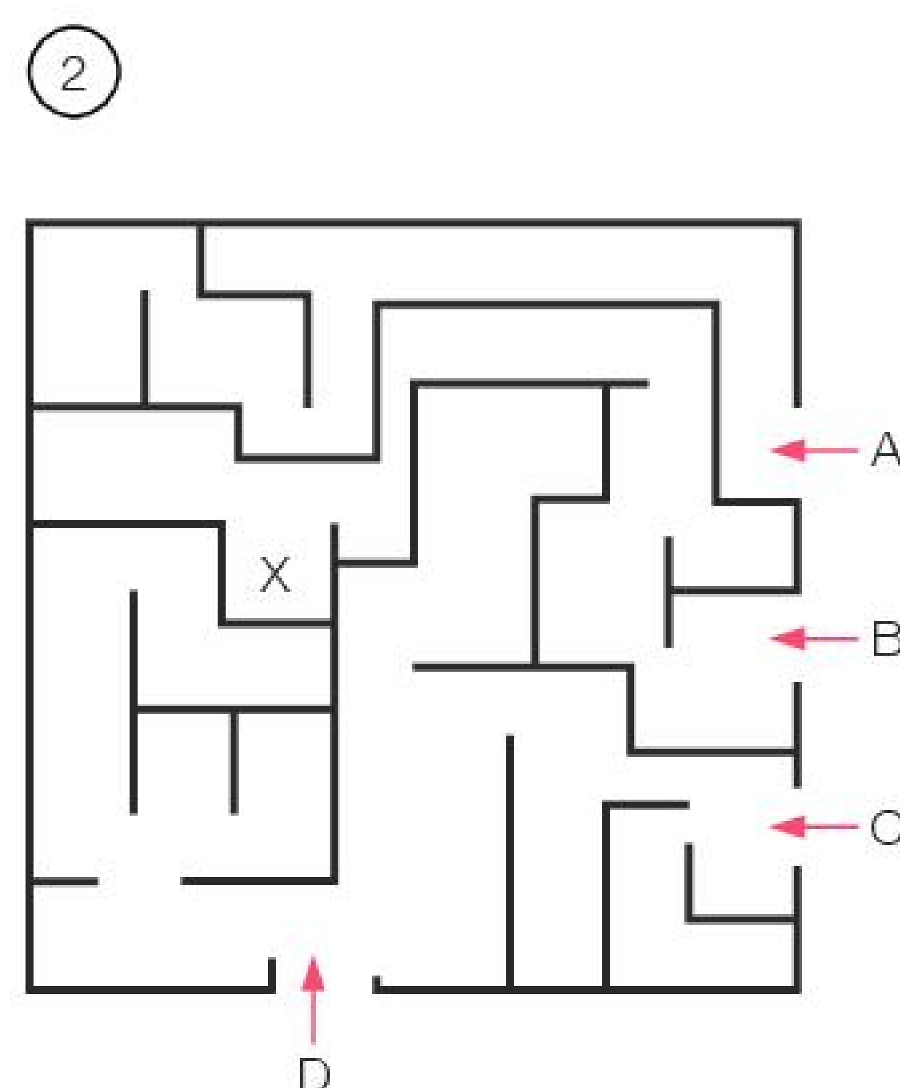
[▶ WERKBOEK]

Bij de vier doolhoven gaat het erom hoe snel je het antwoord vindt. Maak er een wedstrijd van met een klasgenoot, of noteer per doolhof de tijd die je nodig hebt.

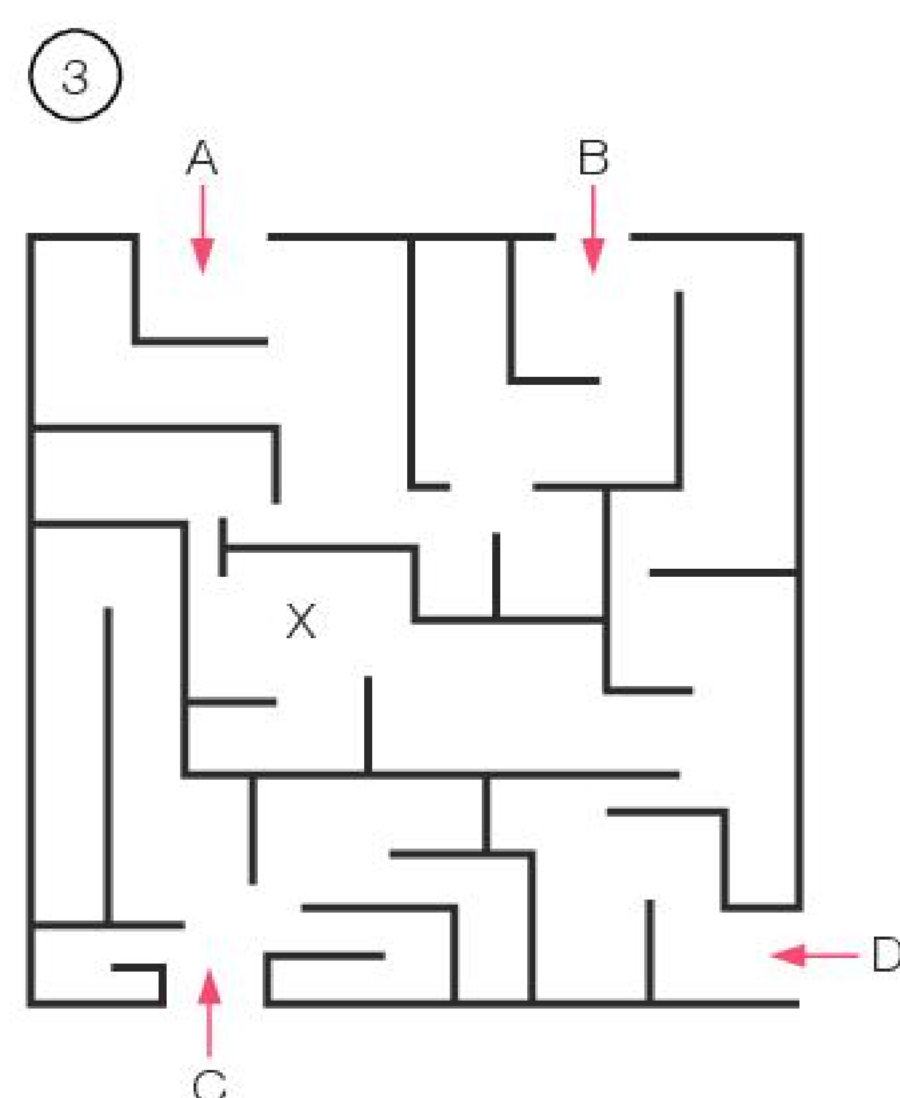
doolhof 1
Welke twee ingangen kun je gebruiken om bij het kruisje te komen?



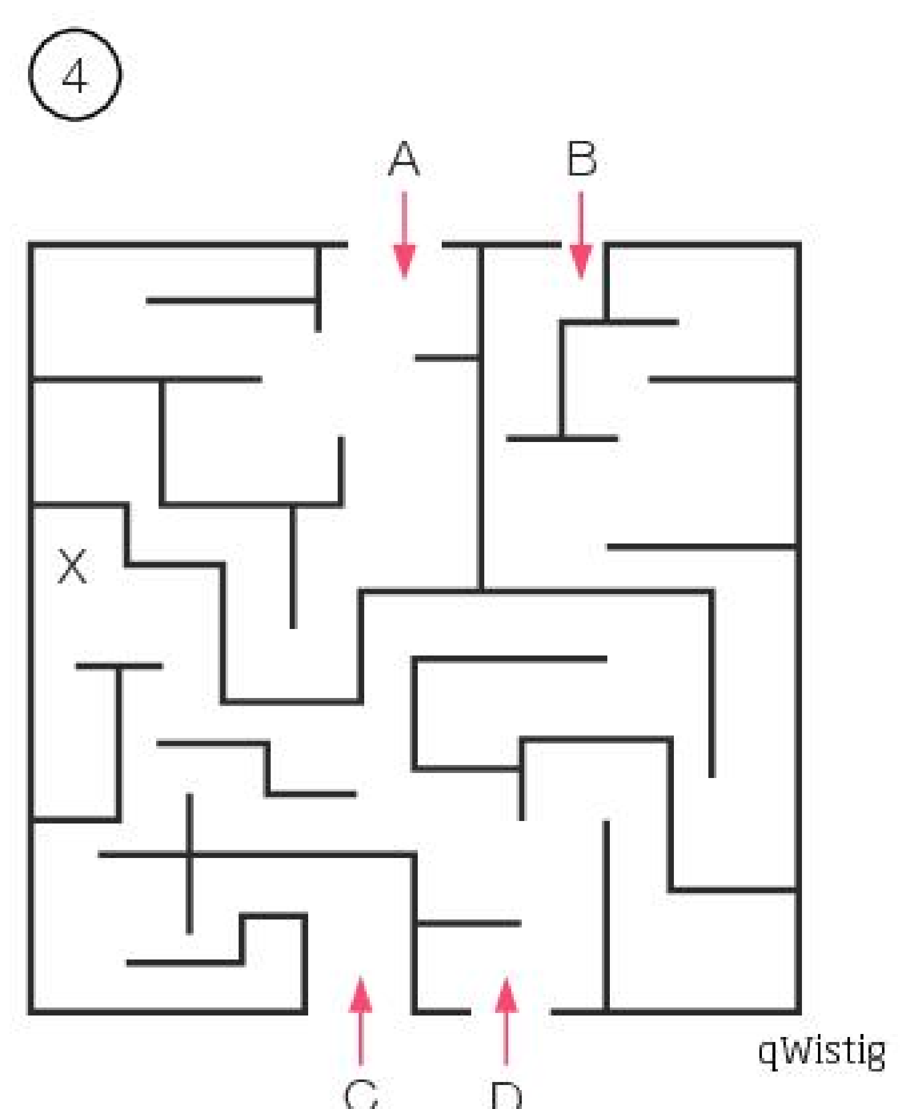
doolhof 2
Welke ingang moet je nemen om bij het kruisje te komen?



doolhof 3
Met welke ingang kom je *niet* bij het kruisje?



doolhof 4
Welke ingang heeft de *kortste* route naar het kruisje?



© Noordhoff Uitgevers bv

13 Centimetergolf

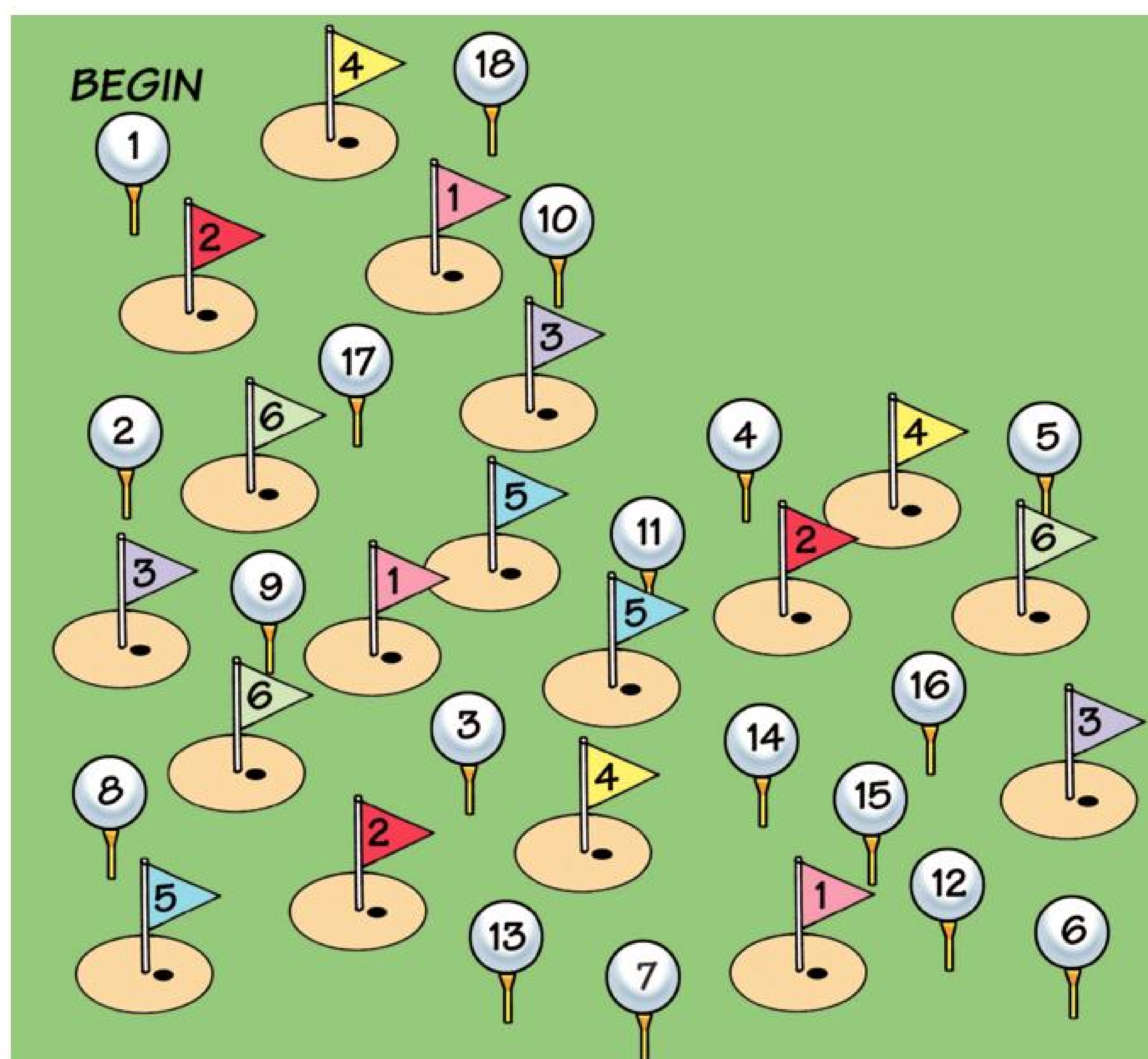
[▶ WERKBOEK]

Centimetergolf is een spel voor twee spelers. Je hebt een dobbelsteen en een liniaal nodig. Gebruik de figuur in je werkboek.

Je begint bij ①.
Speler 1 gooit de dobbelsteen. Stel hij gooit een 3. Hij trekt dan een rechte lijn van tee 1 naar een vlag met een 3 erop. Dat is hole 3. Die lijn wordt opgemeten.
Rond af op hele centimeters en schrijf de score in de scorelijst.
Dan is speler 2. Die gooit ook, trekt zijn lijn vanaf tee 1, en schrijft zijn score in de scorelijst.

Daarna vanaf ②. Nu mag speler 2 eerst.
Je mag niet twee keer een lijn trekken naar dezelfde hole.

Als je geen vrije hole kun vinden zet je een streepje bij je score voor die tee.
De winnaar is degene met het hoogste totaal na 18 holes.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	totaal
score speler 1																			
score speler 2																			

 © Noordhoff Uitgevers bv

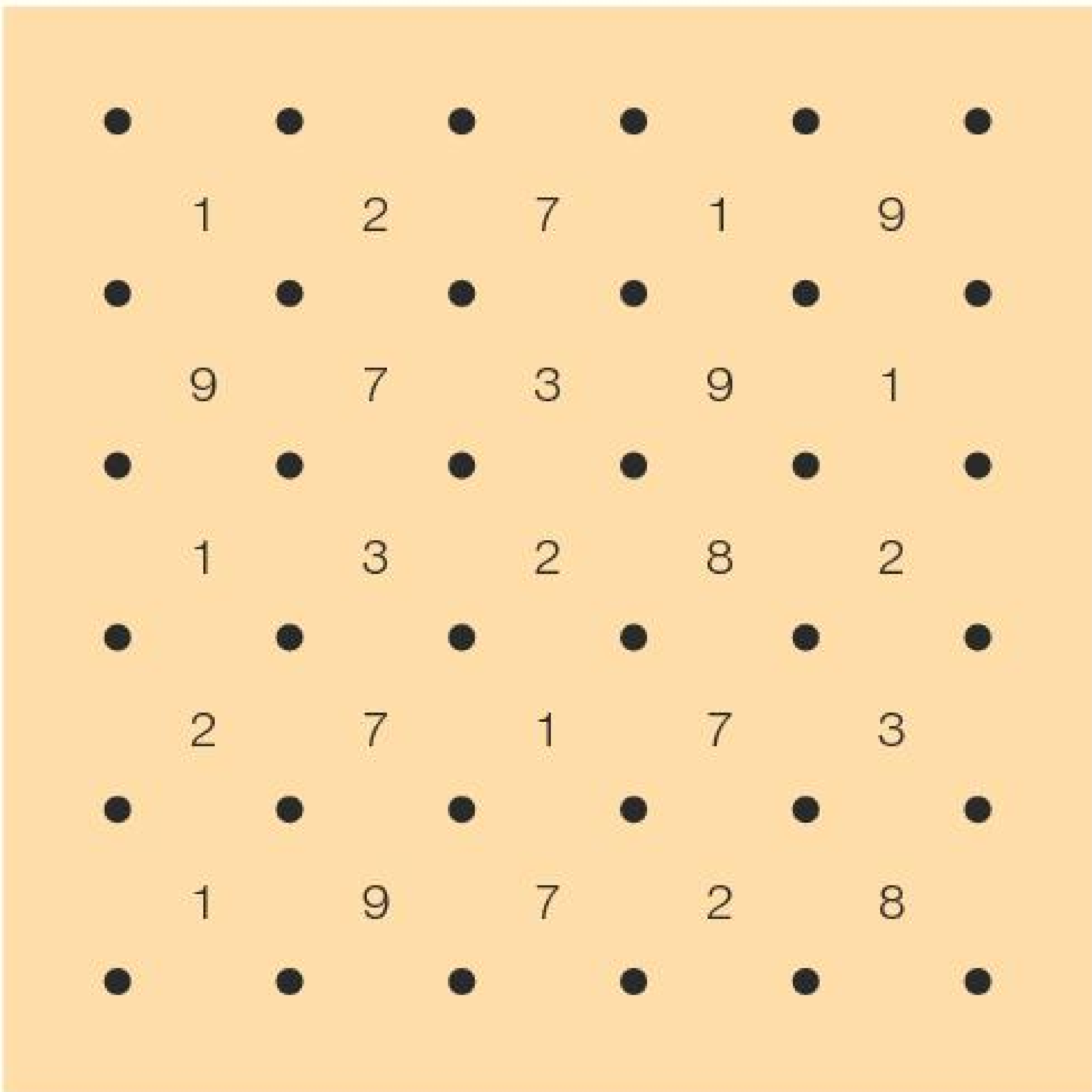
14 Kamertje verhuren

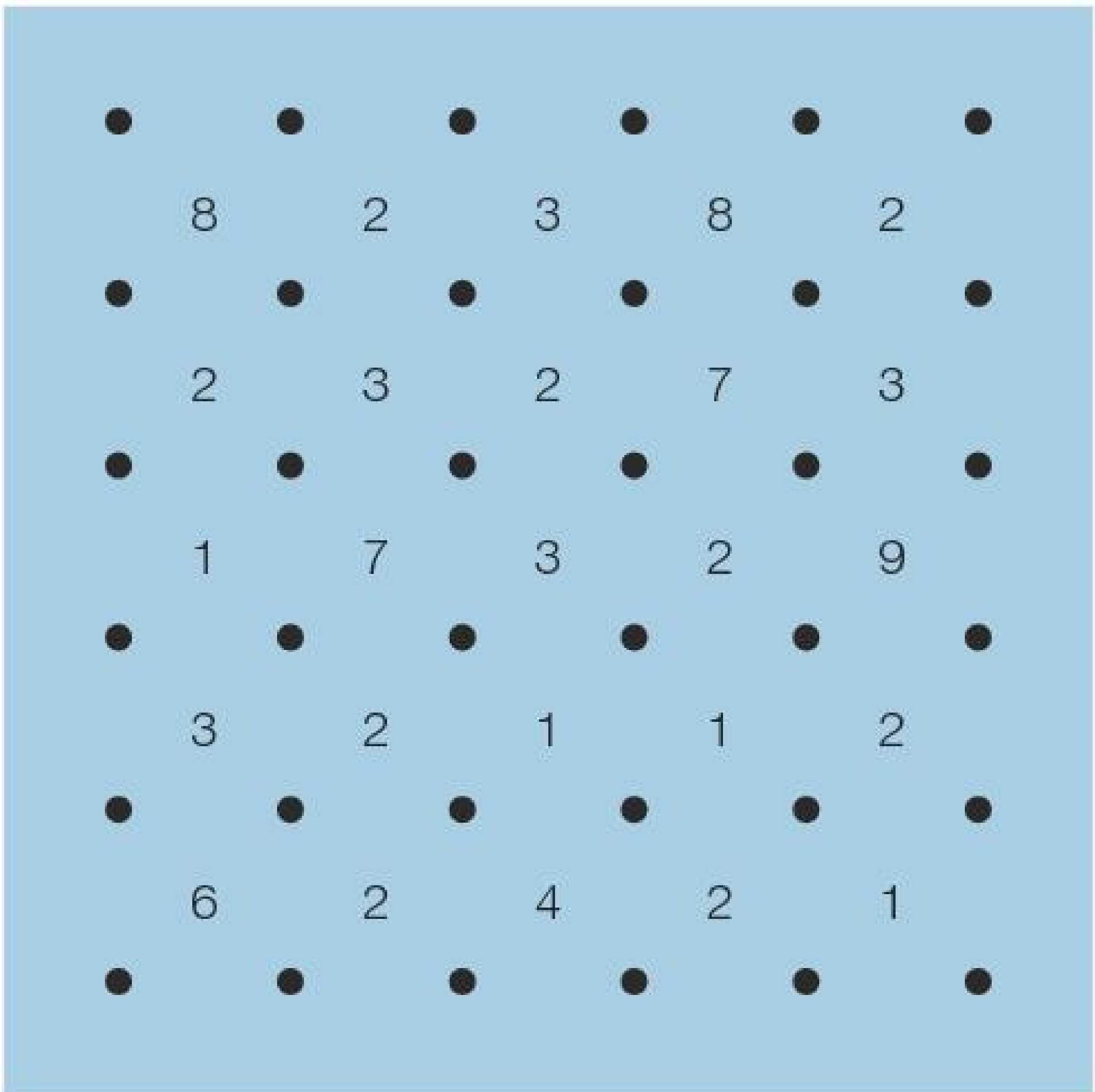
[WERKBOEK]

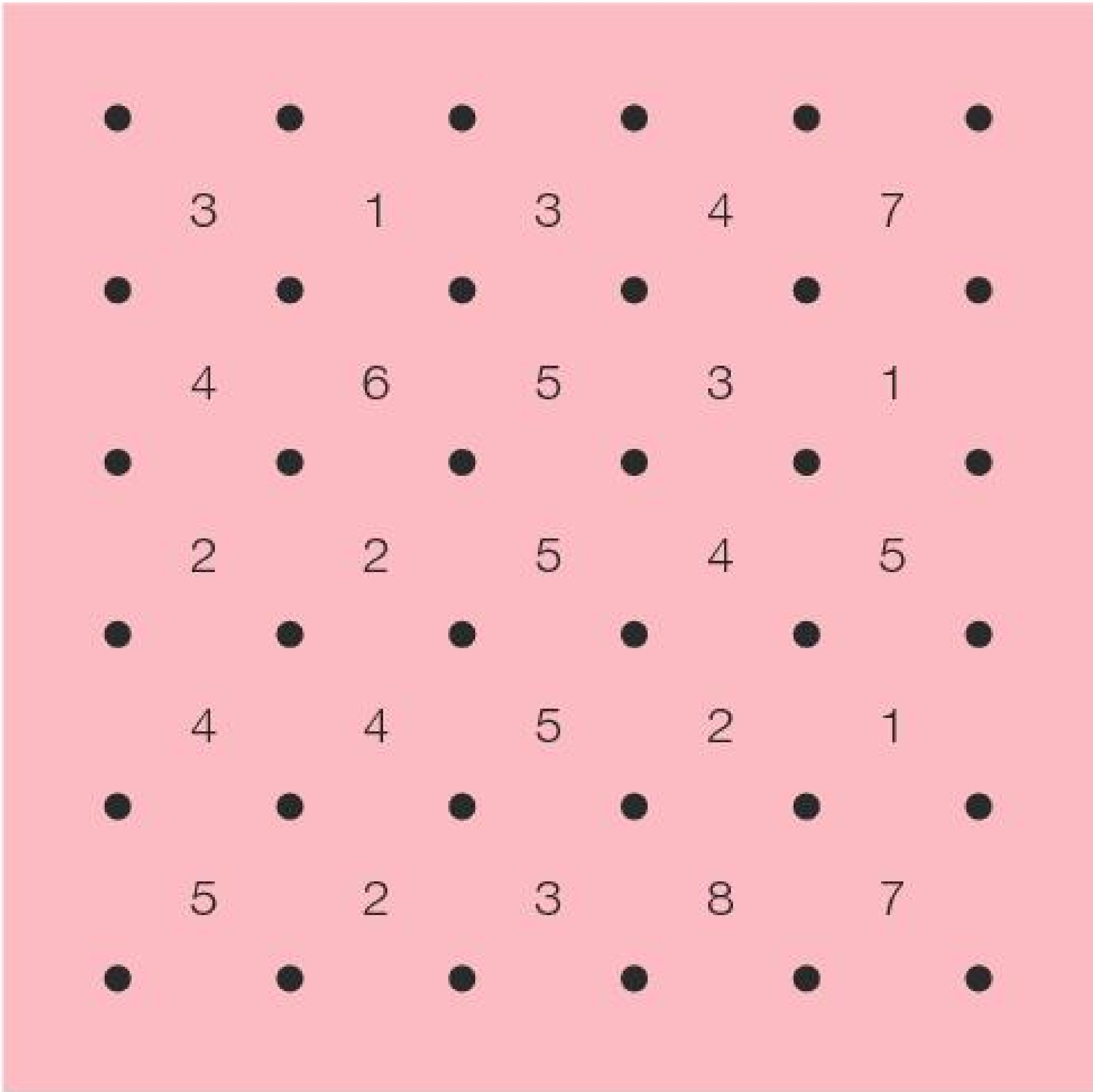
Spel voor twee personen

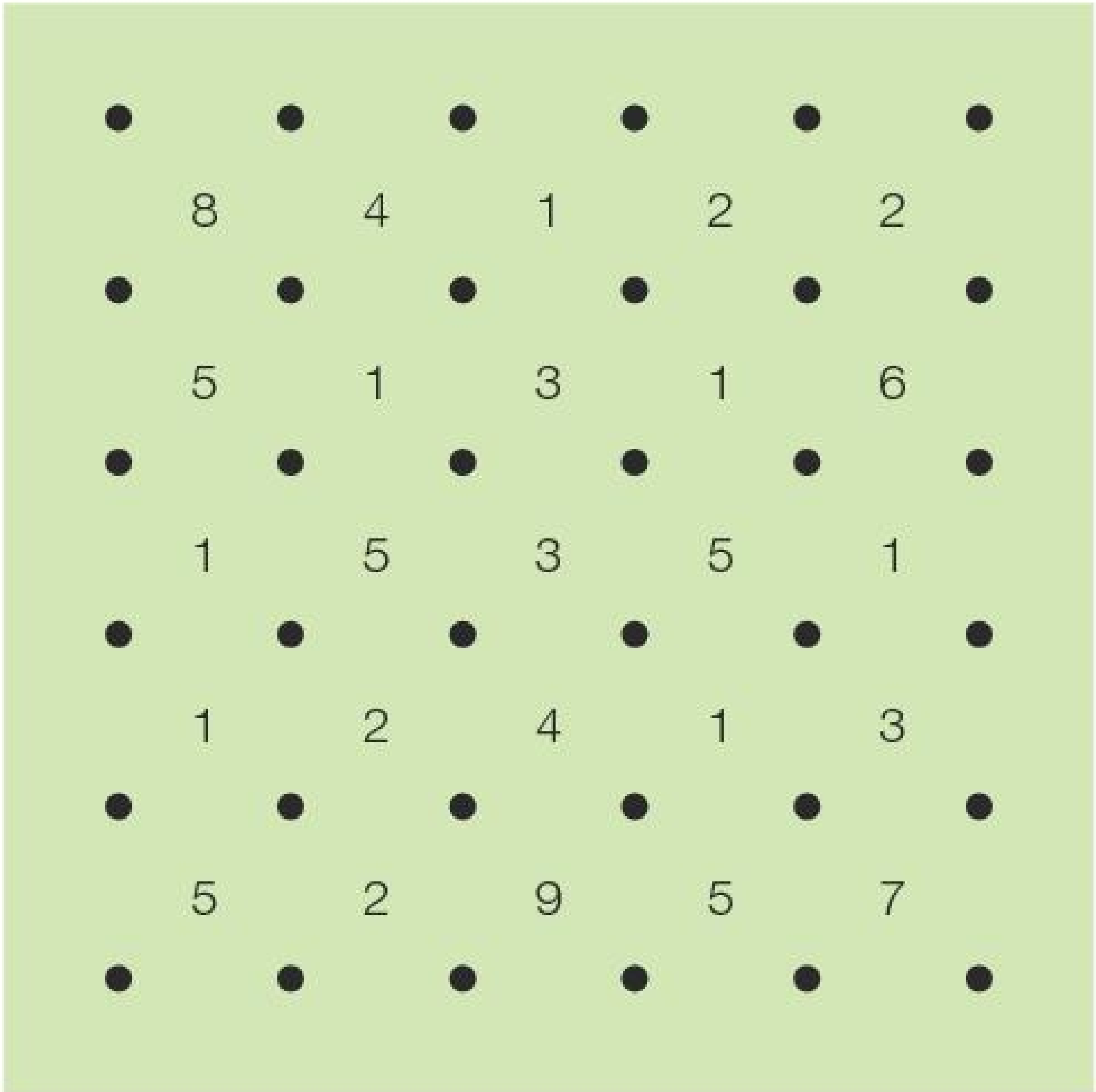
- Teken om de beurt een horizontaal of verticaal lijntje tussen twee punten.
- Als jouw lijntje een hokje dicht maakt zijn de punten die erin staan voor jou. Je mag dan meteen nog een lijntje zetten.
- Als alle punten verbonden zijn tel je de punten op. De speler met de meeste punten wint.

Score spel 1	
speler 1	speler 2





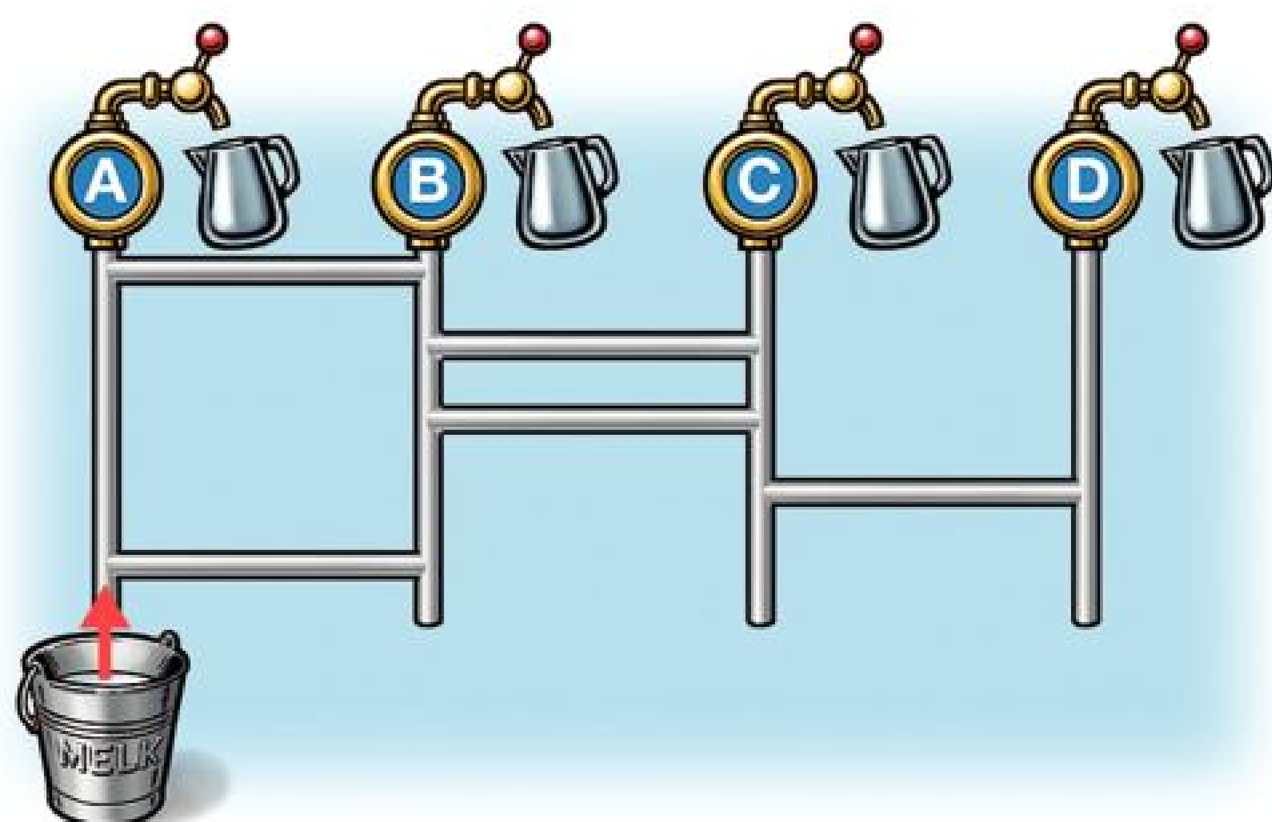


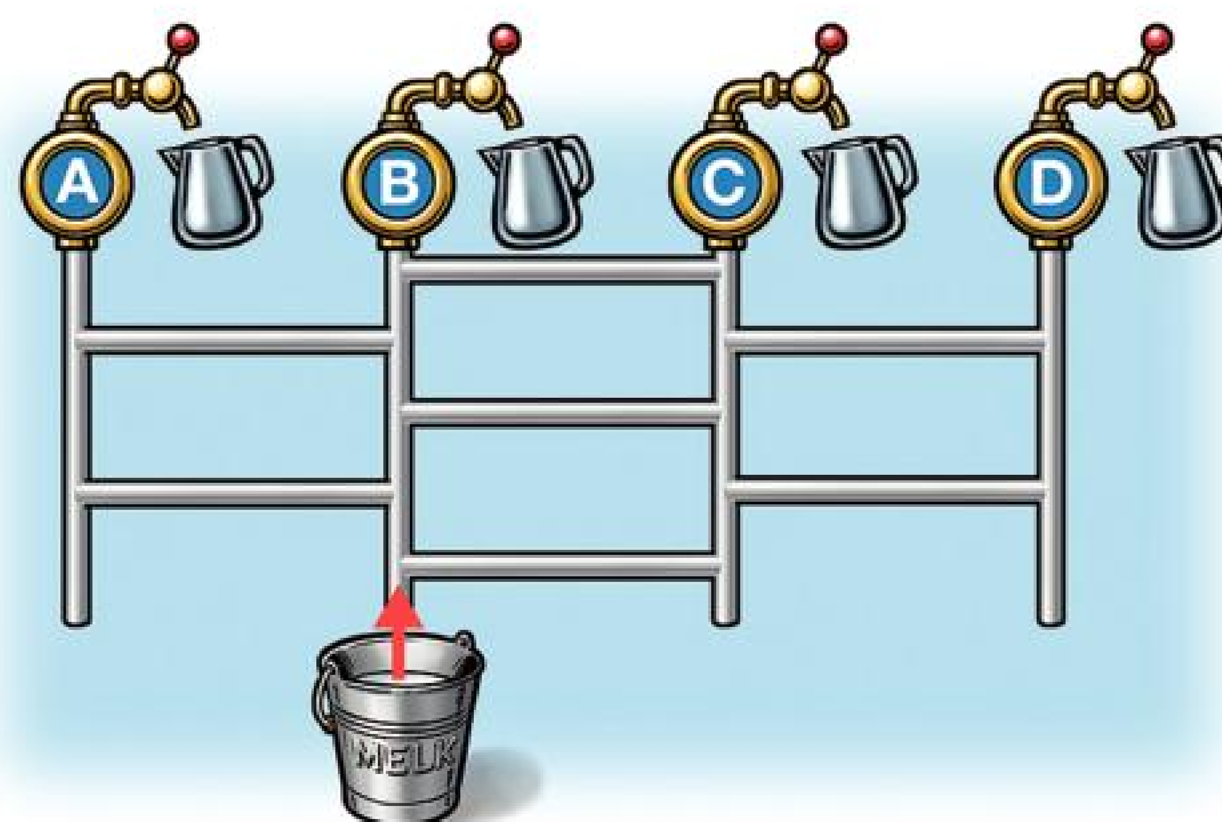


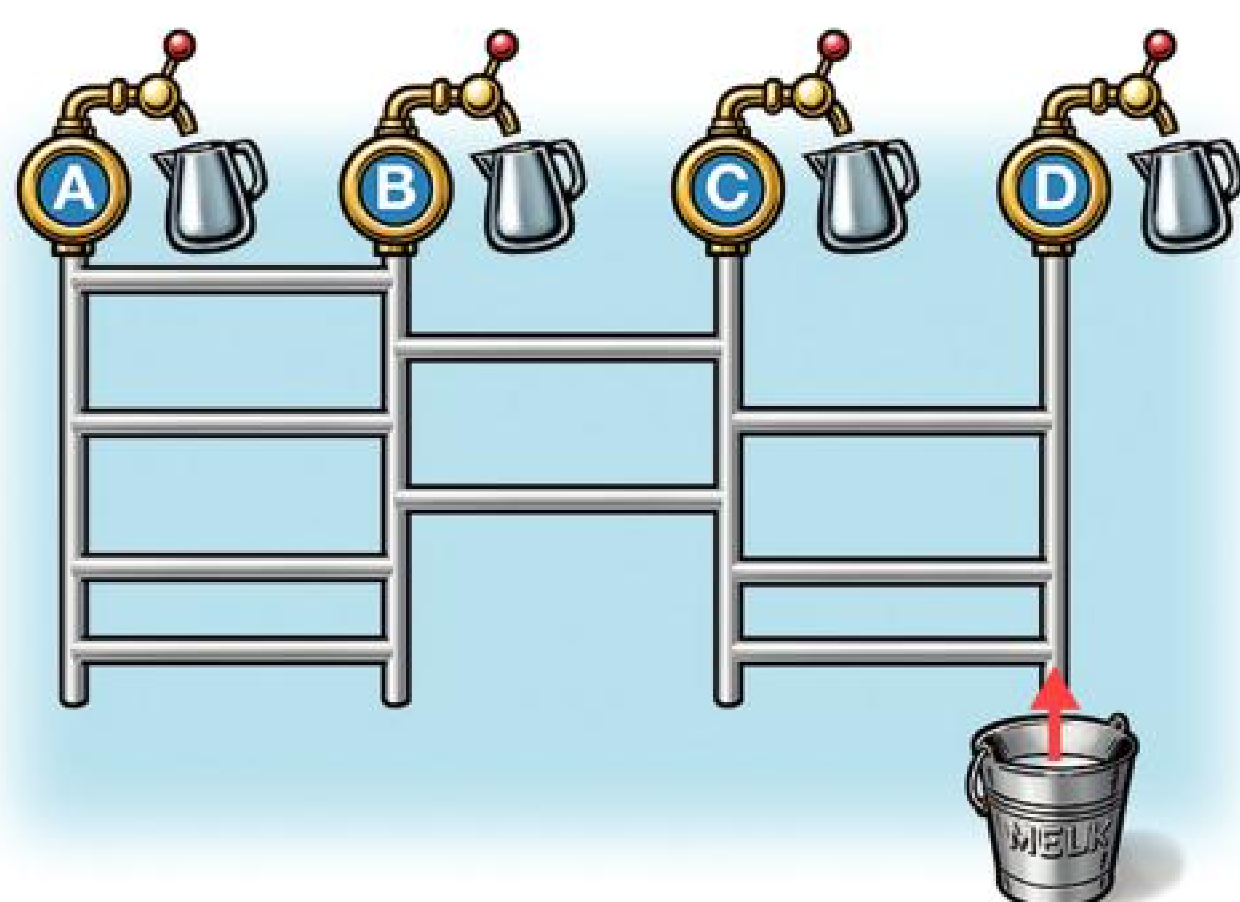
© Noordhoff Uitgevers bv

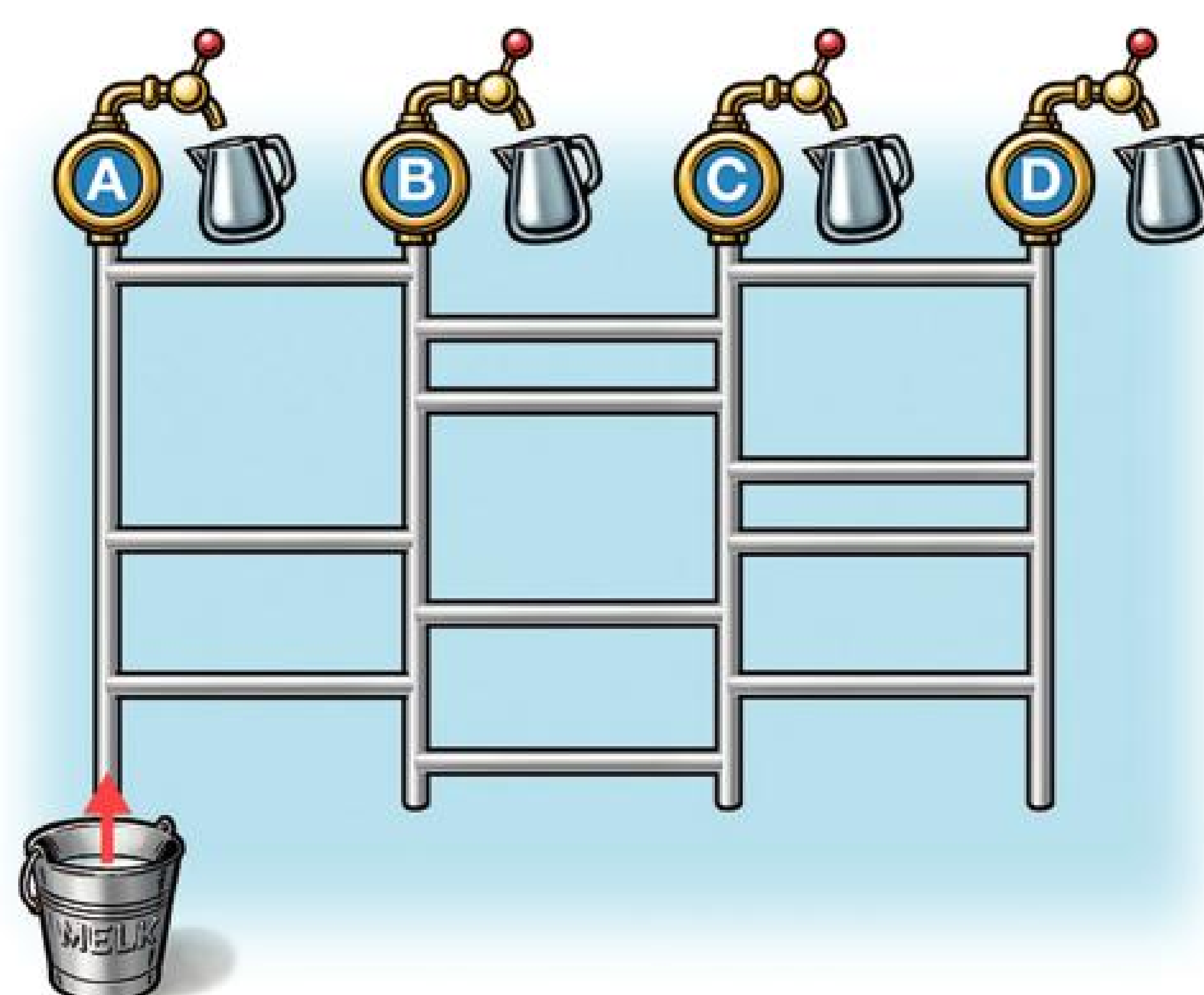
15 Hoe stroomt de melk

De melk stroomt naar boven en verandert bij elke splitsing van richting.
Uit welke kraan stroomt de melk?





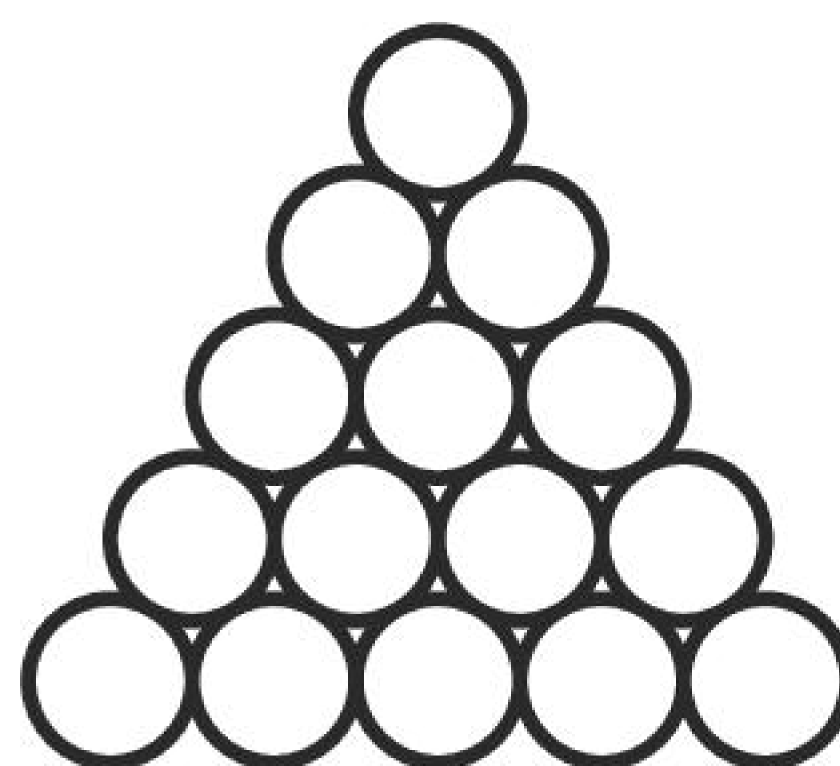




16 Ballen

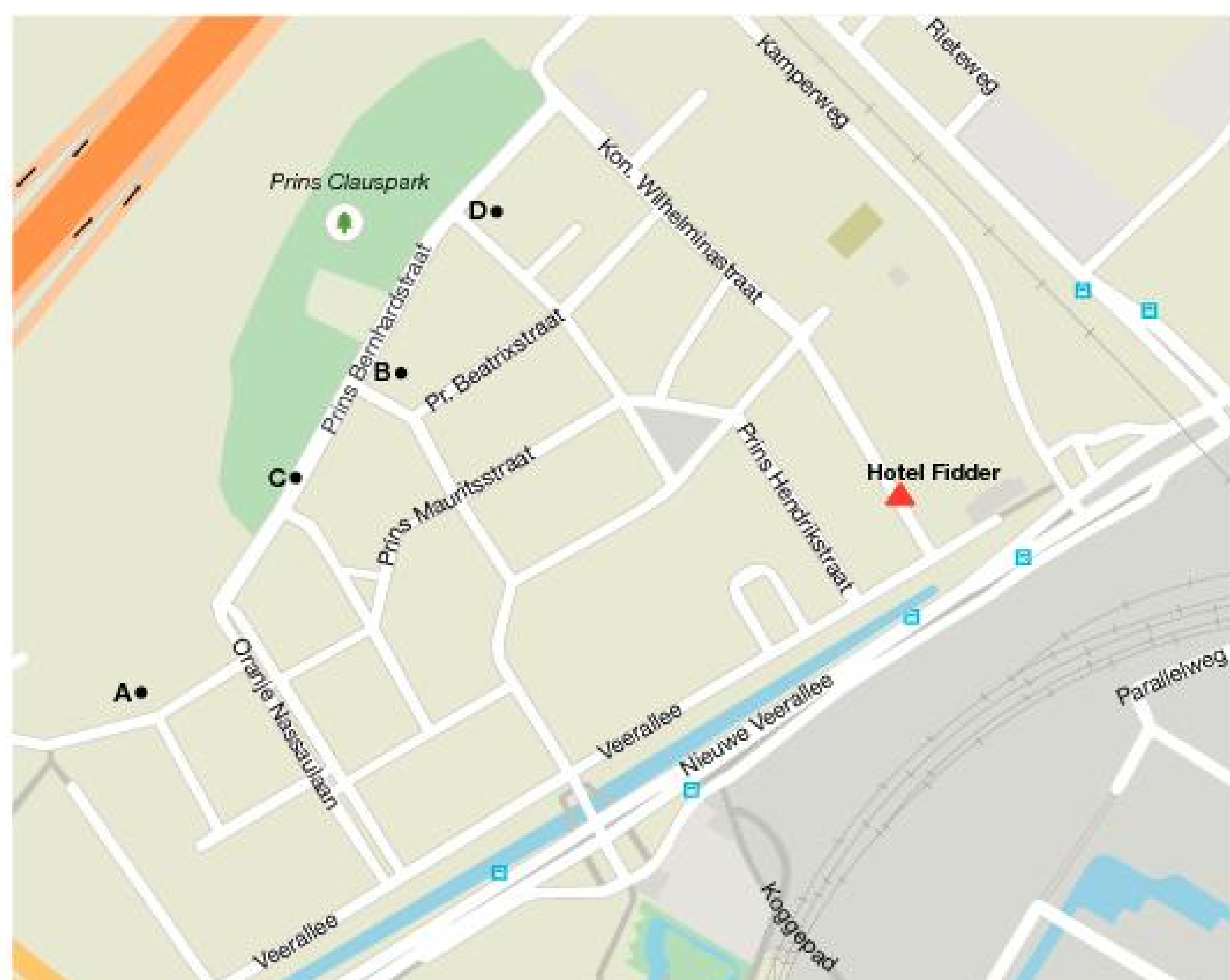
[▶ 📖 WERKBOEK]

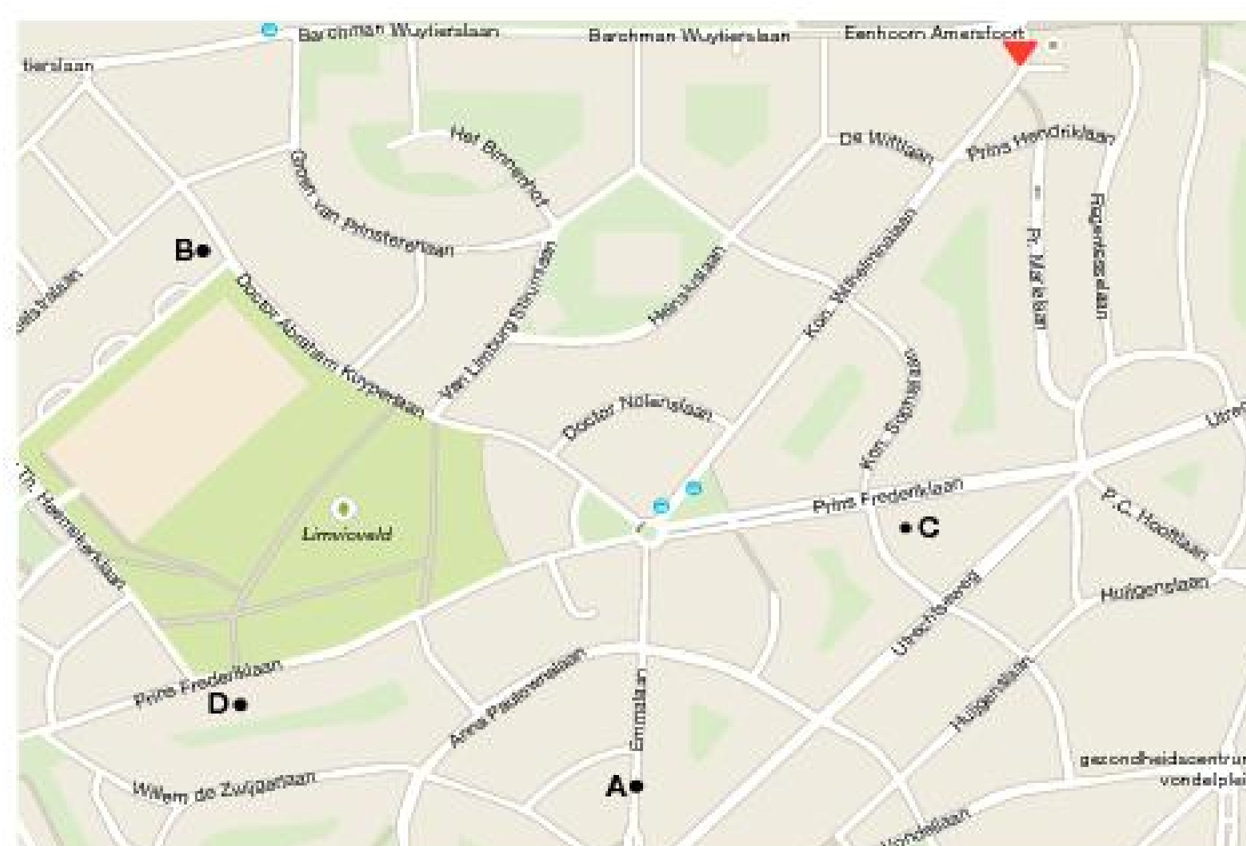
Kleur de vijftien ballen. Gebruik drie verschillende kleuren, ballen van dezelfde kleur mogen niet tegen elkaar liggen.



© Noordhoff Uitgevers bv

17 Waarheen





[▸ 📖 WERKBOEK]

Bekijk het **filmpje 1**. Het filmpje hoort bij kaart 1.
De auto begint bij de pijl. Waar stopt hij?
Bij A, B, C of D?

Doe hetzelfde voor **filmpje 2**.

18 Doolhof

[▸ 📖 WERKBOEK]

Begin onderin bij het woord Start en zoek een weg naar de finish.



19 Slak

Een slak zit in een put van 6 m diep. Overdag kruipt hij 3 m omhoog. ’s Nachts glijdt hij 2 m naar beneden. Na hoeveel dagen is de slak boven?



© Noordhoff Uitgevers bv

Uitwerking testopgaven

In dit hoofdstuk staan de uitwerkingen van de testopgaven. Als je een testopgave gemaakt hebt, kun je hem zelf nakijken. Je resultaat van de testopgave bepaalt de route die je moet volgen in de opgaven die erna komen. Controleer je uitwerkingen en tel de punten van de antwoorden die je goed hebt bij elkaar op. Aan de puntenverdeling ernaast kun je dan zien welke route je moet volgen. Je herkent de route aan de symbolen onder de opgavenummers.

T

© Noordhoff Uitgevers bv



1 Statistiek en kans

Bladzijde 12 - Zutphen

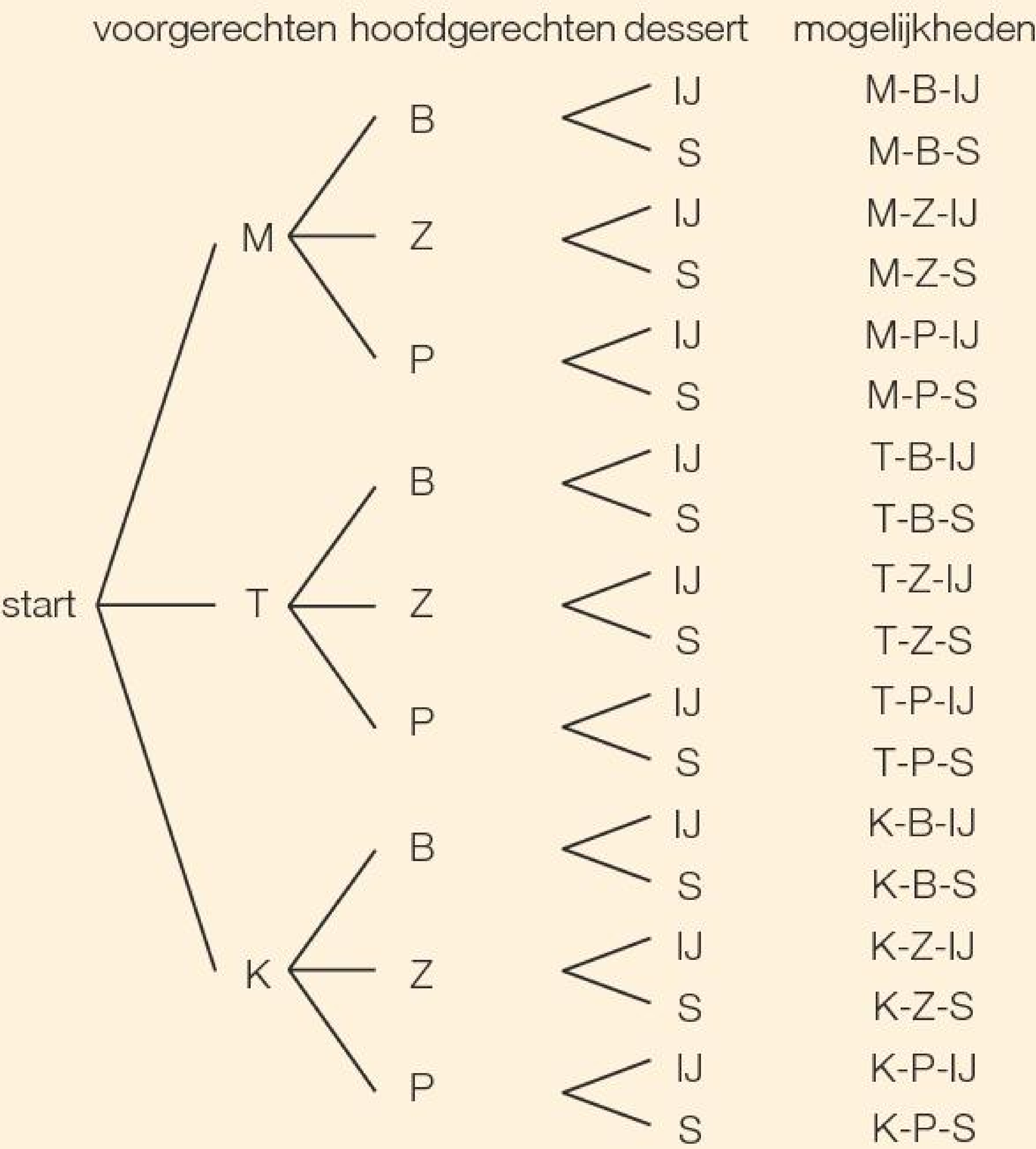
5p per fout in de tabel 1 punt eraf.

		naar				
	afstand	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
van	*A*		250	300	450	200
	B	300		50	350	100
	C	350	50		400	150
	D	450	250	200		250
	E	200	100	150	250	

0 – 3 punten	◻
4 punten	⊙
5 punten	∗

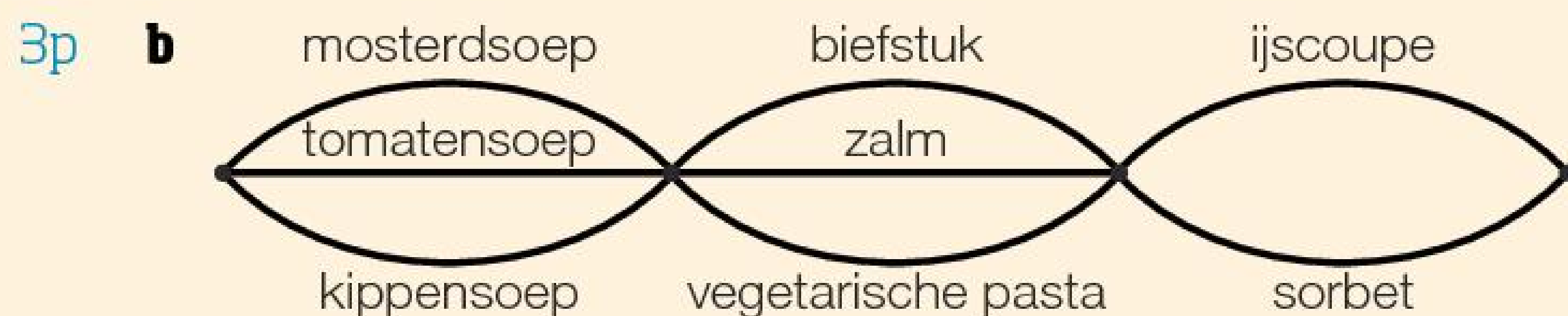
Bladzijde 23 - Eetcafé

3p **a** EETCAFE DE ABDIJHOEVE



© Noordhoff Uitgevers bv

3p **b**



0 – 5 punten	⧉
6 – 7 punten	⊙
8 – 9 punten	✱

1p **c** Je kunt 3 × 3 × 2 = 18 verschillende driegangenmenu's samenstellen.

2p **d** Er zijn 1 × 2 = 2 mogelijkheden voor haar.

Bladzijde 29 - Wedstrijden

2p **a** aantal wedstrijden = 12 × 11 = 132

1p **b** totaal aantal partijen = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31

1p De winnaar heeft 5 partijen gespeeld.

1p **c** Elk team speelt 14 wedstrijden.

0 – 3 punten	⧉
4 punten	⊙
5 punten	✱

Bladzijde 33 - Aantal ogen

1p **a** De kans dat Sanne 12 ogen gooit is $\frac{1}{36}$.

2p

%	100	✗	? 2,777...
aantal	36	1	1

(: 36, × 1)

1p De kans dat Sanne 12 ogen gooit is 2,8%.

2p **b** De kans dat Sanne 7 ogen gooit is $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

2p

%	100	✗	? 16,666...
aantal	6	1	1

(: 6, × 1)

1p De kans dat Sanne 7 ogen gooit is 16,7%.

2p **c** $\frac{4}{36} \times 60 = 6{,}666...$

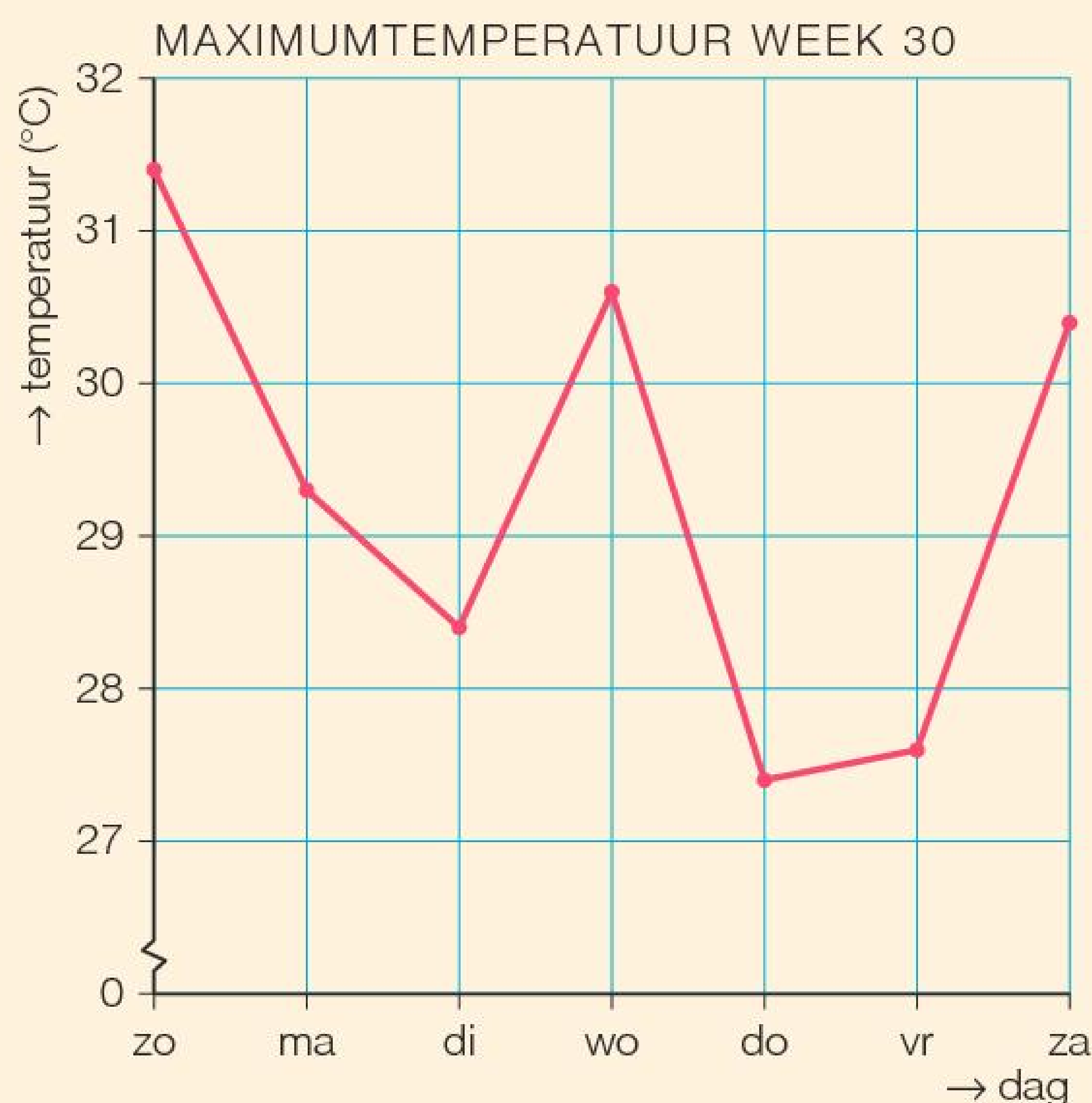
1p Er wordt verwacht dat ze 7 keer 9 ogen gooit.

rode dobbelsteen \ blauwe dobbelsteen	1	2	3	4	5	6
6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7

0 - 5 punten	⧉
6 - 9 punten	⊙
10 - 12 punten	✱

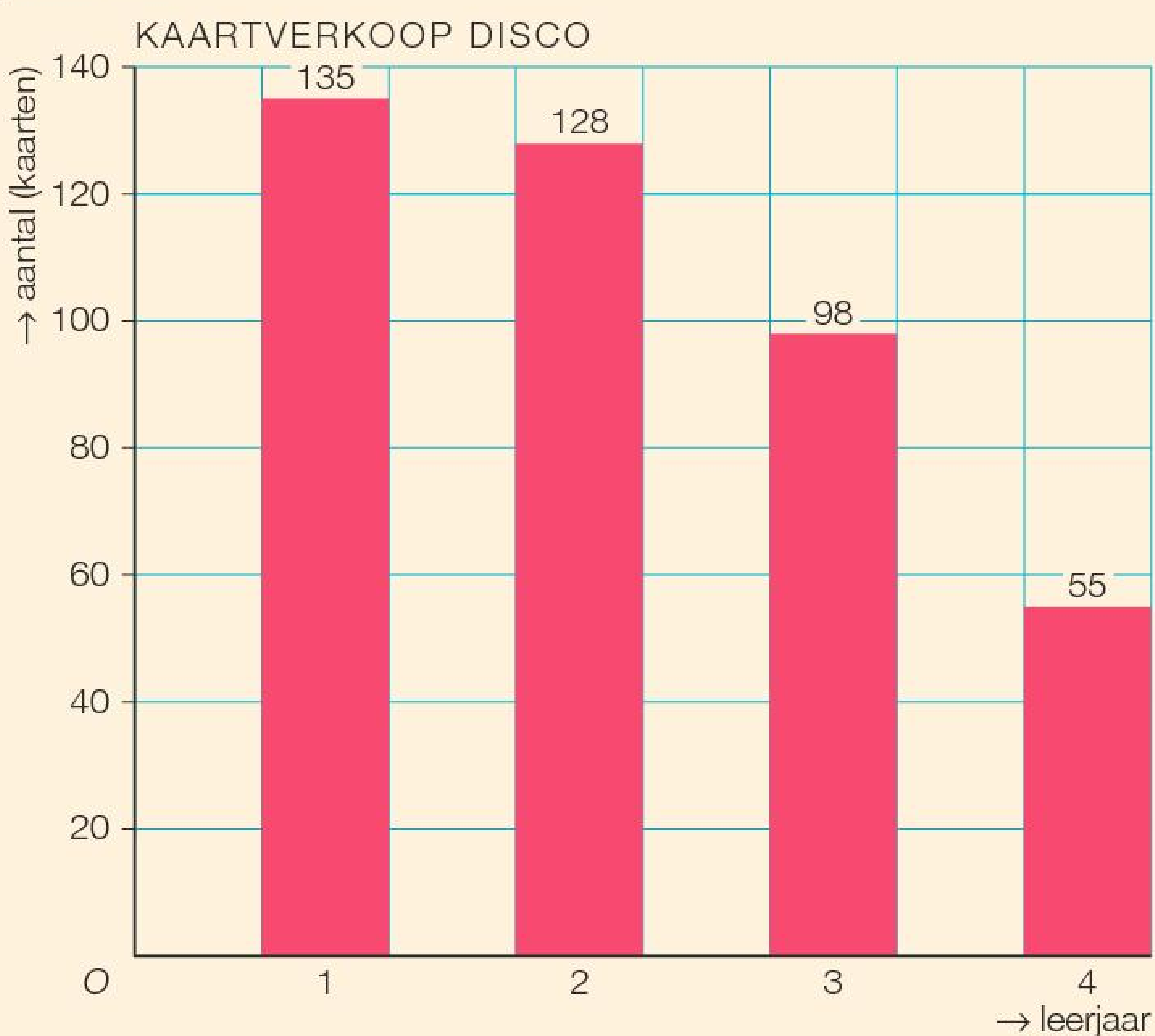
Bladzijde 38 - Diagrammen tekenen

2p **a** goede verdeling van de horizontale en verticale as
2p namen bij de assen
1p titel boven het diagram
2p punten verbinden met rechte lijnstukken



1p **b** goede verdeling van de verticale as
2p namen bij de assen
1p titel boven het diagram
2p staven los van elkaar getekend
1p naam onder de staven
1p aantal boven de staven

0 - 8 punten
9 - 12 punten
13 - 15 punten



© Noordhoff Uitgevers bv

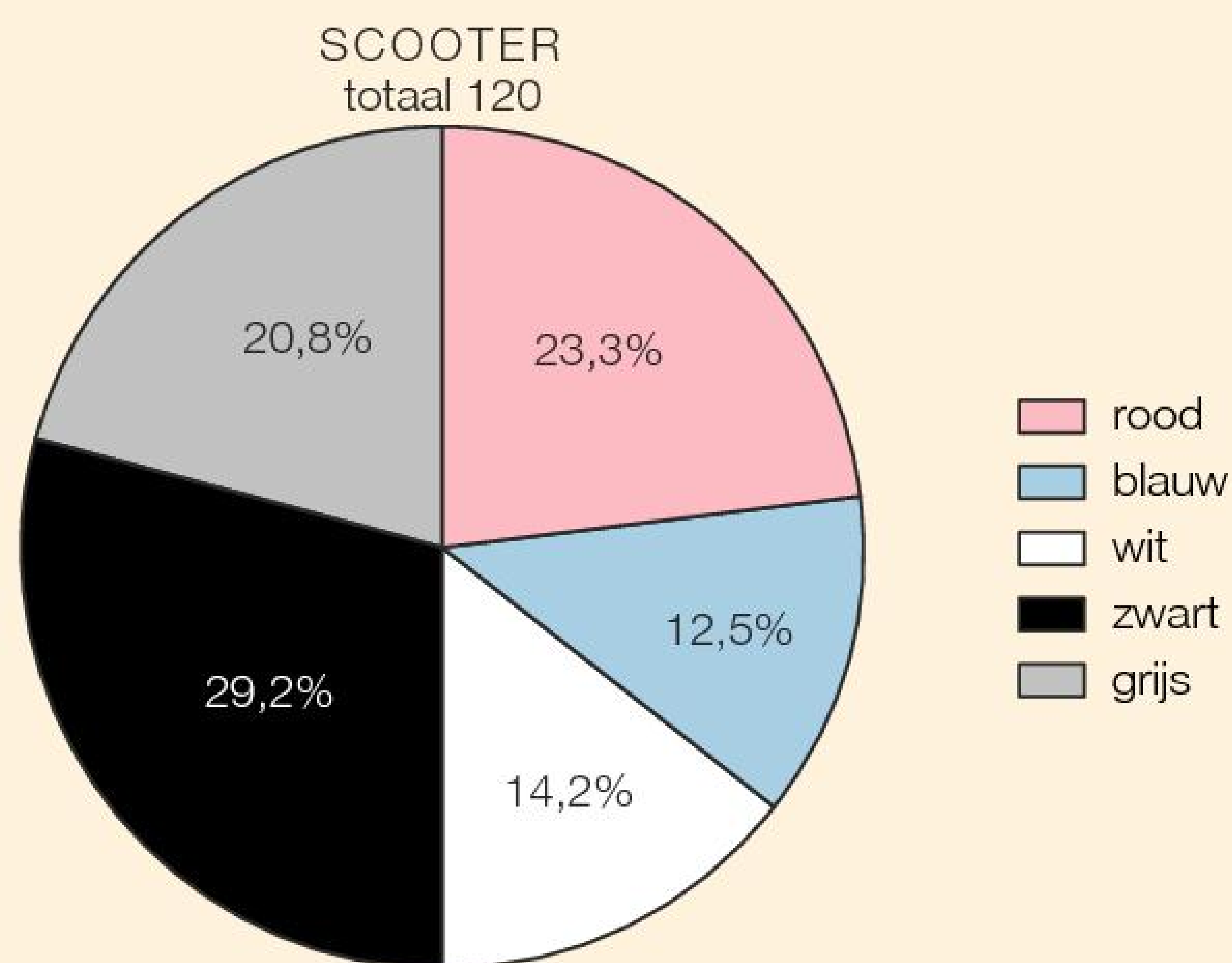
Bladzijde 43 - Scooter

4p per fout in de tabel 1 punt eraf.

SCOOTER

kleur	rood	blauw	wit	zwart	grijs	totaal
aantal	28	15	17	35	25	120
percentage	23,3	12,5	14,2	29,2	20,8	100%
hoek	84°	45°	51°	105°	75°	360°

× 3,6



2p tekenen van de sectoren
1p percentages in de sectoren
1p legenda
1p titel

0 – 5 punten
6 – 7 punten
8 – 9 punten

Bladzijde 48 - Lengte leerlingen

LENGTE LEERLINGEN

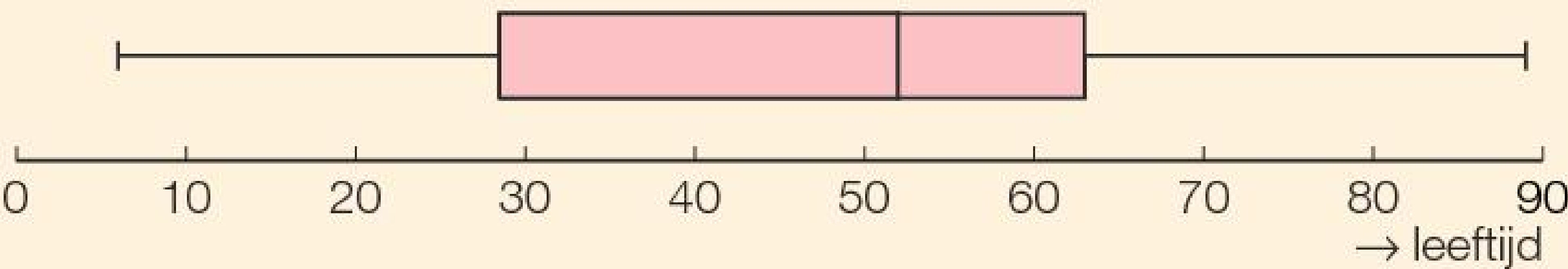
15	1
16	0 2 3 4 5 5 5 8 8 9 9
17	0 1 1 1 3 3 3 4 5 5
18	1
19	0
tientallen	eenheden

0 - 3 punten	⌑
4 punten	⊙
5 - 6 punten	∗

1p op volgorde zetten van de tientallen
2p op volgorde zetten van de eenheden
1p titel
2p tientallen en eenheden eronder

Bladzijde 52 - Schoenenwinkel

LEEFTIJD KLANTEN OP DINSDAGOCHTEND



1p **a** tekenen getallenlijn
1p tekenen minimum = 6
1p tekenen maximum = 89
1p tekenen mediaan = 52
1p tekenen mediaan 1^e helft = 28,5
1p tekenen mediaan 2^e helft = 63
1p tekenen boxplot
1p leeftijd bij de as
1p titel boven boxplot
2p **b** De leeftijd van de middelste 50% ligt tussen de 28,5 jaar en 63 jaar.

0 - 5 punten	⌑
6 - 9 punten	⊙
10 - 11 punten	∗

© Noordhoff Uitgevers bv

2 Verbanden

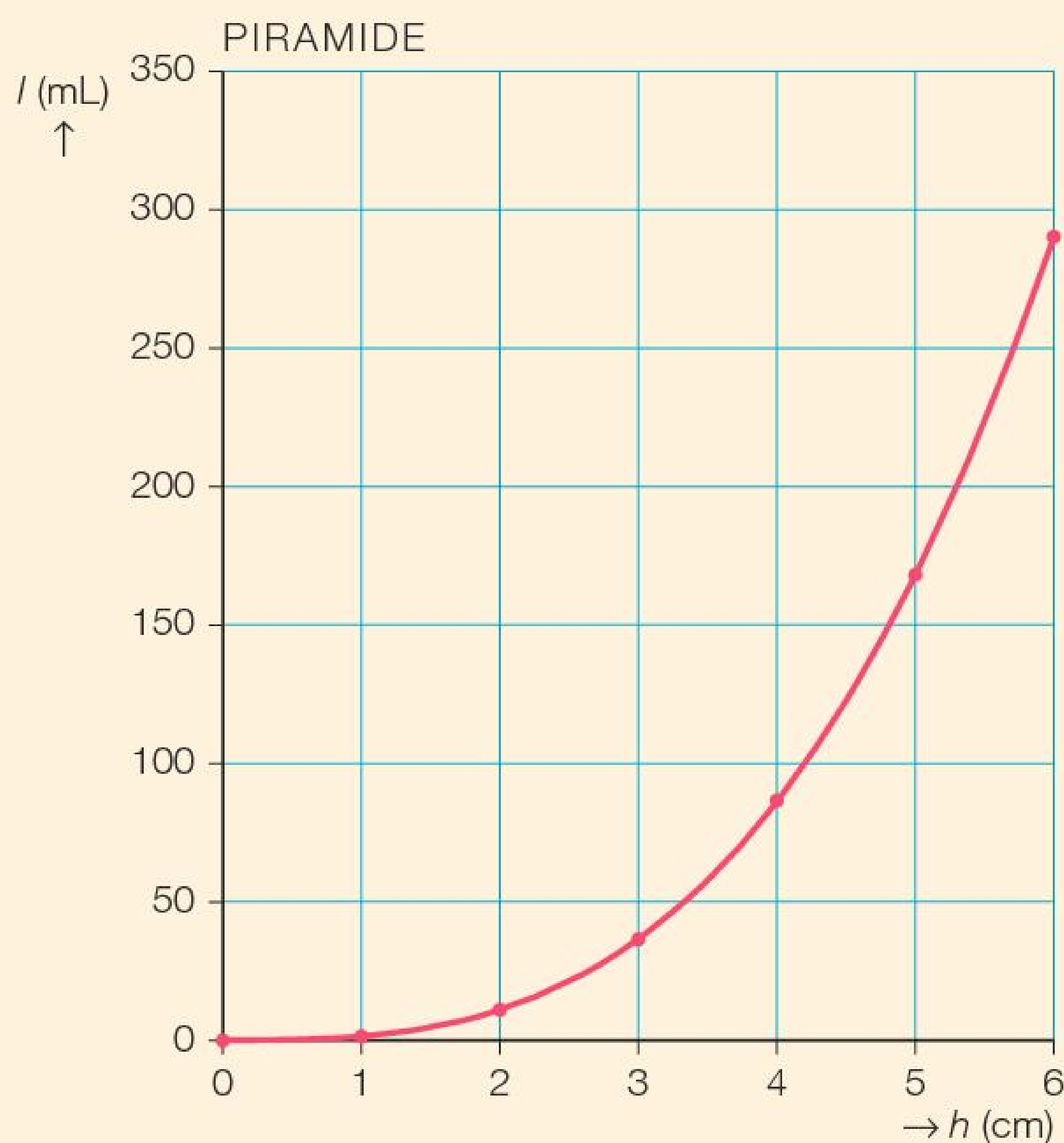
Bladzijde 70 - Piramide

0 – 3 punten	⧠
4 – 5 punten	⊙
6 – 7 punten	∗

3p **a**

h (cm)	1	2	3	4	5	6
I (mL)	1	11	36	85	167	288

3p **b**



1p **c** De hoogte van deze piramide is ongeveer 4,5 cm.

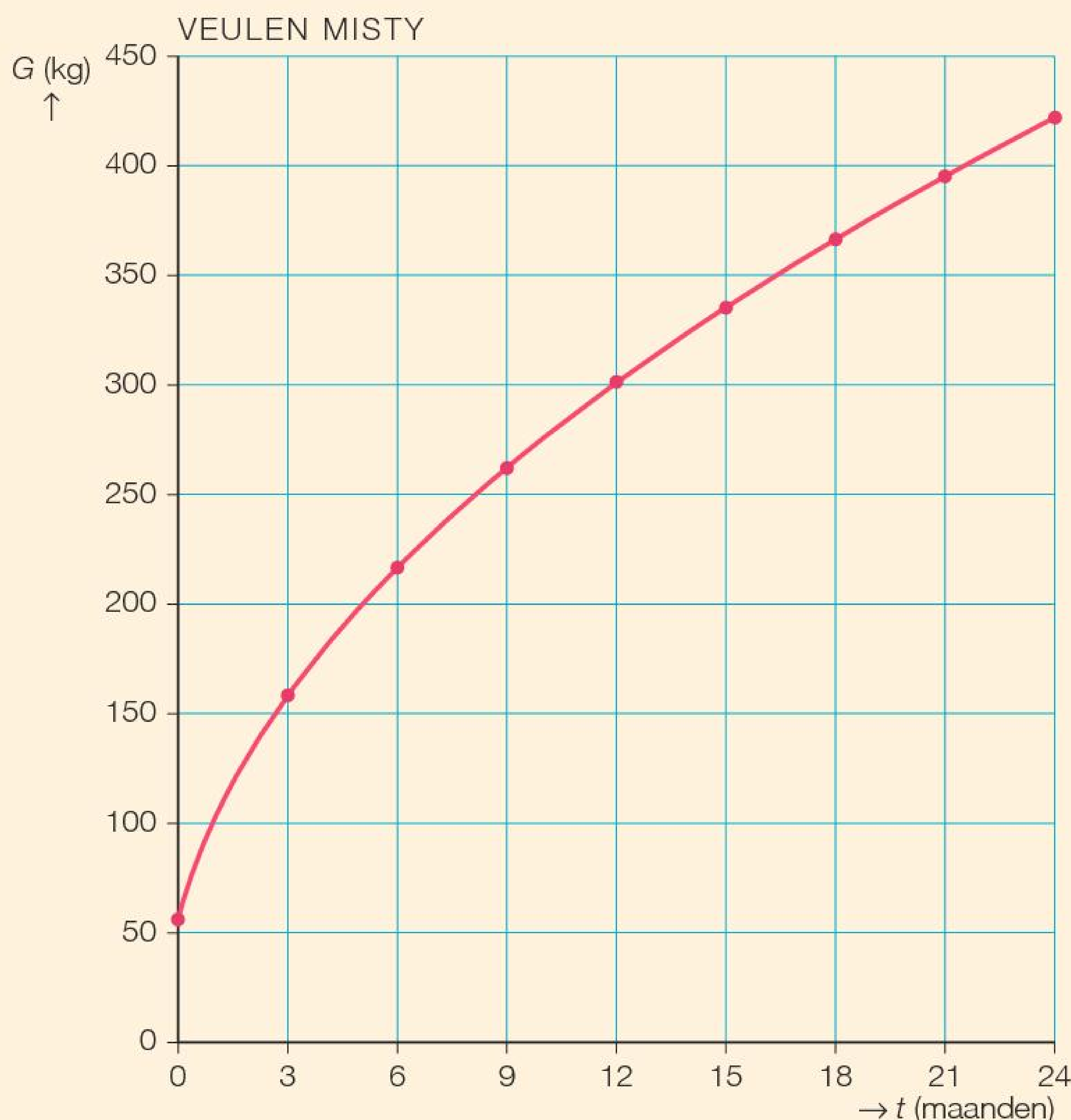
Bladzijde 77 - Veulen

3p **a** VEULEN MISTY

t (maanden)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
G (kg)	57	158	217	262	301	335	366	395	422

0 - 5 punten	⧠
6 - 8 punten	⊙
9 - 10 punten	∗

3p **b**



3p **c** $t = 15 \rightarrow 57 \times \sqrt{2{,}24 \times 15 + 1} = 335{,}284...$ te weinig

$t = 16 \rightarrow 57 \times \sqrt{2{,}24 \times 16 + 1} = 345{,}966...$ te weinig

$t = 17 \rightarrow 57 \times \sqrt{2{,}24 \times 17 + 1} = 356{,}329...$ te veel

1p Na 17 maanden weegt het veulen voor het eerst meer dan 350 kg.

Bladzijde 83 - Exponentiële groei

0 - 5 punten	⧉
6 punten	⊙
7 - 8 punten	✱

1p 24 : 6 = 4

1p 96 : 24 = 4

1p 384 : 96 = 4

1p Er is een exponentieel verband tussen de tijd en het aantal merels.

1p De groeifactor is 4.

3p De formule is aantal = 6×4^t.

© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 88 - Zeehonden

0 - 6 punten
7 - 11 punten
12 - 15 punten

1p **a** $t = 2018 - 2014 = 4$

1p $2108 \times 1{,}35^4 = 7001{,}735...$

1p In 2018 zijn er 7002 grijze zeehonden.

1p **b** Op 1 januari 2019 is $t = 2019 - 2014 = 5$

1p Op 1 januari 2020 is $t = 2020 - 2014 = 6$

1p $t = 5 \rightarrow 2108 \times 1{,}35^5 = 9452$

1p $t = 6 \rightarrow 2108 \times 1{,}35^6 = 12\,761$

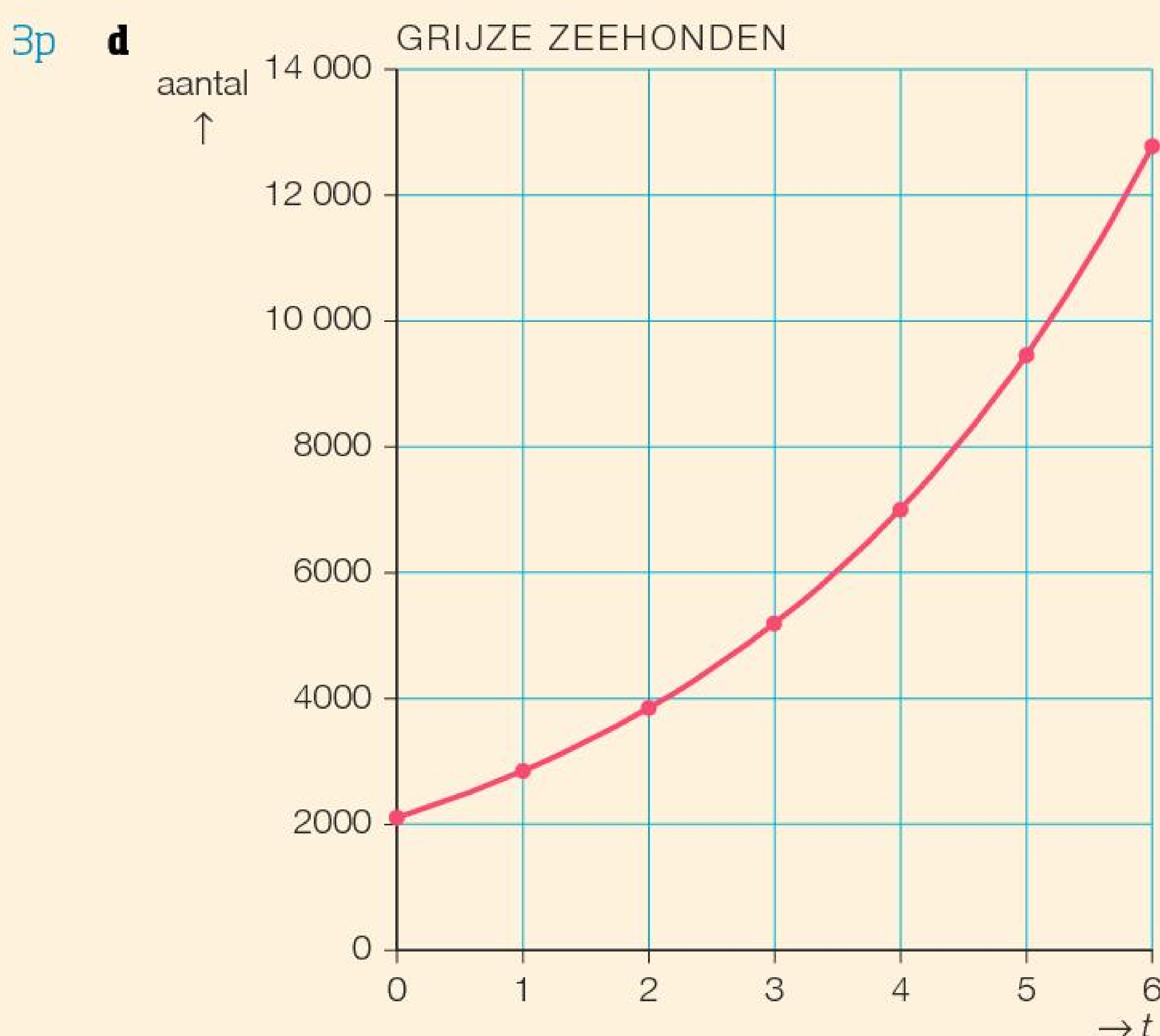
1p $12\,761 - 9452 = 3309$

1p In 2019 zijn er 3309 grijze zeehonden bijgekomen.

3p **c**

t	0	1	2	3	4	5	6
aantal	2108	2846	3842	5186	7002	9452	12 761

3p **d**



Bladzijde 92 - Galápagoseilanden

0 - 6 punten
7 - 11 punten
12 - 15 punten

1p **a** 100% + 1,2% = 101,2%
1p De groeifactor is 101,2 : 100 = 1,012.
1p De formule is $a = 175 \times 1{,}012^t$.
1p **b** $t = 2020 - 2018 = 2$
1p $175 \times 1{,}012^2 = 179{,}225...$
1p Op 1 januari 2020 waren er 179 zeeleguanen.
1p **c** $t = 2030 - 2018 = 12$
1p $175 \times 1{,}012^{12} = 201{,}931...$
1p Op 1 januari 2030 zullen er 202 zeeleguanen zijn.
1p **d** $t = 21 \rightarrow 175 \times 1{,}012^{21} = 224{,}816...$
1p $t = 22 \rightarrow 175 \times 1{,}012^{22} = 227{,}514...$
1p 2018 + 21 = 2039
1p Op 1 januari 2039 zijn er 225 zeeleguanen.
1p Op 1 januari 2040 zijn er al 228 zeeleguanen,
1p dus in de loop van 2039 zijn er voor het eerst meer dan 225 zeeleguanen.

Bladzijde 97 - Firma Staal

0 - 5 punten
6 - 9 punten
10 - 12 punten

1p **a** 100% − 4,5% = 95,5%
1p De groeifactor is 95,5 : 100 = 0,955.
1p De formule is $a = 4500 \times 0{,}955^t$.
1p **b** $t = 2018 - 2012 = 6$
1p $4500 \times 0{,}955^6 = 3413{,}758...$
1p Op 1 januari 2018 zijn er 3414 werknemers.
1p **c** $t = 15 \rightarrow 4500 \times 0{,}955^{15} = 2255{,}605...$
1p $t = 16 \rightarrow 4500 \times 0{,}955^{16} = 2154{,}102...$
1p 2012 + 15 = 2027
1p Op 1 januari 2027 zijn er 2256 werknemers.
1p Op 1 januari 2028 zijn er nog maar 2154 werknemers,
1p dus in de loop van 2027 zijn er voor het eerst minder dan 2250 werknemers.

Bladzijde 100 - Dorp

0 - 3 punten
4 punten
5 punten

1p De helft van 5600 is 5600 : 2 = 2800.
1p $t = 4 \rightarrow 5600 \times 0{,}89^4 = 3513{,}565...$ te veel
1p $t = 5 \rightarrow 5600 \times 0{,}89^5 = 3127{,}073...$ te veel
1p $t = 6 \rightarrow 5600 \times 0{,}89^6 = 2783{,}095...$ te weinig
1p De halveringstijd is 6 jaar.

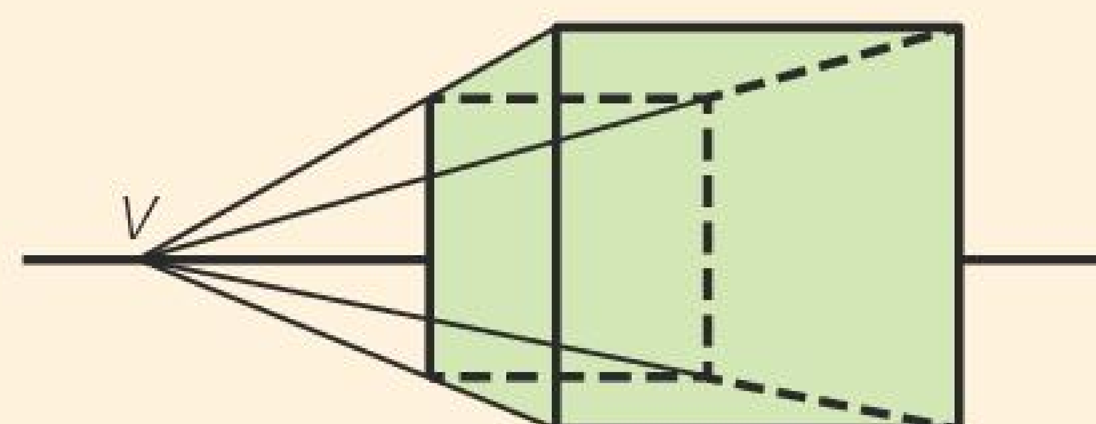
© Noordhoff Uitgevers bv

3 Drie dimensies, afstanden en hoeken

Bladzijde 118 - Kubus in perspectief

1p horizon
1p verdwijnpunt
1p vier vluchtlijnen
1p alle zijden van de kubus
1p achterste lijnen gestippeld
1p horizon gedeeltelijk weg gegumd
2p lijkt het op een kubus?

0 – 4 punten
5 – 6 punten
7 – 8 punten



Bladzijde 121 - Hoogte

3p **a** 47 : 18 = 2,611... dus de hoogte van de boom is 2,611... keer ooghoogte.
2,611... × 1,50 = 3,916...
De boom is ongeveer 4 m hoog.
b Zie tekening.
2p goede lengte bij *A*
2p goede lengte bij *B*



0 – 3 punten
4 – 5 punten
6 – 7 punten

Bladzijde 125 - Coördinaten in de ruimte

4p **a** *B*(200, 400, 150), *C*(300, 500, 150), *D*(900, 400, 150) en *E*(800, 500, 200).
3p **b** *P*(800, 50, 100), *P*(800, 200, 100) of *P*(800, 700, 100)

0 – 3 punten
4 – 5 punten
6 – 7 punten

Bladzijde 128 - Balk

3p **a** *K*(6, 3, 0), *L*(4, 0, 0) en *M*(0, 4, 2).
3p **b** *N*(3, 2, 3)

0 – 3 punten
4 – 5 punten
6 punten

Bladzijde 134 - Zijden berekenen

0 – 6 punten	□
7 – 8 punten	⊙
9 – 10 punten	∗

a $\angle A = \angle E$

$\angle B_1 = \angle B_2$

$\angle C = \angle D$

1p dus $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$

1p

: 1,7	$\triangle EBD$	EB	$BD = ?$	$ED = 12$
	$\triangle ABC$	AB	$BC = 18$	$AC = 20{,}4$ × 1,7

1p vergrotingsfactor = 20,4 : 12 = 1,7

18 : 1,7 =10,588...

1p BD = 10,6 cm

b $\text{rhz}^2 = 225$

2p $\text{rhz}^2 = 225$ +

$? \ \text{sz}^2 = 450$

1p $\text{sz} = \sqrt{450} = 21{,}213...$

LM = 21,2 cm

1p $\sin 40° = \frac{21{,}2}{MN}$

1p MN = 21,2 : sin 40° = 32,981...

1p MN = 33 cm

Bladzijde 139 - Hellingspercentage

0 – 3 punten	□
4 – 5 punten	⊙
6 – 7 punten	∗

2p **a** hellingspercentage = $\frac{2{,}5}{6} \times 100 = 42\%$

1p **b** tan hellingshoek = 56 : 100 = 0,56

1p hellingshoek = 29°

1p $\sin 29° = \frac{2{,}5}{\text{glijbaan}}$

1p glijbaan = 2,5 : sin 29 = 5,156...

1p De lengte van de glijbaan is 5,16 m.

Bladzijde 143 - Zonnepaneel

0 – 1 punten	□
2 punten	⊙
3 punten	∗

1p 53 − 7 = 46 cm

1p sin hellingshoek = $\frac{46}{90}$

1p hellingshoek = 31°

© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 147 - **Hoek berekenen**

2p $\angle B_2 = 180 - 36 - 42 = 102°$
2p $\angle B_1 = 180 - 102 = 78°$
1p $\angle A = \angle B_1 = 78°$
2p $\angle D_2 = 180 - 78 - 78 = 24°$

0 – 4 punten	⊡
5 – 6 punten	⊙
7 punten	∗

Bladzijde 150 - **Trapezium**

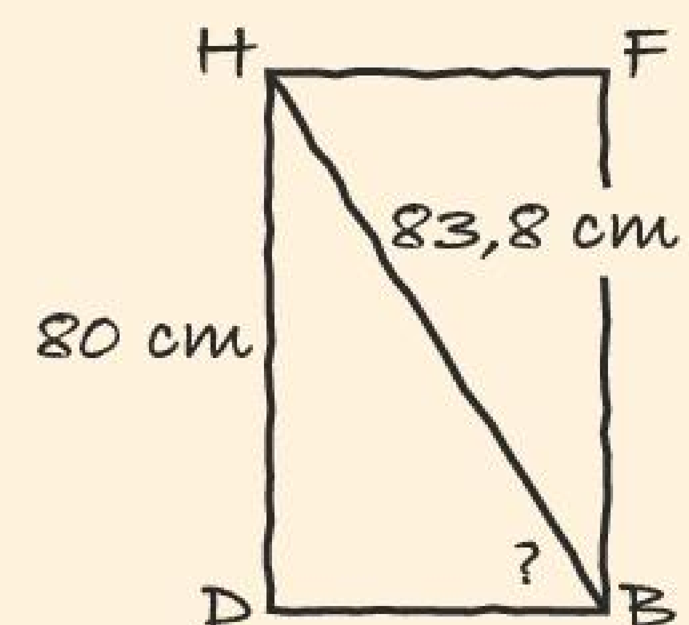
1p $\angle A_{12} = 70°$
2p $\angle A_1 = 70 : 2 = 35°$
1p $\angle A_2 = 35°$
2p In $\triangle ABC$ is $\angle C_1 = 180 - 35 - 50 = 95°$
2p $\angle D = 180 - 35 - 35 = 110°$

0 – 3 punten	⊡
4 – 6 punten	⊙
7 – 8 punten	∗

Bladzijde 154 - **Lichaamsdiagonaal en hoek**

2p **a**
$$\begin{array}{rl} \text{rhz}^2 = & 6400 \\ \text{rhz}^2 = & 225 \\ \text{rhz}^2 = & 400 \\ \hline ?\ \text{sz}^2 = & 7025 \end{array} +$$
1p $\text{sz} = \sqrt{7025} = 83{,}815...$
1p $BH = 83{,}8$ cm
1p **b** schets
1p $\sin \angle DBH = \dfrac{80}{83{,}8}$
1p $\angle DBH = 73°$

0 – 3 punten	⊡
4 – 5 punten	⊙
6 – 7 punten	∗



Bladzijde 158 - **Stoel**

2p
$$\begin{array}{rl} \text{rhz}^2 = & 2025 \\ \text{rhz}^2 = & 1225 \\ \text{rhz}^2 = & 625 \\ \hline ?\ \text{sz}^2 = & 3875 \end{array} +$$
1p $\text{sz} = \sqrt{3875} = 62{,}249...$
1p De lengte van de rode staaldraad is 62,2 cm.

0 – 2 punten	⊡
3 punten	⊙
4 punten	∗

4 Grafieken en vergelijkingen

Bladzijde 178 - Cadeau kopen

0 – 3 punten	⧉
4 – 7 punten	⊙
8 – 9 punten	∗

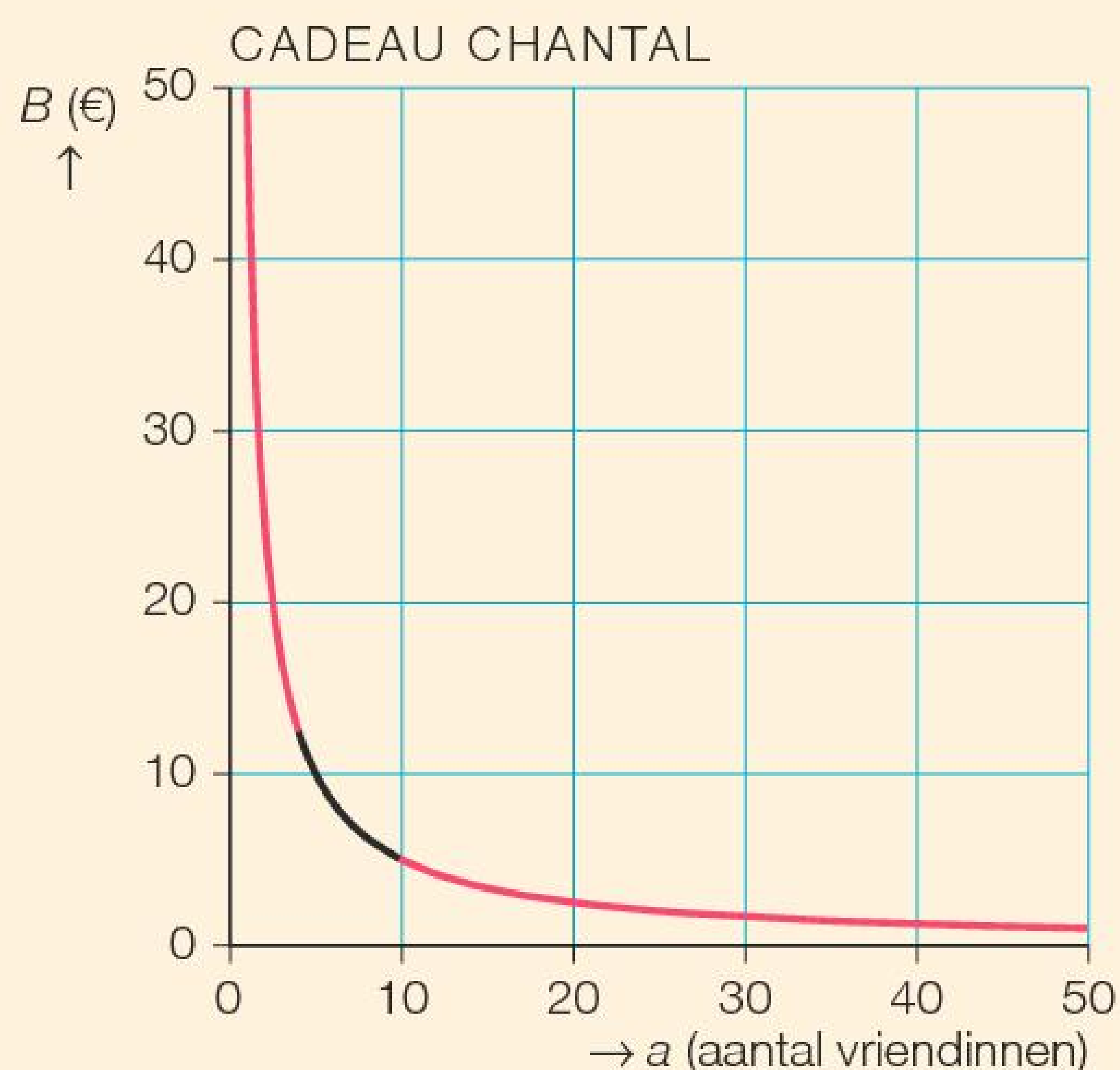
2p **a**

a	1	4	5	10	20	50
B	50	12,50	10	5	2,50	1

2p Voor het tekenen van de grafiek.

3p **b** Bij 5 vriendinnen betaalt ieder € 10.
Bij 20 vriendinnen betaalt ieder € 2,50.
Dus als het aantal vriendinnen vier keer zo groot wordt, wordt de prijs per persoon 10 : 2,50 = 4 keer zo klein.

2p **c** Voor het tekenen van het gekleurde gedeelte.



Bladzijde 184 - Koershoekmeters

0	punten	⧉
1	punten	⊙
2	punten	∗

1p **a** Er zitten 10 koershoekmeters in een doosje.

1p **b** Meneer Bosch moet € 80 betalen.

Bladzijde 188 - Huur scooter

0 - 3 punten		⧉
4	punten	⊙
5	punten	∗

2p **a** De eerste trede betekent dat het huren van een scooter van 0 uur tot en met 2 uur € 25 kost.

1p **b** Hij moet € 35 betalen.

2p **c** 6 uur

© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 193 - **Levensverwachting**

0 – 3 punten	⧠
4 – 5 punten	⊙
6 punten	∗

1p **a** $71{,}1 + 0{,}198 \times 0 = 71{,}1$

1p Volgens de formule is in 1960 de levensverwachting van een Australiër 71,1 jaar.

1p **b** $t = 2030 - 1960 = 70$

1p $71{,}1 + 0{,}198 \times 70 = 84{,}96$

1p Volgens de formule is in 2030 de levensverwachting van een Australiër 84,96 jaar.

1p Dit is mogelijk, de gezondheidszorg is sterk verbeterd sinds 1960.

Bladzijde 196 - **Dieselverbruik vrachtwagen**

0 – 4 punten	⧠
5 – 7 punten	⊙
8 – 10 punten	∗

2p **a** $t = 4$ hoort bij woensdag 25 september 8:00 uur.

2p **b** $t = -5$ hoort bij dinsdag 24 september 23:00 uur.

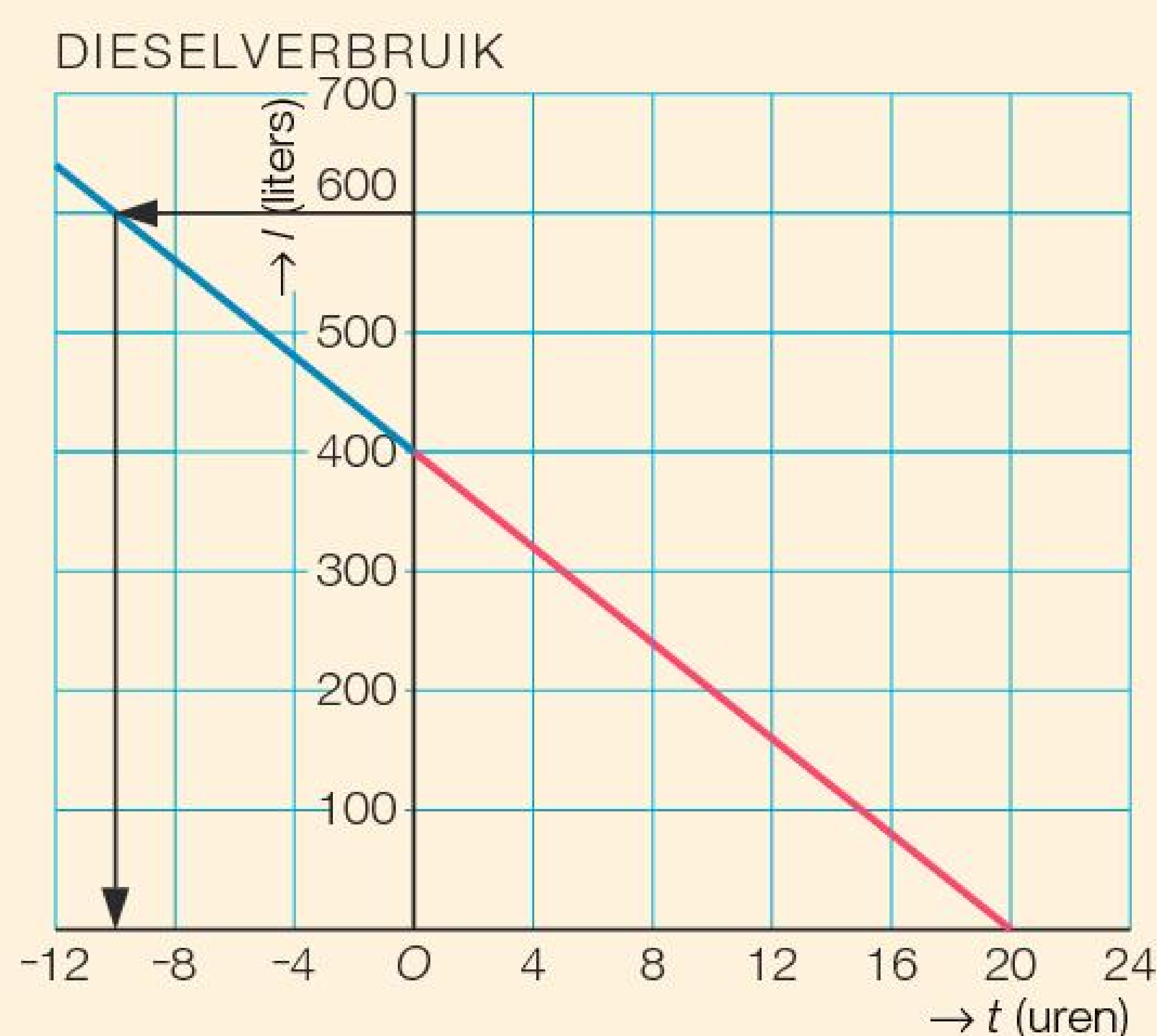
1p **c** Woensdag 25 september 15:00 uur is $t = 11$.

1p $400 - 20 \times 11 = 180$ L

1p Op woensdag 25 september om 15:00 uur zat er nog 180 L in de tank.

d

1p



1p Bij $t = -10$ is de inhoud 600 L.

1p Dat is dinsdag 24 september om 18:00 uur.

Bladzijde 201 - **Computerspelletjes**

Formule I

1p $f = 10 \rightarrow p = 1000 - 4 \times 10 = 960$

1p $p = 960 \rightarrow f = 1000 - \frac{960}{4} = 760$

1p Formule I beschrijft niet hetzelfde verband.

Hier is gekozen voor $f = 10$ en $f = 50$. Je kunt ook andere getallen hebben gekozen.

Formule II

$f = 10 \rightarrow p = 1000 - 4 \times 10 = 960$

1p $p = 960 \rightarrow f = 250 - \frac{960}{4} = 10$

1p Bij beide formules hoort $f = 10$ en $p = 960$.

1p $f = 50 \rightarrow p = 1000 - 4 \times 50 = 800$

1p $p = 800 \rightarrow f = 250 - \frac{800}{4} = 50$

1p Bij beide formules hoort $f = 50$ en $p = 800$.

1p Het klopt twee keer, de formules $p = 1000 - 4f$ en $f = 250 - \frac{p}{4}$ beschrijven hetzelfde verband.

0 – 4 punten	⌑
5 – 7 punten	⊙
8 – 9 punten	∗

Bladzijde 208 - **Snijpunten**

1p **a** $-0{,}8a + 4 = 2$

$\quad -4 \quad -4$

1p $-0{,}8a = -2$

$\quad : -0{,}8 \quad : -0{,}8$

1p $a = 2{,}5$

1p snijpunt $A(2{,}5;\ 2)$

1p **b** $a^2 - 4a + 3 = 2$

1p $a = 3{,}6 \rightarrow 3{,}6^2 - 4 \times 3{,}6 + 3 = 1{,}56$ te weinig

1p $a = 3{,}7 \rightarrow 3{,}7^2 - 4 \times 3{,}7 + 3 = 1{,}89$ te weinig

1p $a = 3{,}8 \rightarrow 3{,}8^2 - 4 \times 3{,}8 + 3 = 2{,}24$ te veel

1p 1,89 ligt dichter bij 2 dan 2,24 dus $a = 3{,}7$.

1p snijpunt $B(3{,}7;\ 2)$

0 – 4 punten	⌑
5 – 8 punten	⊙
9 – 10 punten	∗

© Noordhoff Uitgevers bv

Trefwoordenregister

© Noordhoff Uitgevers bv

© Noordhoff Uitgevers bv

W

X

Y

Z

Verantwoording

Beeld
Illustraties: Richard van de Pol, Tilburg; Haasart, Wim de Haas, Rhenen
Technisch tekenwerk: Integra Software Service
Beeldresearch: B en U International Picture Service, Amsterdam
Cartografie: Van Oort redactie en kartografie, Almere

Nationale Beeldbank: p. 6-7, 8, 9, 10, 17, 20, 25 o, 36 o, 40, 43, 45 b, 46, 49, 80, 84, 88 b, o, 97, 100 o, 101 b, o, 119, 184, 199, 201, 224 inzet, 247
RVD - Arenda Oomen: p. 16
Shutterstock: p. 6 inzet, 19, 22, 29, 45 o, 54, 63, 64 inzet, 64-65, 68, 70 b, o, 72 b, 73, 74 b, o, 77 b, o, 79 b, o, 83, 88, 90, 92, 95 b, 98, 99, 100 b, 102, 108, 109, 110 b, o, 111, 112-113, 124, 137, 140, 172 inzet, 172-173, 174, 176, 178, 179, 189 b, 193, 194, 198, 204, 211 o, 212, 219, 223, 256-257, 260, 266-267
123RF: p. 25 b
iStockphoto: p. 26, 31, 123, 189 o, 200, 220, 224-225
Dreamstime: p. 34, 141
ANP Foto / Hollandse Hoogte / Robin Utrecht: p. 36 b, 72 o
ANP Foto / Hollandse Hoogte / Frank Muller / Zorginbeeld: p. 94
G. Liesting, Barendrecht: p. 95 o
ANP Foto / Hollandse Hoogte / Caspar Huurdeman Fotografie: p. 152
ANP Foto / Hollandse Hoogte / Dolph Cantrijn: p. 182
Alamy / Imageselect: p. 211 b
DARPA FALCON Project: p. 214
F. ten Klooster, Zwolle: p. 221
Imageselect: p. 226
ANP Foto / Hollandse Hoogte / Rob Voss: p. 265

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan:
Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13,
9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontlenen.

Colofon
Omslagontwerp: InOntwerp, Assen
Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers grafisch ontwerp, Sappemeer
Lay-out: Integra Software Services



Klimaatneutraal
Noordhoff vindt jouw toekomst belangrijk en daarom hebben wij dit boek klimaatneutraal geproduceerd.

0 / 21

© 2021 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, The Netherlands

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsenauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

ISBN 978-90-01-89326-2



Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving.
Als je de opdrachten online maakt, zie je direct wat er al goed gaat. Je krijgt daarbij handige tips, zodat je het de volgende keer beter doet.

Op basis van je resultaten krijg je bovendien opdrachten op jouw niveau. Dus wat moeilijker als het goed gaat of met meer hulp als je dat nodig hebt.
Met de oefentoetsen kun je je voorbereiden op het proefwerk.
Als je meer uitleg nodig hebt, zijn er ook nog handige uitlegvideo's.

Noordhoff

MIX
Papier van verantwoorde herkomst
FSC® C118189
FSC www.fsc.org

www.getalenruimte.noordhoff.nl

ISBN 978-90-01-89326-2
9 789001 893262